レシプロカル構造の最悪荷重時ひずみエネルギーを目的関数とした構造形態創生

三木, 洸士郎 / MIKI, Koshiro

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院デザイン工学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要. デザイン工学研究科編 / Bulletin of graduate studies. Art and Technology
(巻 / Volume)
13
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
8
(発行年 / Year)
2024-03-24
(URL)
https://doi.org/10.15002/00030967

レシプロカル構造の最悪荷重時ひずみエネルギーを目的関数とした構造形態創生

COMPUTATIONAL MORPHOGENESIS OF RECIPROCAL STRUCTURES WITH STRAIN IN WORST LOAD

三木洸士郎
Koshiro MIKI
主査　浜田英明

法政大学大学院デザイン工学研究科建築学専攻修士課程

The purpose of this study is to realize the mutual structure of various shapes. In this paper, we aim to acquire a form that is resistant to earthquakes by performing an analysis using the worst load, which is the load distribution that is not good at the form, using the modeling method of previous research, and performing a single-objective optimization using strain energy as an objective function.

***Key Words** : reciprocal frame, single-objective optimization, worst load*

１． 序論

レシプロカル構造は部材を 3 つ以上連結し，閉じた回路を形成するように配置されることで成り立つ構造である．レシプロカル構造の特徴は使用する部材，部材断面，切り欠き比，部材長さなど様々なパラメーターによって形状が大きく変化する，非線形性の強い構造である．レシプロカル構造は，2020 年に法政大学の石川[1]によってメッシュ分割を用いたモデル化がなされている．これにより，半球のみではなく幅広い形状に適応できるようになった．しかし，考慮されていた荷重条件は鉛直荷重のみであり，メッシュ分割はランダムであることからも，より複雑な荷重による解析及び検討が必要となる．また，2019 年に法政大学の小宮[2]は，構造物にかかる荷重分布の不確定性を考慮し，ロバストコンプライアンスの定式化から，ある構造物の最も不得意な荷重分布である最悪荷重分布を求める手法を提案し，ラチスシェル構造物を対象とした形態創生を行った．

そこで本研究では，石川の手法を用いたモデル化を行い，それらのモデルに対して最悪荷重分布で解析を行う．目的関数は構造性能の指標としてひずみエネルギーとし，最も不得意な荷重分布に対して構造性能の優れた構造形態の創生を目指す．解析，モデル化には，Rhinoceros のプラグインである grasshopper を利用する．具体的には，grasshopper におけるモデル化から，有限要素法による構造解析プログラムを組み込んだ GH_CPython を用いて，構造解析を行う．

Fig. 1　レシプロカル構造

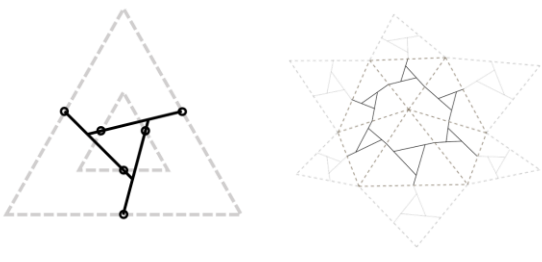

Fig. 2　分割を用いたモデル化

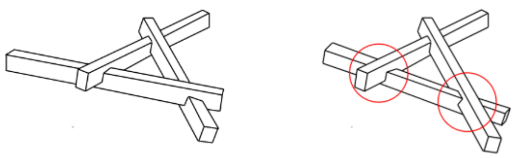

Fig. 3　相持ち判定

２． 理論

（１）回転ばね剛性

研究の知見に基づく力学的仮定やめり込み実験の結果をもとに，加圧面の長さ，幅，材厚，余長部の寸法を変数としためり込み基準式[3]を応用し，Reciprocal Frame 構造の回転ばね剛性の定式化を行う．式中の記号については Fig. 4 に示す．めり込み基準式より，(6)式が表される．

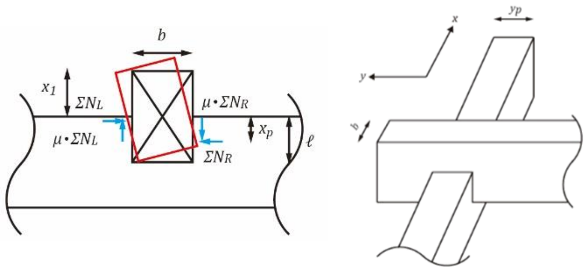

Fig. 4　接合部めり込みと寸法

$$\Sigma N_R = \frac{(l-x_p)^2 y_p C_y E_\perp \theta}{b} \times \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\Sigma N_L = \frac{{x_p}^2 y_p C_y E_\perp \theta}{b} \times \left[\frac{1}{2} + \frac{2b}{3x_p}\left\{1 - \mathrm{e}^{\left(\frac{-3x_1}{2b}\right)}\right\}\right] \quad (2)$$

$$\Sigma M_R = \frac{(l-x_p)^3 y_p C_y E_\perp \theta}{b} \times \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\Sigma M_L = \frac{{x_p}^3 y_p C_y E_\perp \theta}{b} \times \left[\frac{1}{3} + \frac{2b}{3x_p}\left\{1 - \mathrm{e}^{\left(\frac{-3x_1}{2b}\right)}\right\}\right] \quad (4)$$

$$\theta_y(rad) = \frac{HF_m}{x_p E_\perp \sqrt{C_x C_y C_{xm} C_{ym}}} \quad (5)$$

$$M_y = K_\theta \theta_y \quad (6)$$

Y 軸方向は全体が加圧面となり縁端距離がゼロであるため，C_y=1，x 方向のつり合い$\Sigma N_R = \Sigma N_L$より

$$x_p = \frac{3l^2}{4b\left\{1 - \mathrm{e}^{\left(\frac{-3x_1}{2b}\right)}\right\} + 6l} \quad (7)$$

