

ラチスシエル構造における最悪不整時座屈荷重を目的関数とした位相最適化

鈴木, 柊冴 / SUZUKI, Shugo

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院デザイン工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. デザイン工学研究科編 / Bulletin of graduate studies.
Art and Technology

(巻 / Volume)

13

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

6

(発行年 / Year)

2024-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00030960>

ラチスシェル構造における最悪不整時座屈荷重を 目的関数とした位相最適化

TOPOLOGY OPTIMIZATION OF LATTICE SHELL STRUCTURES FOR BUCKLING LOAD AT THE WORST IRREGULARITY

鈴木 柊 冨

Shugo SUZUKI

主査 浜田 英明

法政大学大学院デザイン工学研究科建築学専攻修士課程

The present paper handles the issue of topology optimization of lattice shell structures for buckling load at the worst irregularity. This paper shows the examination of the issue of optimization with respect to topology on the latticed structures.

Key Words : Topology, Voronoi tessellation, Worst Imperfection, Imperfection Sensitivity

1. はじめに

近年、コンピュータの飛躍的進歩に伴い大容量高速解析が可能となり、構造物の解析対象領域も飛躍的に拡大され、これまで手をつけることができなかった複雑で不定形な構造物の実現を可能にするほどに、現代の技術は成熟した時代を迎えており、詳細な条件を入力した構造解析を行うことができるようになった。その中でバイオミミクリーも注目され、取り入れられている。その理由として、今までの努力によって生まれた様々な技術や効率化が限界に近づいているからであり、頭うちの傾向にあったためである。その中で限界を知ることなく進化を続けている歴史を持つ生物からその知恵を借り、今までにないものを生み出しているのである。しかし、構造形態の多様化により、施工が難しくなり施工誤差のリスクが高まっている。そして、空間構造物の構造設計上で重要な座屈耐力の予測に対して、施工上不可避な初期不整が大きく影響する可能性があるため、初期不整による座屈耐力の低下がどの程度なのか予測しなければならぬ。近年では、形状初期不整を考慮した弾塑性座屈解析が盛んにおこなわれている。ある特定の形状初期不整が構造物の座屈性状に与える影響を検討した研究は多くあるが、どのような不整分布が最も影響を与えるのか、予測不可能な形状初期不整をどの程度算定すべきかについて、研究はあまり行われていない。小田¹⁾、作山²⁾は、不整分布に着目し初期不整によって低下する座屈耐力の合理的な解析法として、最悪不整を提案した。最悪不整とは構造体にとって最も座屈耐力にクリティカルな影響を及ぼす不整分布のことである。

本研究では、不整のない完全形時の座屈耐力に対して、最悪不整時の座屈耐力の低下率を不整敏感度とし、不整敏感度に位相が与える影響を考察・最適化を行う。

2. 理論

(1) 最悪不整モード

最悪不整とは、構造物にとって最も座屈耐力が低下する初期不整の分布のことである。

構造物の完全状態の設計節点座標を $\mathbf{r}_0$ 、その節点に生じる形状不整モードを $\mathbf{r}_1$ とする ($|\mathbf{r}_1| = 1$)。不整振幅量を g とすると、構造物の形状は

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + g\mathbf{r}_1 \quad (1)$$

この構造物の i 次線形座屈固有値 λ_i は $\mathbf{r}$ の関数であり、 $\lambda_i(\mathbf{r})$ と表すことができる。 $\mathbf{r}_0$ は既定値として、 $\mathbf{r}_1$ を変数として扱うこととし、 $\mathbf{r}_1$ について線形一次近似すると

$$\lambda_i(\mathbf{r}_0 + g\mathbf{r}_1) = \lambda_i(\mathbf{r}_0) + \frac{\partial \lambda_i}{\partial \mathbf{r}}(g\mathbf{r}_1) \quad (2)$$

