

### 更新不可能な保証期間内に常時監視されるシステムに対する保証期間後の最適保全方策

吉澤, 実里 / YOSHIZAWA, Miri

---

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学研究科編

(巻 / Volume)

65

(開始ページ / Start Page)

44

(終了ページ / End Page)

51

(発行年 / Year)

2024-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00030788>

# 更新不可能な保証期間内に常時監視されるシステムに対する 保証期間後の最適保全方策

OPTIMAL POST-WARRANTY MAINTENANCE POLICY WITH MINIMAL REPAIR FOR A CONTINUOUSLY  
MONITORED SYSTEM IN NON-RENEWABLE WARRANTY PERIOD

吉澤実里

Miri YOSHIZAWA

指導教員 田村信幸

法政大学大学院理工学研究科システム理工学専攻修士課程

This study considers a post-warranty maintenance policy for a product which degrades according to an Inverse Gaussian (IG) process and is continuously monitored over the non-renewable warranty period. The product is repaired whenever it reaches a threshold given in advance within the period and is returned an initial level. At the instant that the warranty is expired, we reduce the degradation level and the age of the product through a hybrid PM, respectively. After the PM, the product is operated without continuous monitoring under a block replacement with minimal repair. For the product, we derive an expected cost rate by using the theory of renewal reward process. Then, we discuss on an optimal replacement time which minimizes the expected cost rate through numerical analysis.

**Key Words** : Post-warranty maintenance policy, Non-renewable warranty, Hybrid PM, Continuous monitoring

## 1. はじめに

近年の著しい技術革新により、メーカーは、製品そのもので他社と差別化することが困難になることも少なくない。したがって、メーカーは今後、製品ではなく、製品に魅力的なサービスをつけることで顧客に自社の製品を選んでもらう動機をつくる必要がある。そこで、メーカー保証が満了した後、顧客に提供する保証を考えることは、顧客を惹きつけ、自社の製品を選んでもらう十分な動機になる。そのため、本研究では顧客にとって魅力的な保証に焦点を当てていく。

保証に着目した研究は、Murthy[1]によるレビュー論文があり少なくとも2000年頃から取り組まれていることがわかる。しかし、その多くは状態監視を伴う仮定がなく、これは保証期間内にセンシングを行うことが現実的に困難であったことから想定していなかったと考えられる。

近年のIoTの普及により、製品のセンシングが現実的になったことを踏まえ、本研究では状態監視を伴う保証に焦点を当てる。事実、Panasonicは、対象の生活家電にセンシングを行うというIoT延長保証サービス[2]を行っている。

状態監視を伴う保証方策に関する研究に関しては、例えばPan[3]による論文がある。この論文ではマルコフ的に劣化する製品に対する保証期間内の修理および取り替えの方策をメーカーの視点で解析している。

しかし、メーカーではなく顧客の視点で考えると、顧客の関心は、保証期間満了後の製品の効率的な運用であ

る。Shafiee[4]によると、保証に関する研究の中でも、保証期間満了後まで検討している論文は少ないとの報告がある。

顧客視点で考えた状態監視を伴う保証期間満了後に関する論文としてShang[5]は、ユーザー視点で考えた状態監視を伴う保証期間満了後を考慮した保全方策について研究を行っている。ここでのユーザーとは、メーカーの製品をすでに使用している顧客を示す。この論文では、保証期間内に取り替えが行われた場合は、メーカーが修理費用を負担し、保証期間も更新されるRFRW方策(RFRW:Renewable Free Replacement Warranty)を採用し、保証期間満了時に劣化レベル、年齢を低減させるハイブリッドPM(PM:Preventive Maintenance)を行ったのち、保証期間満了後に年齢取り替えによる保全方策を構築し、ユーザー視点で考えた最適な取り替え問題を検討している。

しかし、現実には、保証は更新されないことが多い。実際に、エアコン、テレビ、冷蔵庫などの生活家電の保証は、通常購入日から1年と保証書に記載されている(例えば文献[6]など)。このことから、多くの保証は約定された年数で管理されていることが確かめられるため、Shang[5]が仮定したRFRW方策は現実と乖離している部分があると考えられる。

本研究では、約定された年数で管理されており、保証期間内は更新されることなく状態監視の下で使用される製品における保証期間満了後の保全方策を検討する。約定された年数の間に製品が修理閾値に達すると、修理を行う。修理時、メーカー、ユーザーが負担するコストが

発生する。このような問題について、まず、メーカーが保証期間内にどのような修理閾値を設定するべきかについて考える。

次に、ユーザー視点でメーカー保証期間満了後の保全方策について考える。メーカー保証期間満了時において、状態を低下させ、年齢を若返らせるハイブリッドPMを実施後、小修理を伴うブロック取り替えを行う。このときの最適な予防取り替え問題を検討する。

## 2. 先行研究

Shang[5]によるRFRW方策に関する先行研究の概要を紹介する。

### (1) 劣化過程の記述

時刻  $t$  での劣化レベルを  $X(t)$  としたとき、劣化過程  $\{X(t), t > 0\}$  は逆ガウス (IG:Inverse Gaussian) 過程に従う。IG 過程は次の性質を満たす (Shang[5])。