モーメントのつり合い$\Sigma M_R + \Sigma M_L + \Sigma N_R \times \mu b = M$より

$$\frac{y_p E_\perp \theta}{3b}\left({x_p}^3 + 2{x_p}^2 b\left\{1 - \mathrm{e}^{\left(\frac{-3x_1}{2b}\right)}\right\} + (l-x_p)^3 + \frac{3}{2}(l-x_p)^2 \mu b\right) = M \quad (8)$$

また，$K_\theta = \frac{M}{\theta}$であることから，(8)式より

$$K_\theta = \frac{y_p E_\perp}{3b}\left({x_p}^3 + 2{x_p}^2 b\left\{1 - \mathrm{e}^{\left(\frac{-3x_1}{2b}\right)}\right\} + (l-x_p)^3 + \frac{3}{2}(l-x_p)^2 \mu b\right) \quad (9)$$

回転ばね剛性の式は(9)式となる．

（２）最悪荷重の算出[2]

確定荷重ベクトルを$\boldsymbol{f}_0$，不確定荷重ベクトルを$\boldsymbol{f}_k$としたとき，ある構造物にかかる荷重$\boldsymbol{f}_\mathrm{r}$は，

$$\boldsymbol{f}_r = \boldsymbol{f}_0 + g\boldsymbol{f}_k \quad (10)$$

と表せると仮定する． ここで，$|\boldsymbol{f}_0| = 1$および$|\boldsymbol{f}_k| = 1$であるとし，gはある荷重係数とする．

また，この荷重における釣り合い方程式は次のようになる．

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{f}_r \quad (11)$$

ただし，$\boldsymbol{K}$は構造物の剛性マトリクス，$\boldsymbol{u}$は変位ベクトルとする． 以上より，不確定荷重を含むコンプライアンスCは次のように表される．

$$\begin{aligned} C &= \boldsymbol{f}_r^T \boldsymbol{u} \\ &= \boldsymbol{f}_r^T \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{f}_r \\ &= \boldsymbol{f}_0^T \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{f}_0 + g^2 \boldsymbol{f}_k^T \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{f}_k + 2g \boldsymbol{f}_0^T \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{f}_k \\ &= \boldsymbol{f}_0^T \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{f}_0 + \lambda \end{aligned} \quad (12)$$

λは不確定性に関連する項であるので，ロバストコンプライアンスを考えるにあたってこの部分に着目する．
このとき，コンプライアンスCを最大とする荷重を最悪荷重と呼び，最悪荷重時の荷重分布はλが最大値をとるときのf_rである．

$$\lambda = g^2 \boldsymbol{f}_k^T \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{f}_k + 2g \boldsymbol{f}_0^T \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{f}_k \quad (13)$$

ここで，$\mathbf{A} = g^2 \boldsymbol{K}^{-1}$，$\boldsymbol{b} = -2g\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{f}_0$とすると，

$$\begin{aligned} \lambda &= \boldsymbol{f}_k^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{f}_k + \boldsymbol{b}^T \boldsymbol{f}_k \\ &= \boldsymbol{f}_k^T (\boldsymbol{A}\boldsymbol{f}_k - \boldsymbol{b}) \end{aligned} \quad (14)$$

と表せる．また，$|\boldsymbol{f}_k| = 1$より$\boldsymbol{f}_k^T \boldsymbol{f}_k = 1$であり，上式は次のように変形できる．

$$\begin{aligned} \lambda \boldsymbol{f}_k^T \boldsymbol{f}_k &= \boldsymbol{f}_k^T (\boldsymbol{A}\boldsymbol{f}_k - \boldsymbol{b}) \\ \boldsymbol{f}_k^T (\boldsymbol{A}\boldsymbol{f}_k - \boldsymbol{b} - \lambda \boldsymbol{f}_k) &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

したがって，最悪荷重時の不確定荷重によるコンプライアンスは次のような非斉次固有値問題の最大固有値として得られる．

$$(\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I})\boldsymbol{f}_k = \boldsymbol{b} \quad (16)$$

(16)式の非斉次固有値問題を次のように変形する．

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I})\boldsymbol{f}_k &= \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{f}_k &= (\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I})^{-1} \boldsymbol{b} \end{aligned} \quad (17)$$

ここで，$|\boldsymbol{f}_k| = 1$より$|(\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{b}| = 1$であることから次式が成立する．

$$\{(\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{b}\}^T\{(\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{b}\} = 1 \tag{18}$$

上式を次のように変形する．

$$1-\boldsymbol{b}^T\{(\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{b}\}^T(\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{b} = 0 \tag{19}$$

上式は, 次の行列 $\boldsymbol{T}$ 部分行列$(\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I})(\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I})^T$の schur 補行列となっている．したがって，

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I})(\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I})^T & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{b}^T & 1 \end{bmatrix} \tag{20}$$