となる。ここで(2)式の右辺第2項が負の最小値をとる時の $\mathbf{r}_1$ がこの構造物にとっての最悪不整モードのはずである。そこで $\Lambda_i = -\frac{\partial \lambda_i}{\partial \mathbf{r}}\mathbf{r}_1$ と置き、この最大値をとる $\mathbf{r}_1$ を求めることとする。ここで、 $\mathbf{a}_i^T = -\frac{\partial \lambda_i}{\partial \mathbf{r}}$ として、 $\Lambda_i = \mathbf{a}_i^T \mathbf{r}_1$ 、 $\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_1 = 1$ より

$$\Lambda_i \mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_1 = \mathbf{a}_i^T \mathbf{r}_1 \quad (3)$$

式(3)より $\Lambda_i \mathbf{r}_1 = \mathbf{a}_i$ が得られる. つまり, $\mathbf{r}_1$ は $\mathbf{a}_i$ の正規化されたベクトルであり, Λ_i は $\mathbf{a}_i$ のノルムであることが分かる. したがって, 最悪不整時の座屈係数は, 次式より決まる.

$$\lambda_i = \lambda_i(\mathbf{r}_0) - \left| \frac{\partial \lambda_i}{\partial \mathbf{r}} \right| g \quad (4)$$

以上より, 最悪不整モードを求めるには, $\mathbf{a}_i^T = -\frac{\partial \lambda_i}{\partial \mathbf{r}}$, すなわち i 次線形座屈固有値 λ_i の $\mathbf{r}$ に対する感度を求めることで導出できる.

(2) 不整敏感度

最悪不整時の線形座屈係数 $\tilde{\lambda}$ は次式で表現できる.

$$\tilde{\lambda} = \lambda_0 - g|\Delta \lambda| \quad (5)$$

不整のない線形座屈固有値 λ_0 に対する最悪不整時の線形座屈係数 $\tilde{\lambda}$ の比を $\rho = \tilde{\lambda}/\lambda_0$ とおくと

$$\rho = 1 - g \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0} \quad (6)$$

部材断面に関する量を h とおき, 最大振幅量を $w_{\max}$ とおくと, 不整による線形座屈荷重の低減率 ρ は $k = w_{\max}/h$ の関数として表現できる.

$$\rho = 1 - \phi \frac{w_{\max}}{h} \quad (7)$$

ただし, ϕ は接線勾配を表し, この値が大きいほど不整により急激に座屈耐力が減少することから, これを不整敏感度と呼ぶことにする.

また, g と k の関係は次式のように書ける.

$$g \cdot d_{\max} = w_{\max} = kh, \quad g = \frac{kh}{d_{\max}} \quad (8)$$

ここで, $d_{\max}$ は $\mathbf{r}_1$ により生じる各節点の不整量のうち最大のものを表す.

不整敏感度 ϕ は式(6)と式(7)より次式のように書ける.

$$\phi = \frac{|\nabla \lambda|}{\lambda_0} \cdot \frac{h}{d_{\max}} \quad (9)$$

式(9)より, 不整敏感度は無次元量である. 異なる構造物間で, この値を比較することにより不整により敏感もしくは鈍感な構造物かを簡便的に判別することができる.

(3) ボロノイとは⁴⁾⁵⁾

二次元または三次元空間内に指定された n 個の互いに異なる点 $P_1, P_2, \dots, P_n$ の集合を S とおき, 2点 P, Q の距離を $d(P, Q)$ で表す. 空間内の点 P で S に属する点のうち最も近い点が P_i であるという性質を持つものをすべて

集めてできる領域を $R(S; P_i)$ とおくと,

$$R(S; P_i) = \{P | d(P, P_i) < d(P, P_j), j \neq i\} \quad (10)$$

と表すことができ, その $R(S; P_i)$ を P_i のボロノイ領域という.