1.  $X(0) = 0$  である。
2.  $X(t)$  は独立増分性を持つ。つまり、 $t > s > u > v \geq 0$  のとき、 $X(u) - X(v)$  と  $X(t) - X(s)$  は独立である。
3.  $t > s \geq 0$  のとき、 $X(t) - X(s)$  は IG 分布  $(\mu[\Lambda(t) - \Lambda(s)], \eta[\Lambda(t) - \Lambda(s)]^2)$  に従う。ここで、 $\Lambda(t)$  は  $\Lambda(0) = 0$  の単調増加関数であり、 $\mu > 0, \eta > 0$  は定数であり。関数  $\Lambda(t)$  が線形関数である場合、すなわち  $\Lambda(t) = at$ 、ここで  $a \neq 0$  である場合、増分  $X(t) - X(s)$  は定常 IG 過程  $IG(\mu a(t-s), \eta a^2(t-s)^2)$  に従う。

故障閾値  $L > 0$  とすると、初到達時間  $T_L = \inf\{t \geq 0 | X(t) \geq L\}$  は IG 分布に従い、累積分布関数 (CDF:cumulative distribution function) は次のようになる。

$$\begin{aligned} F_w(t; L) &= \Pr\{T_L < t\} \\ &= \Pr\{X(t) > L\} \\ &= \Phi\left(\sqrt{\frac{\eta}{L}}\left(\Lambda(t) - \frac{L}{\mu}\right)\right) \\ &\quad - \exp\left(\frac{2\eta\Lambda(t)}{\mu}\right) \cdot \Phi\left(-\sqrt{\frac{\eta}{L}}\left(\Lambda(t) + \frac{L}{\mu}\right)\right) \end{aligned} \quad (1)$$

$\Lambda(t)$  は単調増加関数であり、 $\Phi$  は標準正規分布の CDF を表す。

### (2) 保証期間内での保全方策

以下に示す RFRW 方策に基づいてシステムを運用する。

1. 保証は 1 回の取り替えごとに更新される。
2. 保証期間中に取り替えが必要となった場合、メーカーはユーザーから費用を請求しない。
3. 保証期間は、取り替え閾値に依存する。

### (3) 保証期間満了後の保全方策

保証期間の満了時は、次の保全方策を行う。

1. 保証期間満了時に PM を実施する。
2. PM により劣化レベルが減少し、年齢は低減する。

3. 保証期間満了後に年齢取り替えを行う。

保証期間満了時に劣化レベル、年齢の低減を行うことを以降、ハイブリッド PM と呼ぶ。Shang[5] では、このときの最適な予防取り替え時点に関する検討を行っている。

## 3. 提案する確率モデル

### (1) 先行研究との相違

文献 [6] より、少なくとも生活用品に関する保証は約定された年数であることが多い。そのため、RFRW 方策の現実的な現象と乖離している点に着目し、次の 2 点が先行研究と異なる保全方策のモデルを構築する。

1. 保証期間内に保全を行っても保証を更新しない。
2. 保証期間満了後に小修理を伴うブロック取り替えの下で製品を運用する。

先行研究の RFRW 方策とは異なり、時間が約定されている保証のことを以降はメーカー保証と定義する。

### (2) 提案する保全方策

2章の(1)と同様の劣化過程を仮定する。保証期間は約定された年数  $w$  で管理されており、保証期間は更新されることがない。保証期間内のみ状態監視の下で使用される製品を想定する。保証期間内に製品が修理閾値  $l_w$  に到達すると、修理を行う。修理は、状態が 0 に戻ると仮定する。修理が行われる場合、メーカーは修理による損失、ユーザーは製品を使用できないことによる損失を被る。修理閾値  $l_w$  に応じてメーカー、ユーザーが負担するコストが変動する。保証期間満了時に、年齢を  $n(0 \leq n \leq w)$ 、状態を  $y(0 \leq y \leq l_w)$  に下げるハイブリッド PM を実施後、保証期間満了後は、小修理を伴うブロック取り替え方策を行う。本研究の目的は、ユーザーが負担するコストが経済的になるような予防取り替え時点  $T^*$  に関する検討である。そして、そのためにまずメーカー保証におけるメーカーが設定する修理閾値  $l_w^*$  が与えられている必要があるため、その点も検討する。

## 4. 定式化

### (1) メーカーの定める保証期間内の修理閾値の設定

保証期間内に修理閾値  $l_w(0 < l_w \leq L)$  に達すると修理が必要となり、メーカーは修理費用を負担するため、メーカーにとって効果的な修理閾値について考えていく。なお、ここでは修理により、状態が 0 に戻ると仮定する。