(19)式より補行列がゼロ行列であることから行列$\boldsymbol{T}$は特異となり，行列式は 0 となる．

$$\det\boldsymbol{T} = \det\left((\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I})(\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I})^T - \boldsymbol{b}\boldsymbol{b}^T\right) \tag{21}$$

したがって，次のように行列式を展開すると，

$$\det(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^T - \lambda(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^T) + \lambda^2\boldsymbol{I} - \boldsymbol{b}\boldsymbol{b}^T) = 0 \tag{22}$$

となる．ここで，$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^T$，$\boldsymbol{Q} = -\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^T + \boldsymbol{b}\boldsymbol{b}^T$とおくと，

$$\det(\lambda^2\boldsymbol{I} - \lambda\boldsymbol{P} - \boldsymbol{Q})\boldsymbol{f}_k = 0 \tag{23}$$

したがって，$\boldsymbol{y} = \lambda\boldsymbol{f}_k$となるベクトル$\boldsymbol{y}$を導入すると，

$$\begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{Q} & \boldsymbol{P} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \boldsymbol{f}_k \\ \boldsymbol{y} \end{Bmatrix} = \lambda\begin{Bmatrix} \boldsymbol{f}_k \\ \boldsymbol{y} \end{Bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{b}\boldsymbol{b}^T - \boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^T & \boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^T \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \boldsymbol{f}_k \\ \boldsymbol{y} \end{Bmatrix} = \lambda\begin{Bmatrix} \boldsymbol{f}_k \\ \boldsymbol{y} \end{Bmatrix} \tag{24}$$

これは標準形の固有値問題であり，取り扱いやすい形となっている． これをべき乗法などにより解き，$\lambda_{\max}$とそのときの固有ベクトル$\{\boldsymbol{f}_k, \boldsymbol{y}\}^T$を求めることで，最悪荷重時の不確定荷重ベクトル$\boldsymbol{f}_k$を求められる．

（３）地震危険度解析[5]

ある期間内に，ある地点に生じる地震動の強さを確率的に予測することを，地震危険度解析という． 地震危険度は，将来発生する地震によって生じる地盤上や地震基盤面での地震動の大きさを確率的に表すものであり，地震危険度の指標としては，再現期間 100 年の最大加速度または最大速度などが用いられる．

地震危険度解析の最も基本的なモデルとして，点震源，グーテンベルク—リヒター式(G-R 式)，および単純ポアソン過程を仮定した場合の地震危険度の推定を考える．

地震によって，震源距離rの地点に生じる最大地動強さY_{max}の確率分布を求める．マグニチュードm，震源距離rと地動強さyの関係を表す式をアテニュエーション式(減衰式)という．ここでは，次のように仮定する．

$$y = a_1 e^{a_2 m} r^{-a_3} \tag{25}$$

このとき，t年最大地動強さの確率分布関数および確率密度関数は，次のような形で表現することができる．

$$F_{Y_{max}}(y,t) = e^{-N_0 t (y_0/y)^k} = \mathrm{e}^{-(v_t/y)^k} \quad ,\ (\mathrm{y} \geq \mathrm{y}_0) \tag{26}$$

$$f_{Y_{max}}(y,t) = \frac{k}{v_t}\left(\frac{v_t}{y}\right)^{k+1}\mathrm{e}^{-(v_t/y)^k} \tag{27}$$

$$v_t = \mathrm{y}_0(N_0 t)^{1/k} \tag{28}$$

ここで，y_0はマグニチュードの下限値に対応する地動強さ，v_tはt年最大地動の特性最大値に相当する．また，kは以下のように表されるとする．

$$k = \frac{\beta}{a_2} \tag{29}$$

t年間におけるy以上の最大地動の発生確率（t年超過確率）P_{Y_t}は次のように求められる．

$$P_{Y_t} = 1 - F_{Y_{max}}(y,t) = 1 - e^{-N_0 t (y_0/y)^k}$$
$$= 1 - \mathrm{e}^{-(v_t/y)^k} \tag{30}$$

また, 1 年間におけるy以上の最大地動の発生確率（年超過確率）P_{Y_1}は次のように求められる．

$$P_{Y_1} = 1 - F_{Y_{max}}(y,1) = 1 - e^{-N_0 (y_0/y)^k} \tag{31}$$

ここで, $N_0 t(y_0/y)^k$が十分小さいとき, 近似的な年超過確率は以下のようになる．　$(1-e^{-x} \fallingdotseq x)$

$$P_{Y_1} \approx N_0\left(\frac{y_0}{y}\right)^k \tag{32}$$

y以上の最大地動の平均再現期間Tは，近似的に発生確率がP_{Y_1}のベルヌーイ過程と考えれば，次式になる．

$$T = \frac{1}{P_{Y_1}} = \frac{1}{N_0\left(\frac{y_0}{y}\right)^k} = \frac{1}{N_0}\left(\frac{y_0}{y}\right)^k \tag{33}$$