図1に二次元空間内でのボロノイ図の例を示す. 赤丸が S に属する点で, ボロノイ図の母点という. 二次元空間内の場合, 図1の実線部分に当たる二つのボロノイ領域をなす線分または半直線, 直線をボロノイ辺といい, 三つ以上のボロノイ領域の境界が共有する点をボロノイ点という. 三次元空間では, 二つのボロノイ領域の境界をなす面をボロノイ面といい, 三つ以上のボロノイ領域をなす線分または半直線, 直線をボロノイ辺といい, 四つ以上のボロノイ領域の境界が共有する点をボロノイ点と呼ぶ.

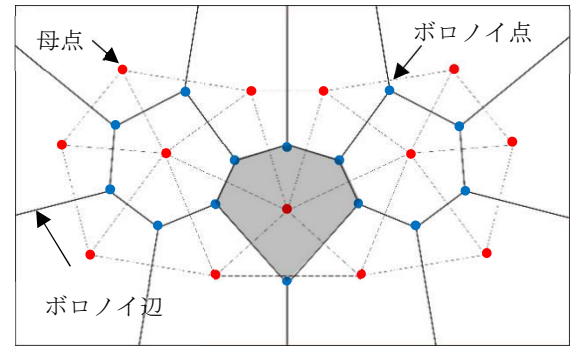


図1 ボロノイ図とドロネー図の例
(実線: ボロノイ図, 点線: ドロネー図)

次に二つの母点 P_i, P_j に対して

$$H(P_i; P_j) = \{P | d(P, P_i) < d(P, P_j)\} \quad (11)$$

とおく. $H(P_i; P_j)$ は P_j より P_i に近い点の集合であり, 二次元の場合は P_i と P_j を結ぶ垂直二等分線で区切られた半平面である.

また, ボロノイ領域は $H(P_i; P_j)$ を使用することで,

$$R(S; P_i) = \bigcap_{j \neq i} H(P_i; P_j) \quad (12)$$

と表すことができる. ゆえに, 二次元空間の場合のボロノイ領域は有限個の半平面の共通部分となり多角形となる. また, 多角形や多面体などをなす点集合 A に対して A の中の任意の二点を結んだ線分が A に含まれる場合, つまり内部または境界にある任意の二点間を結ぶ線分上の任意の点が, ふたたび内部または境界上の点である場合, A は凸であるという.

よって, 二次元ボロノイ図のボロノイ領域は凸多角形となる.

(4) デローニ図

ボロノイ図の各ボロノイ辺の両側の母点を線分で結ぶことによってデローニ図と呼ばれる図を描くことができる。図 1 の点線部分に当たる線分をデローニ辺といい、デローニ図に現れる三角形をデローニ三角形という。

ボロノイ辺とデローニ辺は一対一に対応しており、対応しているボロノイ辺とデローニ辺は互いに直交する。また、二次元ボロノイでは、ボロノイ辺は両側の母点から等しい距離にあるため、その母点を結ぶ線分、つまりデローニ辺の垂直二等分線上に載る。ボロノイ点は周り三点以上の母点(デローニ三角形を構成する三点)から等しい距離にあるため、それらの母点を通る円の中心となる。このことから、デローニ三角形の内部に存在するボロノイ点は、デローニ三角形の外心であるといえる。

このように、基本的にはボロノイ点一つに対し、デローニ三角形が一つ対応する。このことを利用して本稿では、ボロノイ点に荷重を入力する際の支配幅をデローニ三角形の面積を求めることに利用した。

3. 解析手法

本稿では、二次元問題としてラチス梁、三次元問題としてラチスシェルを用いて位相を生成し不整に対する敏感性を比較する。

(1) ラチス梁モデルの位相生成方法⁷⁾

解析概要を表 1 に示す。母点の配置方法は 4 行 25 列の 100 個の母点に、行と列に対してそれぞれ操作を加えることで分類分けを行う。

まず、母点を図 2 のように 4 行 25 列配置する。

その母点同士の距離の分布や大きさに操作を加えることで分類分けを行う。母点に加える操作は主に 2 種類ある。

一つは行、上下の点に対する操作、二つ目は列、隣接点同士に対する操作である。

行に対する分類は 2 種類ある。

一つ目は操作をしない「直線型」、二つ目は隣り合う点同士が上下入れ違う「千鳥型」である。

列に対する操作は 3 種類ある。

一つ目は操作しない「標準型」、二つ目は母点 4 行が下の行に行くにつれて点と点の間隔が狭くなっていく「下部密型」、その逆の「上部密型」、三つ目は左右に隣り合う母点同士の間隔が行ごとに異なる「疎密型」。