状態  $l_w$  のアイテムを修理するための費用を  $c_f(l_w)$  とする。  $M(w; l_w)$  は、修理閾値に達した回数の期待値を表す。メーカー保証が満了する  $w$  までにメーカーが負担するコストは次のように表せる。

$$c_f(l_w)M(w; l_w) \quad (2)$$

ただし、

$$M(w; l_w) = F_w(w; l_w) + \int_0^w M(w-x; l_w) dF_w(x; l_w) \quad (3)$$

である。このときの式 (2) を最小にする  $l_w$  を最適な修理閾値  $l_w^*$  とする。

## (2) 目的関数の導出

ユーザー視点で考えた保証期間満了後の取り替え問題に関する目的関数を導出するため、次の3つの期待損失を考える。

### a) 保証期間内のユーザーの期待損失

システムの状態が修理閾値  $l_w$  に達したことでユーザーがアイテムを使用できないことにより生じる損失を  $c_f(l_w)$  とする。保証期間中のユーザーの損失を表す確率変数を  $C_u$  とすると、期待損失は次のように表せる。

$$E[C_u] = c_u(l_w)M(w; l_w) \quad (4)$$

### b) メーカー保証満了時点におけるハイブリッドPMの実施に伴う期待損失

保証期間内に修理が行われつつ運用されている製品の任意の時点  $t$  における状態を  $X_s(t)$  とする。また、そのCDFを  $V(x; w, l_w)$  とおく。  $V(x; w, l_w)$  は、保証期間内に修理閾値に達しない事象と、修理閾値に達する事象の和を求めることで表すことができる。保証期間内に修理閾値を達しない確率は、

$$\Pr\{X(w) \leq x\} \quad (5)$$

である。

保証期間内に修理閾値に達する確率については、まず図1のような状態を考える。

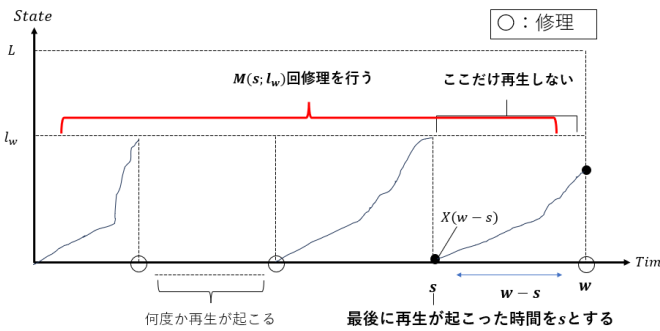


図1 保証期間内に修理閾値に達する状況

最後に再生が起こった時刻を  $s$  とする。このとき修理閾値に達する期待回数は、  $M(s; l_w)$  と表せ、修理閾値に達する確率はこの再生密度を用いて表すことができる。また、時刻  $s$  で再生が起こった後の時刻  $w-s$  で状態が  $x$  以下である確率を修理閾値に達する確率を乗じることで

$$\int_0^w \Pr\{X(w-s) \leq x\} dM(s; l_w) \quad (6)$$

となる。したがって、保証期間終了時点の製品の劣化度を表す分布は、

$$V(x; w, l_w) = \Pr\{X(w) \leq x\} + \int_0^w \Pr\{X(w-s) \leq x\} dM(s; l_w) \quad (7)$$

となる。ハイブリッドPMでは、保証期間満了時  $w$  で状態を  $y$  ( $0 \leq y \leq l_w$ )、年齢を  $n$  ( $0 \leq n \leq w$ ) に戻す。状態を  $x$

から  $y$  へ下げるために生じるコストを  $c_b(y; x)$  とし、年齢を戻すためのコストを  $c_a(n)$  とする。このとき期待損失  $E[C_u^w(n)]$  は次のようになる。

$$E[C_u^w(n)] = c_a(n) + \int_0^{l_w} c_b(y; x) dV(x; w, l_w) \quad (8)$$

### c) 保証期間満了後の小修理を伴うブロック取り替えの期待損失

ハイブリッドPM後の寿命分布  $F(t; n, y)$  は

$$\begin{aligned} F(t; n, y) &= \Pr\{X(t+n) \geq L | X(n) = y\} \\ &= \Pr\{X(t+n) - X(n) \geq L - y\} \\ &= \Phi\left(\sqrt{\frac{\eta}{L-y}} \left(\psi(t) - \frac{L-y}{\mu}\right)\right) \\ &\quad - \exp\left(\frac{2\eta\psi(t)}{\mu}\right) \cdot \Phi\left(-\sqrt{\frac{\eta}{L-y}} \left(\psi(t) + \frac{L-y}{\mu}\right)\right) \end{aligned} \quad (9)$$

と表されるため、故障率関数  $r(t; n, y)$  は次のようになる。

$$r(t; n, y) = \frac{dF(t; n, y)/dt}{1 - F(t; n, y)} \quad (10)$$

ただし、  $\psi(t) = \Lambda(t+n) - \Lambda(n)$  である。小修理は、時間の経過とともにコストがかかると仮定する。これは、実際にエアコン、テレビ、冷蔵庫などの生活家電は、時間が経過するごとに修理の上限金額が減少していくことが多い(例えば文献[7])。これは、時間の経過により修理コストがかかると解釈できる。そのため、時刻  $t$  に依存する増加関数  $c_m(t)$  をユーザーが負担する修理コストとする。取り替え間隔  $T$  で新品に交換するためのコストを  $c_p$  とすると、保証期間満了後のユーザーの負担する期待損失  $E[C_u^m(T; n, y)]$  は次のようになる。

$$E[C_u^m(T; n, y)] = \int_0^T r(t; n, y) c_m(t) dt \int_0^{l_w} dV(x) + c_p \quad (11)$$