再現期間Tに相当する地動強さは次のようになる．

$$y = \mathrm{y}_0(N_0 T)^{1/k} \tag{34}$$

３．最悪荷重時ひずみエネルギーの算出

（１）不確定荷重係数ｇの算定

地震危険度解析の理論を用いて，ある再現期間Tに相当する地動強さを求め，不確定荷重係数gを算定する．

再現期間Tに相当する地動強さは式(34)より，

$$y = y_0(N_0T)^{1/k} \tag{35}$$

ここで，文献(11)より，次のような仮定をする．

・考慮する地震マグニチュードの下限値m_0：m_0=5.5

・地震の年平均発生数N_0：N_0=1

・加速度アテニュエーション式：$y = 15e^{1.4m}r^{-1.7}$

・震央距離r：r=100km

仮定した加速度アテニュエーション式より$a_1 = 15$,$a_2 = 1.4$,$a_3 = 1.7$である．また，b値を一般的な値として$b = 1.0$とすると，$\beta = 1.0\cdot\ln 10$となる．以上の仮定より，y_0およびkは以下のようになる．

$$\begin{aligned} y_0 &= 15e^{1.4\times5.5}\cdot100^{-1.7} \\ &\fallingdotseq 13.2 \end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned} k &= \frac{\beta}{a_2} = \frac{1.0\cdot\ln 10}{1.4} \\ &\fallingdotseq 1.64 \end{aligned} \tag{37}$$

したがって，再現期間Tに相当する地動強さy_Tは式(35)から以下のようになる．

$$y_T \fallingdotseq 13.2\times T^{1/1.64} \tag{38}$$

ここで，地動強さはフレシェ分布で表されるため，t年最大地動強さの平均値μは以下のように表される．

$$\mu = v_t\Gamma\left(1-\frac{1}{k}\right) \tag{39}$$

ここで，最大地動強さyが特性最大値v_tに等しいと仮定すると，式(39)は再現期間Tに相当する地動強さy_Tを用いて以下のように表せる．

$$\mu = y_T\Gamma\left(1-\frac{1}{k}\right) \tag{40}$$

ラチスシェル屋根構造設計指針[8]にて提案されている建築物性能マトリクスより，想定する荷重をレベル 1 相当とすると再現期間は 43 年となる．したがって，再現期間 43 年に相当する地動強さの平均値μ_{43}は以下のように算出される．

$$\begin{aligned} \mu_{43} &= y_{43}\times\Gamma\left(1-\frac{1}{k}\right) \\ &= 13.2\times(43)^{\frac{1}{1.64}}\times\Gamma\left(1-\frac{1}{1.64}\right) \\ &\fallingdotseq 294\ \left(\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}\right) \end{aligned} \tag{41}$$

したがって，不確定荷重として 294gal の地震動が作用すると想定する．

（２）既往の研究の解析モデルを用いた解析

メッシュ分割を用いたレシプロカル構造は，変数の数と範囲が膨大であり，制限なく形態創生を行えば，解析に膨大な時間がかかる．そこで，既往の研究の解析モデルを用いて最悪荷重分布による解析を行い，支持点数やランダム点数等，膨大な変数の中からひずみエネルギーの小さくなる値を推測する．

Table1　解析概要

使用材料	ヒノキ加工材	
支持条件	ピン支持	
接合条件	上端　：ピン接合 下端　：ばね接合	
荷重条件	節点集中荷重：1.0[kN/m²]	
制約条件	短期許容応力度（曲げ，軸力） 部材の長さ制限（6m）	
設計変数	部材せい，部材幅，切欠き比， 節点数，節点座標，支持点数	
変数範囲	部材せいh[mm]： 90,105,120,150,180,210,240,270,300	
	部材幅　b[mm]： 90,105,120,150,180,210,240,270,300	
	切欠き比　β：0.1,0.2,0.25,0.3,0.4,	
	節点数，支持点数：2～	

a) 目的関数

本研究では，構造的性能の指標としてひずみエネルギーを目的関数とする．ひずみエネルギーについては次の(42)式により算出する．

$$E_S = \sum_{n=1}^{nod}\int\{u_n\}^T\{F_n\} = \sum_{n=1}^{nod}\frac{1}{2}\{u_n\}^T\{F_n\} \tag{42}$$

u_n:節点変位ベクトル

F_n:n節点荷重ベクトル

nod:節点数

b) 解析結果

初期形状を半球，パイプ，トーラスとした場合の，ひずみエネルギーが最小となった個体を代表個体とした結果を Fig.5，Fig.6，Table2 に示す．Fig.5 については，x, y, z 方向の最悪荷重分布，Fig.6 については，x, y, z 方向の変位図，Table2 については各形状のパラメータを示している．まず，最悪荷重分布について，Fig.5 から半球とパイプについては水平方向の荷重が大きくなっており，トー

ラスについては鉛直方向の荷重が大きくなっている．これは，半球，パイプについては比較的ライズが高くなっていることから，水平方向の応答にも敏感になるためこのような荷重分布となったと考えられる．

次に，ひずみエネルギーについては半球が最大であり，トーラスが最小となっている．これは被覆面積の大小関係と一致しており，被覆面積が大きいと最悪荷重も大きくなることからこのような結果になったと考えられる．

次に，検定比についてはすべての形状で制約条件である短期許容応力度を満たす個体はないことが確認された．これは，既往の研究では鉛直方向の荷重のみを考慮していたことに加え，部材断面や支持点数など変数が膨大であり，最悪荷重分布を想定した場合は，検定比を満たす個体とならなかったためであると考えられる．