これらの方法で分類した母点配置パターンでボロノイ分割を行った個体をまとめ、左側を母点配置、右側をボロノイ分割で表したものを図 3 とする。

表 1 に解析概要を示す。また、デローニ分割も同様に行う。

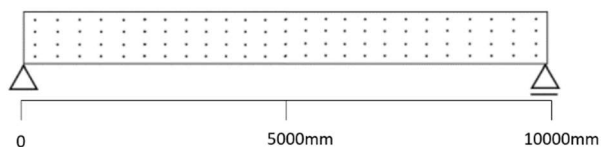


図 2 母点配置

表 1 解析概要

形状	スパン 10m, 梁せい 1m, 単純梁
支持・接合条件	左端部ピン, 右端部ローラー 主部材: 剛接合
荷重条件	鉛直等分布荷重 15kN/m
母点個数	100 個
鋼材諸元	$E = 2.05 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0.3$ $G = 7.94 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_y = 235 \text{ N/mm}^2$
部材断面	$\phi 60.5 \cdot 4.0$

(2) ラチスシェルの位相生成方法

ラチスシェルの位相パターンについて初期形状として一辺 50m のラチスシェルを用い、格子分割による位相の生成と任意で与えた母点に対し、ボロノイ分割とデローニ分割を行う 2 パターンを用いた。

格子分割では 2 方向格子のブレースを入れる場合と入れない場合、三方向格子、六角形格子としてそれぞれ角度分割と投影分割の二種類の分割方法を行い、格子分割として計六種類、ボロノイ分割とデローニ分割では母点総数 200 までとし、シェル全体に母点を生成するもの、1/4 の対象領域として境界辺に母点を生成するものとし、ものの六種類について不整敏感度最小化を目的関数とした位相最適化をそれぞれに行った。

表 2 に解析概要、図 4 に二方向格子の解析モデルを示す。

表 2 解析概要

形状	50m×50m ラチスシェル
支持・接合条件	隅角部ピン, 周辺ローラー
荷重条件	鉛直下向き 1.5kN/ m ²
母点個数	1~200 個
鋼材諸元	$E = 2.05 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0.3$ $G = 7.94 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_y = 235 \text{ N/mm}^2$
部材断面	$\phi 355.5 \times 6$

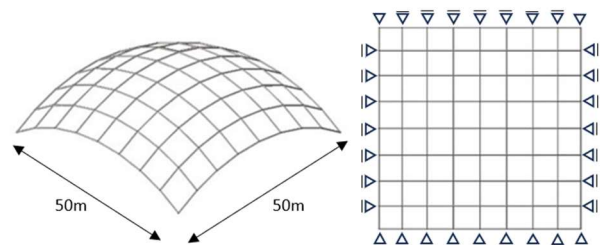


図 4 解析モデル

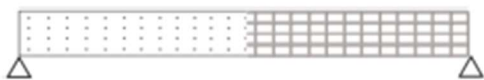
	直線型	千鳥型
標準型		
疎密Ⅰ型		
疎密Ⅱ型		
疎密Ⅲ型		
疎密Ⅳ型		
疎密Ⅴ型		
切込Ⅰ型		
切込Ⅱ型		
下部密型		
上部密型		

図 3 解析個体

4. 解析結果

(1) ラチス梁の結果・考察

直線型のボロノイ分割のひずみエネルギーと不整敏感度の関係を図 5 に示す。

棒グラフはひずみエネルギーの大きさを示し、中でも塗られた部分は軸ひずみエネルギーの大きさを、また総ひずみエネルギーに対する軸ひずみエネルギーの割合つまり軸力抵抗率を示す。また、折れ線グラフは不整敏感度を示す。