### d) 単位時間当たりのユーザーの期待損失

目的関数として、単位時間当たりのユーザーの期待損失を用いる。これは、1サイクルあたりの期待時間と期待損失を求めればよい。1サイクルの期待時間は、保証期間満了までの  $w$  と小修理を伴うブロック取り替えの取り替え時点  $T$  になるので、  $w+T$  になる。したがって、ユーザーの負担する単位時間あたりの期待損失は、式(4)、式(8)、式(11)を用いて次のようになる。

$$C(T; n, y) = \frac{E[C_u] + E[C_u^w(n)] + E[C_u^m(T; n, y)]}{w+T} \quad (12)$$

よって、  $n, y$  が与えられた上で、ユーザーが負担する損失を最小にする  $T$  が最適な予防取り替え時点  $T^*$  であり、これを検討する。

## 5. 数値実験

本研究の対象は、状態監視を伴うメーカー保証、その後の保証がついているものである。これは、産業機器だけでなく民生機器にも該当する事象となっている。そのため、保証期間満了後の市場として6割を占める(文献[8])生活家電や移動体通信を想定する。

(1) パラメータ設定

a) コスト関数及びパラメータ設定

修理閾値が高いほどコストは高くなる。またハイブリッドPMにおいて年齢が若く、状態が低いほどコストがかかる。そのため、次のようにコスト関数を定める。

$$c_f(l_w) = 0.5 \exp(0.07l_w) \quad (13)$$

$$c_u(l_w) = 0.25 \exp(0.07l_w) \quad (14)$$

$$c_a(n) = \frac{0.5}{\exp(0.8n)} \quad (15)$$

$$c_b(y) = \frac{0.5}{\exp(0.05y)} \quad (16)$$

$$c_m(t) = 0.5 \quad (17)$$

また、保証期間  $w = 2$ ,  $n = 1.5, y = 2$  とする。

b) 寿命分布に関するパラメータ設定

式 (1) の  $\Lambda(t)$  について以下のように表す。

$$\Lambda(t) = \alpha_1 t^{\beta_1} \quad (18)$$

このとき、 $\alpha_1, \beta_1$  について  $\alpha_1 = 5, 7, 10, \beta_1 = 0.5, 0.7, 0.9, 1.0, 1.3$  とした数値実験を行う。また、IG過程のパラメータ  $\eta = 0.123$ ,  $\mu = 10$  として、故障閾値  $L = 16$  とする。

(2) 期待故障時間の評価

保証期間  $w$  内の故障閾値に到達する期待時間を評価の1つとして扱う。期待故障時間は、初到達時間  $T_L$  を  $T_L = \inf\{t \geq 0 | X(t) \geq L\}$  としたとき、次のように求める。

$$E[T_L] = \int_0^\infty \bar{F}_w(t; L) dt \quad (19)$$

設定したパラメータの下での期待故障時間は、表1を得た。

表1 それぞれのパラメータの下での期待故障時間

$\beta_1$	$\alpha_1$	期待故障時間
0.5	5	5.8985
	7	3.0610
	10	1.5054
0.7	5	3.0856
	7	1.9081
	10	1.1463
0.9	5	2.2129
	7	1.5226
	10	1.0244
1	5	1.9860
	7	1.4186
	10	0.9930
1.3	5	1.6115
	7	1.2440
	10	0.9455

表1から同一の  $\beta_1$  に対して、 $\alpha_1$  の値が大きくなるほど期待故障時間は短くなる事が分かる。したがって、同一の  $\beta_1$  に対しては、 $\alpha_1$  の値が大きい方が故障閾値に達する期待時間が短いことから故障が起こりやすく、これを以降劣化が早いと表現する。また、同一の  $\alpha_1$  に対して  $\beta_1$  の値が大きくなるほど、期待故障時間が短くなることも表1から確認できる。したがって、設定したパラメータは  $\alpha_1, \beta_1$  の値が大きいほど劣化が早い傾向がある事が分かる。

(3) 最適な修理閾値の存在

$l_w$  を1ずつ動かしていった際に、式(2)を最小にする  $l_w$  を  $l_w^*$  と表す。式(18)で  $\beta_1 = 0.5, 0.7, 0.9, 1, 1.3, \alpha_1 = 5, 7, 10$  の下でのそれぞれの最適な修理閾値  $l_w^*$  は表2を得た。なお再生関数は、Jiang[9]の提案した近似法を用いた。

表2 それぞれの最適な修理閾値

$\beta_1$	$\alpha_1$	$l_w$	$M(w; l_w)c_f(l_w)$
0.5	5	12	0.8856
		7	1.4725
		10	2.5756
0.7	5	11	0.9278
		7	1.5035
		10	2.5059
0.9	5	10	1.0252
		7	1.5713
		10	2.4166
1	5	9	1.0722
		7	1.5874
		10	2.3568
1.3	5	7	1.1607
		7	1.5818
		10	2.1648

表2から共通して、同一の  $\beta_1$  で比較した時、 $\alpha_1$  の値が大きくなるにつれ式(2)の値が大きくなる傾向がある。そのため、期待故障時間が短くなり、劣化が早くなるにつれてメーカーが保証期間内に負担する期待損失は大きくなる事が確かめられる。