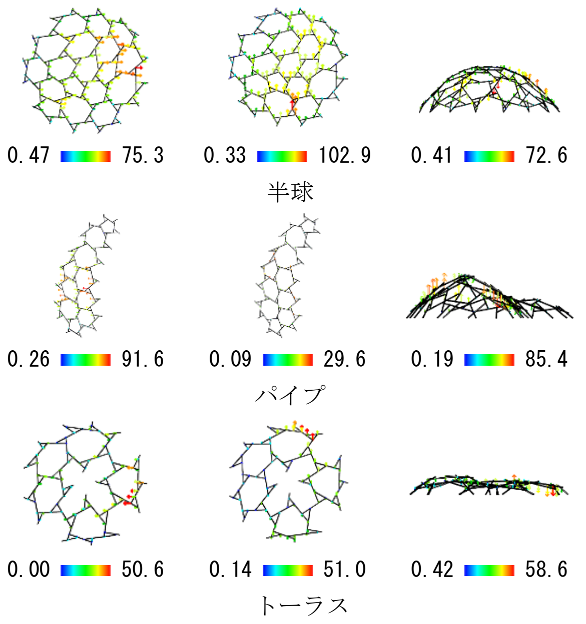

Fig. 5　各形状の x, y, z 方向最悪荷重分布[kN]

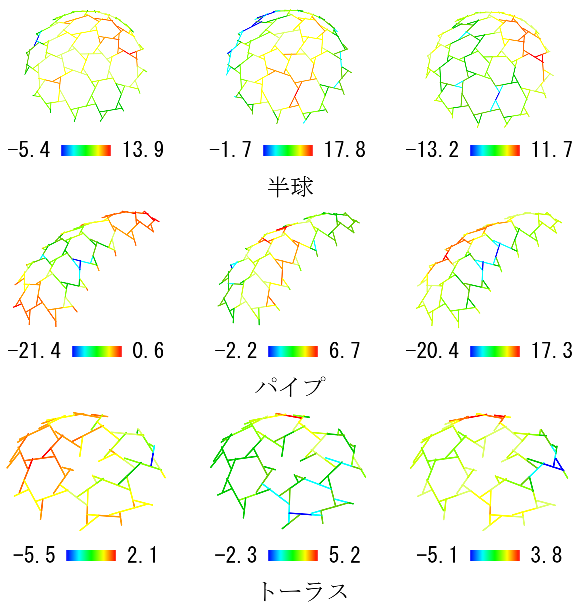

Fig. 6　各形状の x, y, z 方向変位図[cm]

Table2 各形状のパラメータ

	半球	パイプ	トーラス
ひずみエネルギー[N·m]	1.0×10^5	9.2×10^4	1.0×10^4
部材せい[mm]	150	300	300
部材幅[mm]	180	210	180
ライズ[m]	6.28	4.14	1.81
被覆面積[㎡]	314.1	308.2	188.5
検定比	NG	NG	NG

４．最悪荷重時ひずみエネルギーを目的関数とした形態創生

（１）解析概要

本節では，最悪荷重時ひずみエネルギーを目的関数とした構造形態創生を行う．形状ごとで最も不得意な荷重分布に対して構造性能の優れた形態の獲得を目指す．初期形状については 3 節と同様，半球，パイプ，トーラスとする．また，3 節の結果からひずみエネルギーの小さくなる変数の値を推測し，変数を減らしたうえで形態創生を行うものとする．

Table3　解析概要

使用材料	ヒノキ加工材
支持条件	ピン支持
接合条件	上端　：ピン接合 下端　：ばね接合
荷重条件	節点集中荷重：1.0[kN/m^2]
制約条件	短期許容応力度（曲げ，軸力） 部材の長さ制限（6m）
設計変数	部材せい，部材幅，切欠き比， 節点数，節点座標，支持点数
変数範囲	部材せいh[mm]： 150,180,210,240,270,300
	部材幅 b[mm]： 120,150,180,210,240
	切欠き比 β：0.25,0.3,0.4,
	節点数，支持点数：6～

（２）形態創生結果

初期形状を半球，パイプ，トーラスとした場合の，ひずみエネルギーが最小となった個体を代表個体とした結果を Fig.7，Fig.8，Fig.9，Table4 に示す．Fig.7 については x, y, z 方向の最悪荷重分布，Fig.8 については x, y, z 方向の変位図，Fig.9 については横軸にライズ，縦軸にひずみエネルギーを取り表した結果，Table4 については各形状のパラメータを示している．

まず，最悪荷重分布について，Fig.7 から全ての形状で鉛直方向の荷重が大きくなっている．3 章では半球とパイプは水平方向の荷重が大きく，これは 3 章に比べライズが低くなっていることから，水平方向の応答に鈍感になり，水平方向の荷重が小さくなったと考えられる．

次にひずみエネルギーについては，全ての形状で 3 節よりも小さい個体を獲得することができている．3 章に比べ，半球とパイプについてはライズが低くなっており，トーラスについてはライズが高くなっている． また，Fig 9 からも分かるように，比較的ひずみエネルギーが小さくなる ライズがあることが確認された．これは，ライズが高すぎると水平方向の応答に敏感になりすぎること，低すぎると鉛直方向に過度に荷重が分布することに加え，部材せいも小さくなることから構造物全体の剛性が小さくなるためであると考えられる．