ひずみエネルギーが同程度の大きさを持つ場合、不整敏感度は軸力抵抗率が大きいと大きく不整に対して敏感である。これは同じ形状でもその構造物が軸力で抵抗しているか曲げて抵抗しているかが不整敏感度に大きく関係していると考えられるからである。

また不整敏感度が特に高い下部密、上部密、標準型、また比較のため疎密5型の4つの位相について部材長の正規分布曲線を見ると図6のようになる。

各位相について変動係数 cv を比較すると標準型が0.225と一番小さく、不整敏感度は一番大きいことより、位相についてはより整然とした位相であれば不整敏感度は大きくなり不整に対して敏感であると考えられる。

直線型のデローニ分割の結果を図7に示す。

ボロノイ分割と比較して、総ひずみエネルギーの大きさは全体として小さくなったが、軸力抵抗率は大きな値を持つ結果となった。

そしてボロノイ分割の結果から、軸力抵抗率が大きいと不整敏感度は大きくなるが、デローニ分割をした位相は、総ひずみエネルギーが小さいため、ボロノイ分割をした位相より全体として不整敏感度は小さい結果になったと

考えられる。

よって不整敏感度が小さい構造物とは、総ひずみエネルギーの大きさが小さく、曲げて抵抗する構造物であり、また位相としては不整然なものである。

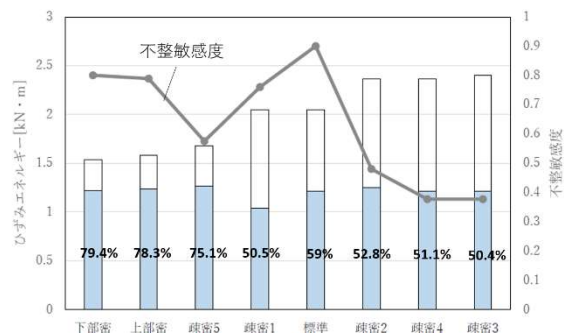


図5 ボロノイ分割のひずみエネルギーと不整敏感度

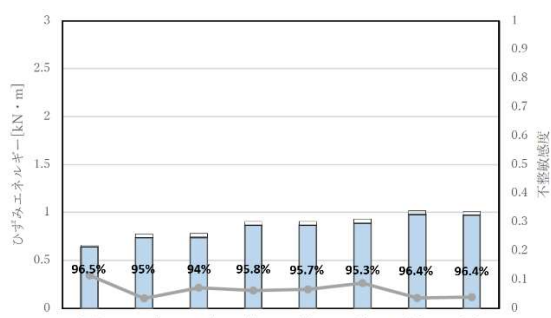


図7 デローニ分割のひずみエネルギーと不整敏感度

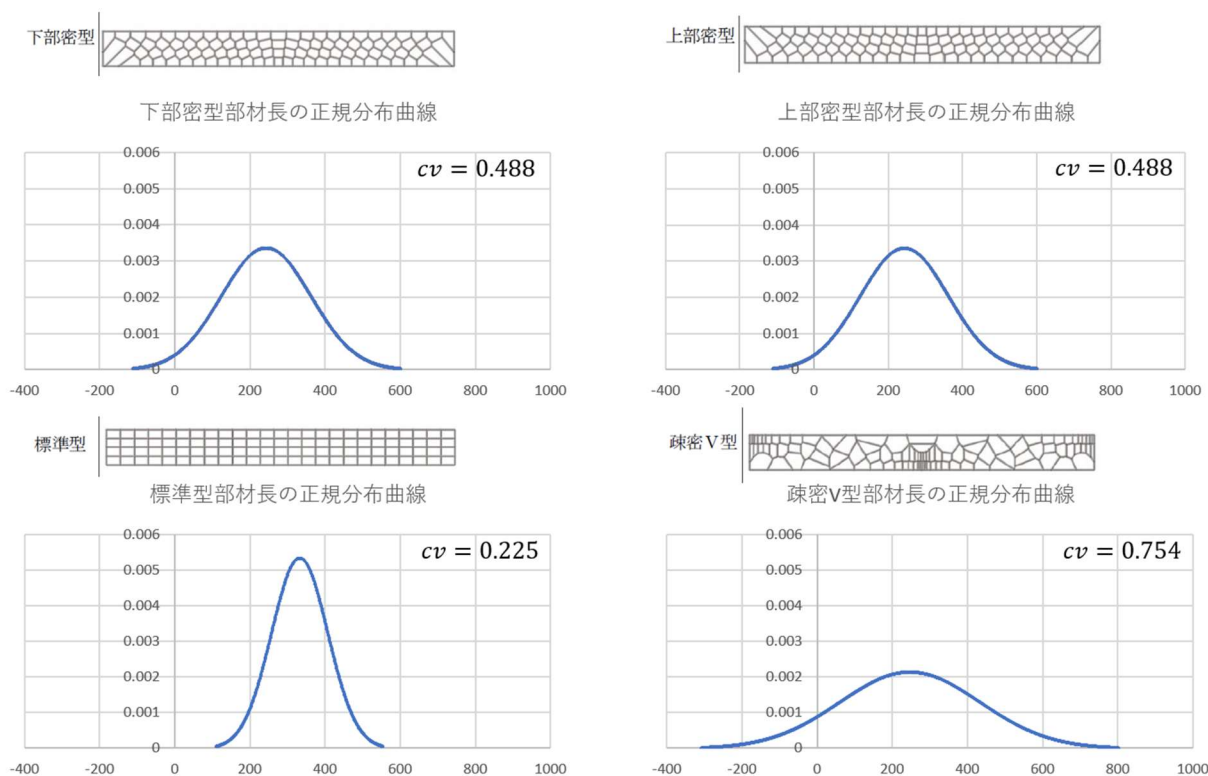


図6 各位相の部材長の正規分布と変動係数