また、表2から同一の  $\beta_1$  で比較した際に、次の3点の異なる傾向が得られた。1点目は、 $\beta_1 = 0.5$  のとき  $\alpha_1$  が大きく劣化の早い製品であるほど、メーカーは修理閾値を高く設定したほうが経済的な保証を設定できる。2点目は、 $\beta_1 = 0.7, 1.3$  のとき、 $l_w$  を1ずつ動かして最適な  $l_w$  を探す場合、メーカーの定める修理閾値は  $\alpha_1$  の大きさに関係せず同じ値である。3点目は、 $\beta_1 = 0.9, 1$  のとき  $\alpha_1$  が大きく劣化の早い製品であるほど、メーカーは修理閾値を低く設定したほうが経済的な保証を設定できる。2点目については、 $l_w$  の値を1ずつではなく、1より細かい幅で最適な修理閾値  $l_w$  を探すことで異なる傾向と

なると考える。そのため、1点目、3点目で最適な修理閾値に関して異なる傾向が得られた原因について考える。

#### (4) 最適な修理閾値に関するまとめ

表2より、得られた結果を事前に想定していた期待故障時間のみで評価するだけでは不十分と考えた。そのため、その他の評価尺度として、保証期間内の故障率関数を見ていく。保証期間内の故障率関数を  $r_w(t; L)$  と表す。故障率関数  $r_w(t; L)$  は、保証期間内の寿命分布である式(1)を用いて次のように求める。

$$r_w(t; L) = \frac{dF_w(t; L)dt}{1 - F_w(t; L)} \quad (20)$$

故障率関数について、2つの傾向が得られた。そのため、その傾向が見られる2つの図、図2、図3を用いてメーカーが定める修理閾値について得られた結果をどのように評価できるのかまとめる。

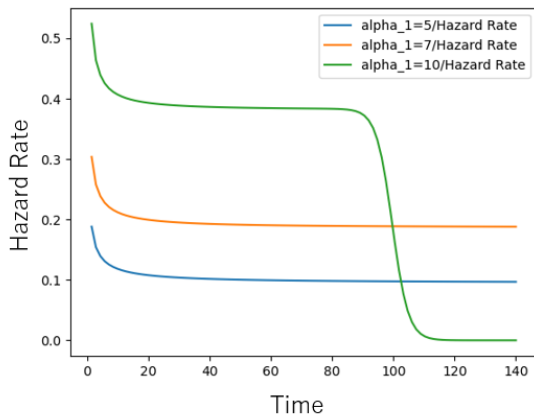


図2  $\Lambda(t) = \alpha_1 t^{0.5}$  の下での  $r_w(t; L)$

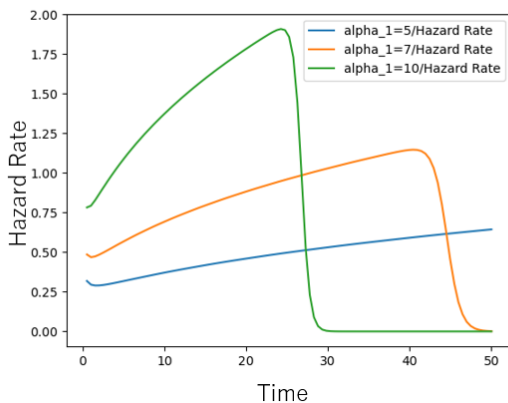


図3  $\Lambda(t) = \alpha_1 t^{0.7}$  の下での  $r_w(t; L)$

図2、図3は、 $\beta_1 = 0.5, 0.7$  のときであり、 $\beta_1 = 0.9, 1, 1.3$  については、 $\beta_1 = 0.7$  と同様の傾向が得られたため、図を掲載していない。図2、図3において故障率関数が急速に減少している部分があるが、これは減少しているわ

けではなく、故障率関数の分母の信頼度関数と分子の密度関数がともに0に近い値になっていることで計算上困難になっているからである。したがって、以降記述する故障率関数に関しても、同様に故障率関数が急速に減少する前までの情報を用いて考察する。

図2より  $\beta_1 = 0.5$  のときは、寿命分布はDFR(DRF:Decreasing Failure Rate)になっていることが分かる。一方で、図3は、寿命分布はIFR(IRF:Increasing Failure Rate)となっていることがわかる。そのため、 $\beta_1 = 0.5$  のみ寿命分布はDFRとなり、 $\beta_1 = 0.5$  以外のとき、寿命分布はIFRとなる傾向があることが分かった。

したがって、この結果から最適な修理閾値は故障率関数の形状の影響を受けている可能性が高いと考えられる。寿命分布がDFRであるとき、メーカーは劣化が早い製品に対して修理閾値を上げることで経済的な保証が提供できる可能性がある。そして、寿命分布がIFRであるとき、メーカーは劣化が早い製品に対して修理閾値を下げることで経済的な保証が提供できる可能性がある。

求めたメーカーが定める最適な修理閾値を用いて、ユーザーが行う最適な予防取り替え時点について検討する。

#### (5) 最適な予防取り替え時点の存在

以降では数値実験の際 Jiang[9] の近似法ではなく、寿命分布  $F_w(t; L)$  の分散を  $\sigma^2$ 、期待値を  $\mu_L$  として

$$M(t) \approx \frac{t}{\mu_L} + \left( \frac{\sigma^2}{2\mu_L^2} - \frac{1}{2} \right) \quad (21)$$