次に，検定比についてはトーラスのみ満たす個体を獲得している．これについてはトーラスの被覆面積が最も小さく，最悪荷重値が小さくなっていることが要因だと考えられる．

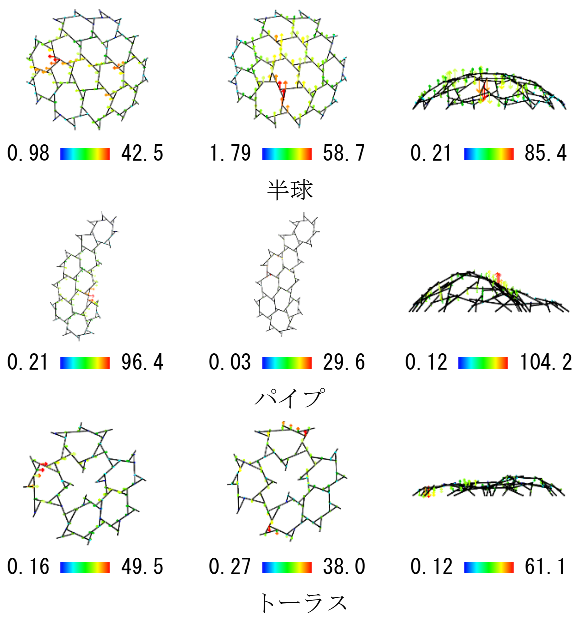

Fig. 7　各形状の x, y, z 方向最悪荷重分布[kN]

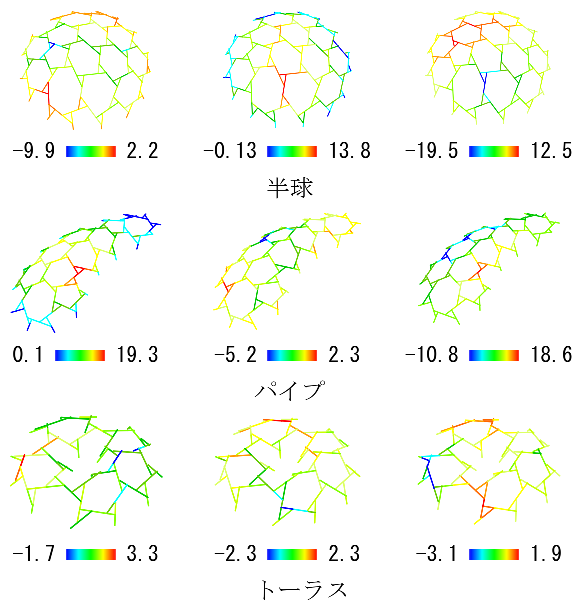

Fig. 8　各形状の x, y, z 方向変位図[cm]

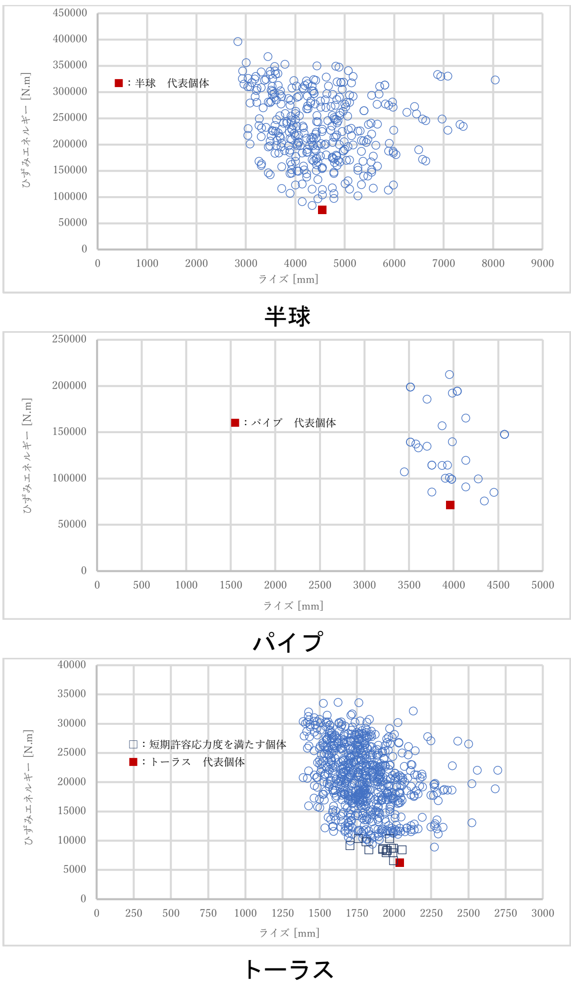

Fig. 9　各形状のライズとひずみエネルギー

Table4 各形状のパラメータ

	半球	パイプ	トーラス
ひずみエネルギー[N･m]	7.5×10^4	7.1×10^4	6.2×10^3
部材せい[mm]	300	300	300
部材幅[mm]	210	240	240
ライズ[m]	4.55	3.96	2.04
被覆面積[㎡]	314.1	308.2	188.5
検定比	NG	NG	OK

５．最悪荷重時ひずみエネルギーを目的関数とした形態創生（被覆面積 188.5 ㎡に統一）

（１）解析概要

4 章の結果より，被覆面積が大きい半球とパイプについては短期許容応力度を満たす個体を獲得することができなかった．そこで本節では，半球及びパイプの被覆面積をトーラスの被覆面積 188.5 ㎡に統一して形態創生を行い，最悪荷重時ひずみエネルギーが小さく，短期許容応力度を満たす個体の獲得を目指す． 初期形状は半球とパイプとし，解析概要と変数については 4 章と同様とする．