(2) ラチスシェルの結果・考察

格子分割の結果を図8に示す. また不整敏感度 Φ , 総ひずみエネルギー U , 線形座屈荷重係数 λ_{cr}^{lim} , 軸力抵抗率 U_N/U を示す.

三方向格子について, 軸力抵抗率が94%と一番大きく軸力抵抗型の位相である.そのため不整敏感度が他の位相と比べて倍程度大きく, 不整に敏感であると考えられる. また, 二方向格子と六角形格子を比較すると不整敏感度は大きな差は現れなかった.これは, ブレースを入れた二方向格子の方は, 軸力抵抗率が10倍大きく軸力抵抗型であるが, 二方向格子の位相が持つ総ひずみエネルギーの大きさが六角形格子に比べて1/10と小さいため, 不整敏感度としては大きく差がないという結果になったと考えられる.

ボロノイ分割とデローニ分割において不整敏感度最小化を目的とした位相最適化の結果を図9に示す.

また不整敏感度 Φ , 内部に発生させた母点総数 n , 線形座屈荷重係数 λ_{cr}^{lim} , 軸力抵抗率 U_N/U を示す. 格子分割と比較してもシェル全体に母点を発生させた非対称のボロノイ分割は不整敏感度0.033と小さく, 不整に対して鈍感である.デローニ分割の位相でも同様の結果を示すため, ラチス梁と同様不整な位相であると考えられる. また, 平均部材長はどちらの位相も約4.5mであった.そして, 特にボロノイ分割では曲げで抵抗する構造物のため不整敏感度は小さくなったと考えられる.1/4の対称領域内に母点を発生させたものは線形座屈荷重係数は大きくなったが, 不整敏感度が大きく不整に対して敏感となった. よって, これらを比較すると鉛直下向きの荷重が加わる場合, 非対称な位相を持つと不整に対して鈍感であるといえる.