として近似を行った。これは、スチルチェス積分において、再生関数を微分し再生密度を求める過程での計算量の負担を減らすことが目的である。

5章の(3)で求めたそれぞれの最適な修理閾値  $l_w^*$  を用いて  $T$  を0.5ずつ動かした際に、式(12)を最小にする  $T$  を  $T^*$  と表す。最適な予防取り替え時点について、大きく分けて2つの傾向があった。傾向が分かる図4、図5を用いて説明する。

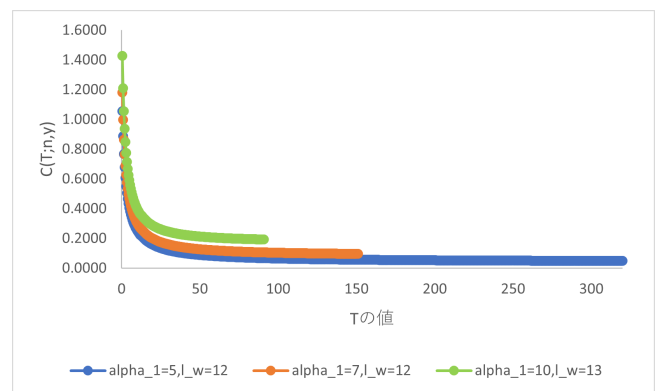


図4  $\Lambda(t) = \alpha_1 t^{0.5}$  の下での目的関数  $C(T^*; n, y)$

図4より目的関数は  $\alpha_1 = 5, 7, 10$  いずれの場合も単調減少関数となった。そのため、この場合は、 $\alpha_1 = 5, 7, 10$

ともに事後取り替えが最適な保全方策となった。

図4は、それぞれ数値計算上困難になる直前の値まで算出した。結果として、 $\alpha_1 = 5$  のときは、 $T$  の値を 300 以上計算できたが、 $\alpha_1 = 10$  のときは 100 程度までしか計算できない結果となった。これは、 $F(t; n, y)$  の第 2 項の指数関数の影響であり、 $\alpha_1 = 10$  の方が時間が進むにつれて値が大きくなる関係で早く計算が困難になったからである。

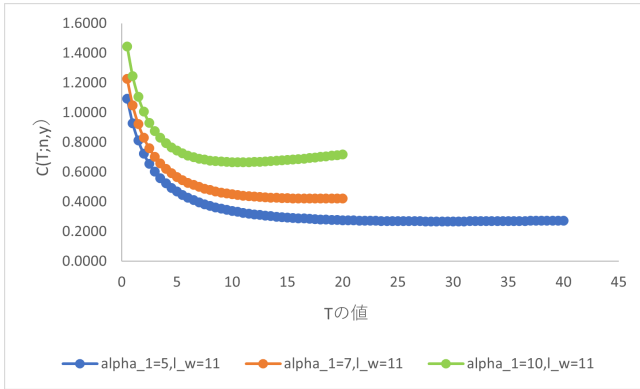


図5  $\Lambda(t) = \alpha_1 t^{0.7}$  の下での目的関数  $C(T^*; n, y)$

一方で、図5は、最適な予防取り替え時点が存在した。 $\beta_1 = 0.9, 1.1, 3$  に関しても同様に最適な予防取り替え時点が存在したため、図は掲載しない。数値計算上困難になる直前の値まで  $T$  の値を計算したところ、図4と同様に  $\alpha_1 = 5$  のときと比較して、 $\alpha_1 = 7, 10$  は計算が困難となる時間が早くなった。同様の傾向が  $\beta_1 = 0.9, 1, 1.3$  でも見られた。

それぞれの最適な予防取り替え時点に関して次の表3のようにまとめられる。

表3 それぞれの最適な予防取り替え時点

$\beta_1$	$\alpha_1$	$T^*$	$C(T^*; n, y)$
0.5	5	事後取り替え	
	7	事後取り替え	
	10	事後取り替え	
0.7	5	29	0.2686
	7	18	0.4212
	10	11	0.6659
0.9	5	8	0.5590
	7	5.5	0.7565
	10	3.5	1.0344
1	5	5	0.6887
	7	3.5	0.8912
	10	2.5	1.1600
1.3	5	2	0.9679
	7	1.5	1.1487
	10	1	1.3870

表3から次の3点に分かる。1点目は、 $\beta_1 = 0.5$  のときのみ事後取り替えが最適となり、 $\beta_1 = 0.5$  以外のパラメータは最適な予防取り替え時点が存在する。2点目は、最適な予防取り替え時点の存在するパラメータについては、同一の  $\beta_1$  に対して、 $\alpha_1$  の値が大きくと劣化が早いものの方が予防取り替え時点が早くなり、コスト関数の値も大きくなる。3点目は、最適な予防取り替え時点の存在するパラメータについて、同一の  $\alpha_1$  に対して、 $\beta_1$  の値が大きくと劣化が早いものの方が最適な予防取り替え時点が早くなり、コスト関数の値も大きくなる。2, 3点目より、劣化が早いものの方が予防取り替え時点が早く、そのときのコストもかかっていると言える。これは、製品の劣化が早いものは、故障に到達する前に予防的に取り替えた方が経済性があるからだと考える。また、劣化が早いものの方が、劣化の遅いものと比較した際に故障に到達しやすい分、コストもかかる傾向があると考察する。