Table5　解析概要

使用材料	ヒノキ加工材
支持条件	ピン支持
接合条件	上端　：ピン接合 下端　：ばね接合
荷重条件	節点集中荷重：1.0[kN/m^2]
制約条件	短期許容応力度（曲げ，軸力） 部材の長さ制限（6m）
設計変数	部材せい，部材幅，切欠き比， 節点数，節点座標，支持点数
変数範囲	部材せいh[mm]： 150,180,210,240,270,300
	部材幅 b[mm]： 120,150,180,210,240
	切欠き比 β：0.25,0.3,0.4,
	節点数，支持点数：6～

（２）解析結果

初期形状を半球，パイプとした場合の，ひずみエネルギーが最小となった個体を代表個体とした結果を Fig. 10, Fig.11，Fig.12，Tabl.6 に示す．Fig.10 については x, y, z 方向の最悪荷重分布，Fig.11 については x, y, z 方向の変位図，Fig.12 については横軸にライズ，縦軸にひずみエネルギーを取り表した結果，Table.6 については各形状のパラメータを示している．

まず，最悪荷重分布について，Fig.10 から全ての形状で鉛直方向の荷重が大きくなっている. 4 章の結果も併せて考慮すると，レシプロカル構造は空間構造であることから，水平方向よりも鉛直方向の荷重が不得意であることが分かる．また，被覆面積を小さくしたことから，最悪荷重値は 4 章に比べて x，y，z 方向の全てで小さくなっており，それに伴い Fig.11 からも分かるように全ての形状で変位応答が小さくなっている．このことから，形状を問わず被覆面積の設定は非常に重要であることが分かる.

次にひずみエネルギーについては，被覆面積を小さくしたことから全ての形状で 4 章よりも小さい個体を獲得することができている．また，Fig 12 からも分かるように，4 勝と同様，比較的ひずみエネルギーが小さくなる ライズがあることが確認された．これは，ライズが低すぎる場合，部材せいが小さくなり断面二次モーメントが減少することに加え，最悪荷重が鉛直方向に過度に分布するため，応答が大きくなってしまうことが原因であると考えられる．ライズが高すぎる場合，部材せいについては大きくなり，断面二次モーメントは増加するが，水平方向の応答に敏感になりすぎるため，構造物全体としての応答が大きくなってしまうためであると考えられる．

次に，検定比については全ての形状で満たす個体を獲得することができている．これについては被覆面積を小さくしたことにより，最悪荷重値が小さくなったことが要因だと考えられる．また，取り出した個体数については既往の研究よりも変数の幅を小さくしたものの，メッシュ分割によるレシプロカル構造として成り立つモデルの母数に大きな差があり，試行回数を増加させることで，検定比を満たす個体数及びさらにひずみエネルギーの小さい個体を獲得できる可能性は上がると考えられる.

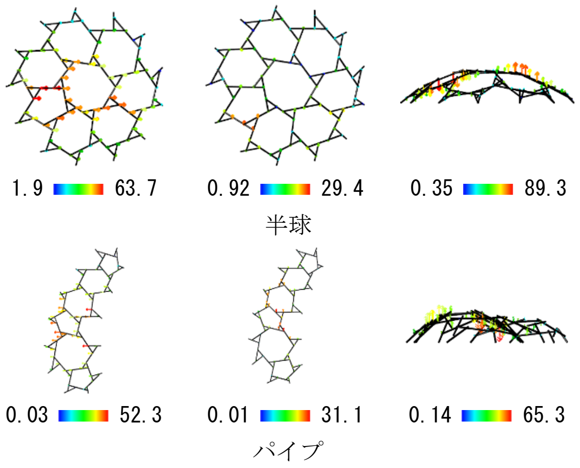

Fig. 10　各形状の x, y, z 方向最悪荷重分布[kN]

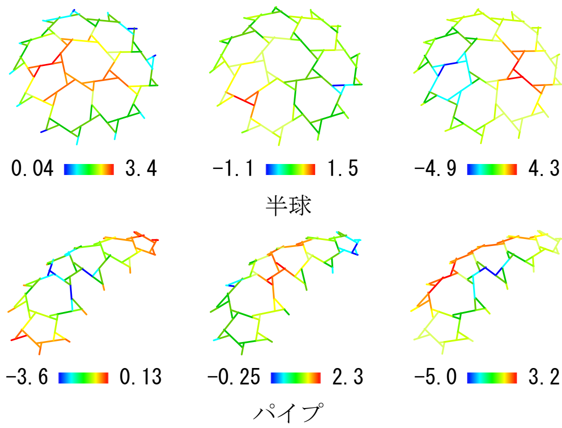

Fig. 11　各形状の x, y, z 方向変位図[cm]

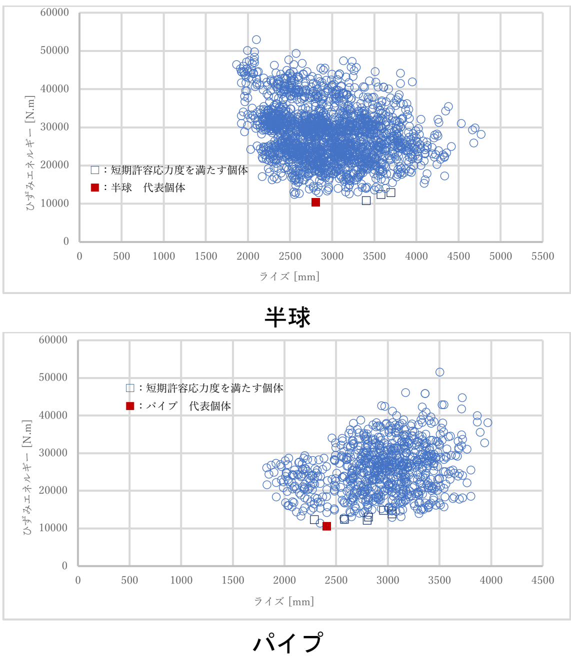

Fig. 12　各形状のライズとひずみエネルギー

Table6 各形状のパラメータ

	半球	パイプ
ひずみエネルギー［N･m］	1.0×10^4	7.1×10^4
部材せい[mm]	300	300
部材幅[mm]	240	240
ライズ[m]	2.81	2.41
被覆面積[㎡]	188.5	188.5
検定比	OK	OK