5. 結語

本稿では, 二次元ラチス構造物のラチス梁と三次元ラチス構造物のラチスシェルを例題として用い, 位相の生成手法としてバイオミクリーの考えであるボロノイ分割とその相反関係にあるデローニ分割を使用し不整に

対して鈍感な位相にはどのような特徴があるか, 比較考察を行った.

ラチス梁とラチスシェルどちらの形態であっても, 最悪不整時の不整敏感度が小さい構造物とは軸力支配率が小さい曲げで抵抗する構造物で, 位相は不整然であり, 非対称なものであるという結果を得た.

また以下に今後の研究への展望を挙げる.

不整に対して鈍感な位相の場合線形座屈荷重係数は小さくなるため, 不整敏感度最小化のみならず, 線形座屈荷重係数も目的関数とした多目的最適化の必要性がある.

その際, 本研究では荷重条件として鉛直方向下向きのみを考慮しているため, 水平力等の荷重に対しても考慮していく必要がある.

謝辞:

研究に際し, ご指導・ご教授いただいた浜田英明教授, また研究室の同期・先輩, 参考資料を提供していただいた方々に深く感謝を申し上げます.

参考文献

- 1) 小田純平, 浜田英明: 最悪不整時における不整敏感度最小化を目的関数としたラチスシェル構造物の二次元問題, 法政大学, 修士論文, 2020
- 2) 作山大地, 浜田英明: 不整敏感度最小化を目的としたラチスシェル構造の形態創生, 法政大学, 修士論文, 2022
- 3) 谷口健夫: FEMのための要素自動分割 デローニー三角分割法の利用, 森北出版株式会社, 1992
- 4) 杉原厚吉: なわぼりの数理個体 ボロノイ図からの数理工学入門, 共立出版株式会社, 2009
- 5) 栗田大輝, 浜田英明: ボロノイ分割を用いたラチスシェル構造物の形態創生に関する基礎的研究, 法政大学, 修士論文, 2019
- 6) 棟朝雅晴: 遺伝的アルゴリズム - その理論と先端的手法 -, 森北出版 2008
- 7) 原田建人, 浜田英明: 母点配置パターンを変数としたボロノイ分割を用いたラチス梁の形態創生, 法政大学, 学位論文, 2020

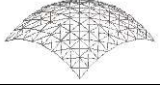
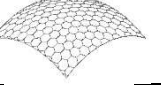
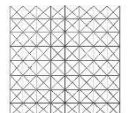
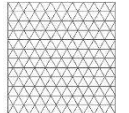
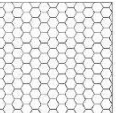
		
		
$\Phi = 0.0794$ $U = 12.88 \text{ kN} \cdot \text{m}$ $\lambda_{cr}^{lim} = 43.37$ $U_N/U = 76\%$	$\Phi = 0.142$ $U = 22.38 \text{ kN} \cdot \text{m}$ $\lambda_{cr}^{lim} = 31.47$ $U_N/U = 94\%$	$\Phi = 0.087$ $U = 131.48 \text{ kN} \cdot \text{m}$ $\lambda_{cr}^{lim} = 13.5$ $U_N/U = 7.6\%$
a) 二方向格子 ブレースあり	b) 三方向格子 投影長分割	c) 六角形格子 投影長分割

図8 格子分割代表個体

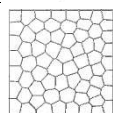
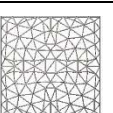
		
		
$\Phi = 0.033$ $n = 67$ $\lambda_{cr}^{lim} = 9.43$ $U_N/U = 4.5\%$	$\Phi = 0.049$ $n = 120$ $\lambda_{cr}^{lim} = 14.7$ $U_N/U = 60\%$	$\Phi = 0.07$ $n = 76$ $\lambda_{cr}^{lim} = 30.33$ $U_N/U = 59\%$
a) 非対称 ボロノイ分割	b) 非対称 デローニ分割	c) 1/4 対称 デローニ分割

図9 ボロノイ分割・デローニ分割の代表個体