#### (6) 最適な予防取り替え時点 $T^*$ に関するまとめ

次に、故障率関数に着目して考察する。保証期間満了後の寿命分布  $F(t; n, y)$  は式(9)であり、故障率関数  $r(t; n, y)$  は式(10)を用いた。故障率関数について、2つの傾向が得られた。そのため、その傾向が見られる2つの図、図6、図7を用いて最適な予防取り替え時点をどのように評価できるのかまとめる。

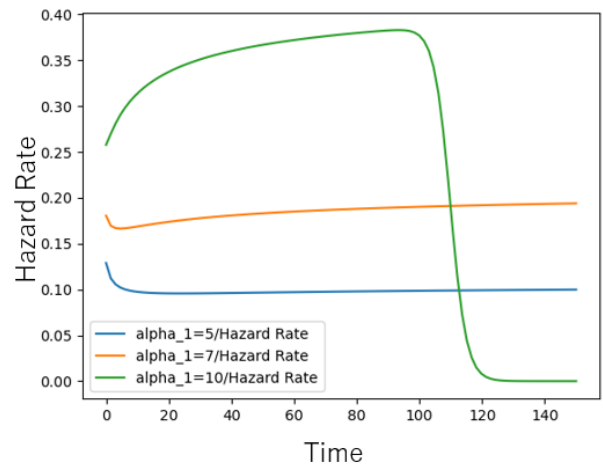


図6  $\Lambda(t) = \alpha_1 t^{0.5}$  の下での  $r(t; n, y)$

図6は、 $\alpha_1 = 5, 7$  のとき故障率関数はバスタブ型の形状になっており、 $\alpha_1 = 10$  のときは寿命分布が IFR の形状ではあるが、傾きが緩やかである傾向がある。

一方で図7は寿命分布が IFR の形状であることが分かる。そして、故障率関数は、時間の経過とともに  $\alpha_1 = 10, 7, 5$  の順に故障が起こりやすくなる傾向が確かめられる。これは、 $\beta_1 = 0.9, 1, 1.3$  に関しても同様の傾向があった。このとき、最適な予防取り替え時点が求められている。このことから、最適な予防取り替え時点には故障率関数の形状が関係しており、特に単調増加となる場合は

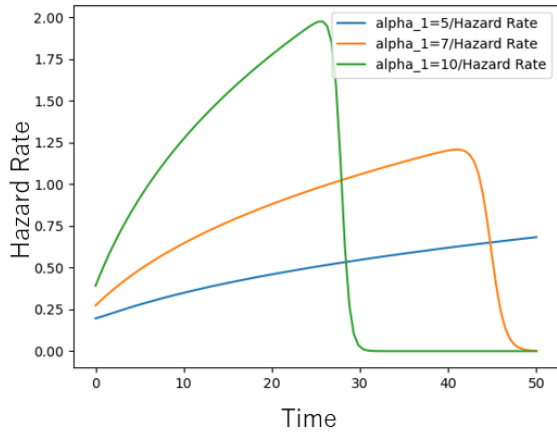


図7  $\Lambda(t) = \alpha_1 t^{0.7}$  の下での  $r(t; n, y)$

有限になると考えられる。

## 6. 考察

メーカー保証において、保証期間は更新されず、保証期間内は状態監視の下で使用されている製品における保証期間満了後の保全方策について考察した。

### (1) 最適な修理閾値に関する考察

数値実験から、メーカーが保証期間内に定める最適な修理閾値は、期待故障時間のみで評価することは難しく、故障率関数の形状によって傾向が異なる可能性があることがわかった。期待故障時間が短い、寿命分布がDFRの形状の製品については、メーカーは修理閾値を上げることで経済的な保証を提供できる可能性がある。ただし、文献[11]よりDFRの製品は、市場に流出する前に除去されていることが多い。そのため、DFRである製品はあまりないと推測されるため、これ以上の議論は控える。

一方で、期待故障時間が短く、寿命分布がIFRの形状の製品については、製品が故障閾値に到達しやすく、時間の経過とともに故障が起こりやすい性質であるものとき、メーカーとしては修理閾値を低めに設定することで、故障を未然に防ぐことができ、故障した際に被る損失と比較して経済的な保証を提供できる可能性がある。

### (2) 最適な予防取り替え時点に関する考察

次にユーザー視点で保証期間満了後の保全方策について最適な予防取り替え時点について考察した。

数値実験から、最適な予防取り替え時点  $T^*$  の有無は保証期間満了後の寿命分布の故障率関数の形状に関係している可能性がある。  $\alpha_1 = 10$  のみ異なるが、故障率関数がバスタブの形状である図4の場合、事後取り替えが最適な保全方策となった。これは、時間が経過しても故障が起こりやすくなる製品とは言い難い部分があるため、予防取り替えを行わず事後取り替えを行ったほうが経済

的となるからと考察する。

一方で、寿命分布がIFRの形状である図5および、  $\beta_1 = 0.9, 1, 1.3$  である場合は、最適な予防取り替え時点は存在した。そして、傾向として  $\alpha_1$  の値が大きくなると、期待故障時間が短いもののほうが最適な予防取り替え時点は早くなり、そのときのコストもかかる傾向がある。これは、期待故障時間が短い製品ほど、故障による著しい損失を未然に防ぐために予防取り替え時点が短くなっていると考察する。そして、故障に到達しやすいものの方が損失が大きくなる可能性が高いため、コストがかかる傾向があると考えられる。