６． 結語

（１）総括

本研究で提案した構造形態創生は，確定荷重と不確定荷重を同時に考慮したロバストコンプライアンスの定式化から，メッシュ分割によるレシプロカル構造における最も不得意な荷重分布である最悪荷重分布に対して，ひずみエネルギーが小さくなる形態の獲得を目指し，複数の形状を用いて荷重分布および応答値等の力学的性能の面から論じた．

結果から，ひずみエネルギーについては初期形状によらず，部材せい，部材幅の影響を強く受けるため，部材せい及び部材幅の大きい個体がひずみエネルギーの小さい個体となる傾向にあった．また，トーラスは比較的ひずみエネルギーが小さくなる傾向にあることが確認された．その理由として，内周部分と外周部分で支持部分が２箇所あり，スパンが抑えられるため応答値が小さくなったためだと考えられる．

最悪荷重分布については，鉛直方向に荷重が大きく出る傾向にあり，応答も鉛直方向に敏感だが，ライズが高くなる，もしくは平面形状に長軸短軸がある場合には短軸方向の水平方向にも鉛直方向と近しい荷重が出ることから，水平方向にも敏感になることが確認された．

すべての形状で，比較的ひずみエネルギーが小さくなるライズがあり，これについてはライズが低すぎると部材せいが小さくなることで断面二次モーメントが減少することに加えて，最悪荷重が鉛直方向に過度に分布するため，応答が大きくなってしまうためであると考えられる．ライズが高すぎる場合は，水平方向の応答にも敏感になるため，構造物全体としての応答が大きくなってしまうためであると考えられる．

メッシュ分割によるレシプロカル構造では，メッシュの作成がランダムであることから，必ずしも性能の優れた形状を獲得できるとは限らず，取り出す個体数にもかなり差はあるが，本研究で行ったように目的関数に対して変数の幅を小さくすることや，試行回数を増やすことで優れた個体を獲得できる可能性は上がると考えられるため，目的に応じてよりよい形状を獲得する際には有効である．

（２）今後の展望

本研究は，レシプロカル構造の初歩的な研究の一部であり，メッシュ分割によるレシプロカル構造では膜を張ることが想定されるため，風による吹き上げに対して浮き上がりの検討を行う必要がある．また，本研究では構造性能の指標としてひずみエネルギーを目的関数としたが，経済性の指標として建設コストや材料損失などの目的関数や制約条件も考慮した多目的最適化を行うことで，力学的性能だけでなく経済的合理性も確保した形状を獲得できると考えられる．そういった検討をさらに重ねていくことで，純粋な木造でのレシプロカル構造の実現に近付くのではないかと思われる．

謝辞：本論文を書き納めるにあたり，多くの方にご指導，ご助言，ご協力を賜りました．その全ての方に感謝の意を謹んで示し，謝辞と致します．

参考文献

(1) 石川椋：マルチプルレシプロカル構造の歪みエネルギーと材料損失率を目的関数とした多目的最適化，法政大学修士論文，2020
(2) 小宮嘉晃：ロバストコンプライアンスを目的関数としたラチスシェル構造物の形態創生に関する研究，法政大学修士論文，2019
(3) 稲山正弘：木材のめり込み理論とその応用，東京大学学位論文，1991
(4) 日本建築学会：木質構造基礎理論，丸善，2010
(5) 野々川肇：確率論的手法を用いた長期優良住宅のライフサイクル建築コストの試算，法政大学，2018
(6) 伊藤文明：ドーム状レシプロカル構造の地震力を考慮した構造形態創生，法政大学修士論文，2019
(7) 冨永大貴：ドーム状レシプロカル構造の接合部剛性を考慮した構造形態創生，法政大学卒修士論文，2018
(8) 日本建築学会：ラチスシェル屋根構造設計指針，丸善，2016
(9) 冨永大貴： 歪みエネルギーと被覆面積を目的関数としたドーム式レシプロカル構造の位相最適化に関する研究，法政大学卒業論文，2016
(10) Godthelp, T.S.：Timber reciprocal frame structure, Eindhoven University of Technology, 2019
(11) 柴田明徳：確率的手法による構造安全性の解析 森北出版株式会社，2005
(12) 神田順：安全な建物とは何か:地震のたび気になる“建築基準”，技術評論社，2010
(13) 日本建築学会：木質構造接合部設計マニュアル，丸善，2009
(14) 日本建築学会：コンクリートシェル構造設計ガイドブック，丸善，2020
(15) 藤井大地：パソコンで解く骨組みの力学，丸善，1998
(16) 藤井大地：Excel で解く 3 次元建築構造解析，丸善，2005