そのため、この結果から、ユーザーにとって、購入した製品の保証期間満了後の寿命分布がIFRでない場合は、今回提案した保全方策が適切でない可能性が高い。そして、保証期間満了後の寿命分布がIFRである場合は、期待故障時間が短く、早く故障閾値に到達する製品になるほど、最適な予防取り替え時点を早めることで経済性のある保全方策を行うことができる可能性が高い。

### (3) 3変数最適化に関する考察

数値実験では  $T^*$  に関する検討をしていた。3変数について検討しなかった理由としては  $T^*$  に関する解の一意性に関する条件を得ることが容易ではなかったからである。  $T, n, y$  の3変数の最適化について考える。文献[10]にならない、まず  $T$  に関する最適化を検討する。  $n \rightarrow 0, y \rightarrow 0$  として考えたところ、  $\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T r_w(t) c_m(t) dt < \infty$  であり、次の条件を満たすとき、解は存在する。

$$\begin{cases} r_w(0)c_m(0) \cdot w < (A + B + c_p) \\ r'_w(\infty)c_m(\infty) + r_w(\infty)c'_m(\infty) > 0 \end{cases} \quad (22)$$

ただし、

$$A = c_u(l_w)M(w; l_w) \quad (23)$$

$$B = c_a(n) + \int_0^{l_w} c_b(y; x) dV(x; w, l_w) \quad (24)$$

とする。そして、式(22)を満たした上で、

$$\begin{aligned} & \{r'_w(T)c_m(T) + r_w(T)c'_m(T)\}(w+T)^2 \\ & + 2\{A + B + \int_0^T r_w(t)c_m(t)dt + c_p\} > 2\{r_w(T)c_m(T)(w+T)\} \end{aligned} \quad (25)$$

を満たすとき最適な解が一意に存在する。ただし、  $r_w(t; L)$  は、式(20)である。

このとき、式(25)を満たす寿命分布のパラメータの条件を求めることは、容易ではない。よって、3変数の最適化に関する検討は容易ではないと考えたため、  $T^*$  のみに関する数値実験を行った。

## 7. おわりに

保証期間が約定された年数で管理されており、保証期間内は状態監視の下で使用される製品におけるユーザー視点で考えた保証期間満了後の保全方策について考察した。保証期間内に製品が修理閾値に達すると、修理を行



うため、この際、保証期間内の修理閾値はメーカー視点で設定すると考えた。

今後の課題としては、保証期間満了後の保全方策において、延長保証に関わるユーザーによる意思決定が可能な状況を想定した問題への拡張が挙げられる。今回提案したモデルでは、メーカー保証に入っているユーザーは必ずハイブリッドPMを実施後、小修理を伴うブロック取り替え方策を選択することとした。しかし、現実には、延長保証を付けない場合や、メーカーが提供する保証を契約する場合、代理店が提供する保証と契約する場合などユーザーのニーズに応じて選択肢があることが多い。そのため、このような問題をゲーム理論などを用いて解析することで、ユーザーにとってよりメリットの大きい選択が可能となる条件を見出すことができるであろう。

### 参考文献

- [1] D. N. P. Murthy, I. Djameludin: New product warranty:A literature review, *Int. J. Production Economics* 79, pp. 231-260, 2002.
- [2] パナソニック ホールディングス株式会社: 「IoT 延長保証」サービスを拡大スタート, <https://news.panasonic.com/jp/press/jn230411-1>, (アクセス日 2023年10月20日).
- [3] Y. Pan, M. Thomas: Repair and replacement decisions for warranted products under markov deterioration, *IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY*, VOL. 59, NO. 2, 2010.
- [4] M. Shafiee, S. Chukova: Maintenance models in warranty: A literature review, *European Journal of Operational Research* 229, pp. 561-572, 2013.
- [5] L. Shang, S. Si, S. Sun, T. Jin: Optimal warranty design and post-warranty maintenance for products subject to stochastic degradation, *IIE Transactions*, Vol. 50, pp. 913-927, 2018.
- [6] 富士通株式会社: 保証書, <https://jp.fujitsu.com/platform/server/primergy/support/pdf/201604/stipulation-opt.pdf>, (アクセス日 2023年10月20日).
- [7] エアコンセンター: 業務用エアコン延長保証精度のご案内, <https://www.e-aircon.jp/abouts/extended-warranty.html>, (アクセス日 2023年10月20日).
- [8] 2022年度版 国内ワランティ(延長保証)サービス市場総覧, 株式会社 矢野経済研究所, 2022.
- [9] R. Jiang: A novel two-fold sectional approximation of renewal function and its applications, *RESS.*, Vol193Vol193, 7pages., 2020.
- [10] T. Nakagawa, M. Kijima: Replacement Policies for a Cumulative Damage Model with Minimal Repair at Failure, *IEEE Transactions on Reliability*, pp. 581-584, 1989.
- [11] 沖エンジニアリング株式会社: デバイス/モジュールの信頼性評価, 電気的特性測定・評価 <https://www.oeg.co.jp/semicon/burn-in.html>, (アクセス日 2024年2月9日).