法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-01-15

# 磁界・電圧源強連成解析と時間領域随伴変数法の併用によるかご型誘導電動機のマルチマテリアルトポロジー最適化に関する研究

平田, 竜一朗 / Hirata, Ryuichiro

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院理工学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要. 理工学研究科編
(巻 / Volume)
65
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
6
(発行年 / Year)
2024-03-24
(URL)
https://doi.org/10.15002/00030717

# 磁界・電圧源強連成解析と時間領域随伴変数法の併用によるかご型誘導電動機のマルチマテリアルトポロジー最適化に関する研究

STUDY ON MUTI-MATERIAL TOPOLOGY OPTIMIZATION OF SQUIRREL-CAGE INDUCTION MOTOR USING STRONGLY COUPLED ANALYSIS OF MAGNETIC FIELD/VOLTAGE SOURCE AND TIME DOMAIN ADJOINT VARIABLE METHOD

平田竜一朗
Ryuichiro Hirata
指導教員　岡本吉史

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

In recent years, to prevent global warming, higher efficiency of motors is required. Although IMs have inferior output compared to interior permanent magnet synchronous motors, they have advantages such as robustness, low cost, and self-starting characteristics, so they account for approximately 41% of the total domestic production of AC motors. A design optimization method that combines electromagnetic field analysis and topology optimization (TO) has been proposed as one method to improve the efficiency of IMs. When this method is applied to IMs, it is considered that including the secondary conductor in the design domain in addition to the rotor core is the way to further improve the performance of IMs. In addition, because IMs have many secondary conductors in the rotor, and there is slippage, the magnetic field inside the motor changes rapidly. Therefore, to accurately consider electromagnetic phenomena, it is necessary to perform TO based on magnetic field analysis and strongly coupled analysis of voltage sources. Therefore, in this paper, we apply multi-material TO based on magnetic field analysis and strongly coupled analysis of voltage sources to a squirrel cage IM. As a result, the rotor structures with high torque and low torque ripple are obtained.

***Key Words***：*Multi-material topology optimization, squirrel-cage induction motor, strongly coupled analysis of magnetic field and voltage source, time domain adjoint variable method*

## １．はじめに

近年，地球規模で進行する温暖化を防止するため，様々なカーボンニュートラルアクションが導入されている．その一つとして，鉄道，自動車，工場などで利用される電動機の高効率化が挙げられる．電動機には様々な種類があるが，有力な電動機として誘導電動機がある．誘導電動機は内部埋込式永久磁石同期電動機と比較して出力は劣っているが，堅牢，安価，自己始動特性などの利点があることから産業用電動機として広く利用されており，交流電動機の国内総生産量の約 41 %を占めている[(1)]．2013 年には誘導電動機がトップランナー制度の対象機器として定められ，更なる高効率化が求められるようになった[(2)]．

誘導電動機の高効率化実現の一方策として，電磁界解析とトポロジー最適化を併用した設計最適化手法が提案されている[(3)]．この手法を誘導電動機に適用する場合，回転子鉄芯のみを設計領域とすることが多いが，設計変数が少なくなる分，高性能な構造を得る可能性は低くなる．そこで，更なる性能向上を目指す方策として，回転子鉄芯に加えて二次側導体のトポロジー変化も考慮することが考えられる．

誘導電動機の二次側導体のトポロジー変化を考慮した最適化設計の報告例はあるが，性能評価のための解析には電流源入力の有限要素法を用いており，一次側コイルに鎖交する磁束による誘起電圧の考慮がされていない[(4)]．誘導電動機は回転子に多数の二次側導体を有しており，すべりもあるため，電動機内部の電磁界は，時空間方向に対して急峻に変化する箇所がある．したがって，電磁気現象を高精度にシミュレートするためには，磁界・電圧源の強連成解析に基づくトポロジー最適化を行う必要

がある．

そこで本論文では，有限要素法を用いた磁界・電圧源の強連成解析と時間領域随伴変数法を用いた設計感度解析に基づく，マルチマテリアルトポロジー最適化をかご型誘導電動機へ適用し，高トルク化，低トルクリップル化を図った．その結果，かご型誘導電動機の回転子鉄心，二次側導体の構造が大きく変化し，トルク特性が大幅に向上する回転子構造が得られたので，その子細を報告する．

## ２．解析・最適化手法

### （１）磁界・電圧源強連成解析

かご型誘導電動機の性能を評価するために，本論文では二次元有限要素法[5]（2D-FEM）によって，磁界・電圧源強連成解析を行った．

二次元磁界解析の支配方程式にガラーキン法を適用した定式を次式に示す．

$$
\begin{aligned}
G_i = &\iint_{\Omega_a} N_i \left[ \frac{\partial}{\partial x}\left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dS \\
&- \frac{n_u\, i_u\, t_{uz}}{S_u} \iint_{\Omega_u} N_i\, dS - \frac{n_v\, i_v\, t_{vz}}{S_v} \iint_{\Omega_v} N_i\, dS \\
&+ \frac{n_w (i_u + i_v) t_{wz}}{S_w} \iint_{\Omega_w} N_i\, dS \\
&- \iint_{\Omega_e} N_i\, \sigma \left( \frac{\partial A_z}{\partial t} + E \right) dS = 0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

ここで，$\Omega_a$ は全解析領域，$\Omega_e$ は二次導体領域，$\Omega_u$，$\Omega_v$，$\Omega_w$ は各相のコイル領域，$N_i$ は補間関数，$\nu$ は磁気抵抗率，$A_z$ は $z$ 方向の磁気ベクトルポテンシャル，$n_u$，$n_v$，$n_w$ は各相のコイル巻き数，$i_u$，$i_v$ は $u$ 相，$v$ 相の一次電流，$S_u$，$S_v$，$S_w$ は各相コイル領域の断面積，$\sigma$ は二次側導体の導電率，$E$ は電界を表す．また，$t_{uz}$，$t_{vz}$，$t_{wz}$ は各相コイルの符号係数を表し，各相コイルの一端は 1，もう一端は–1 となっている．一次側コイルで成立するキルヒホッフの電圧則を次式に示す．

$$
\begin{aligned}
G_{uw} = &e_{uw} - R_u i_u - R_w (i_u + i_v) \\
&- \frac{n_u\, t_{uz}\, l}{S_u} \iint_{\Omega_u} \frac{\partial A_z}{\partial t} dS + \frac{n_w\, t_{wz}\, l}{S_w} \iint_{\Omega_w} \frac{\partial A_z}{\partial t} dS = 0
\end{aligned}
\tag{2}
$$

$$
\begin{aligned}
G_{vw} = &e_{vw} - R_v i_v - R_w (i_u + i_v) \\
&- \frac{n_v\, t_{vz}\, l}{S_v} \iint_{\Omega_v} \frac{\partial A_z}{\partial t} dS + \frac{n_w\, t_{wz}\, l}{S_w} \iint_{\Omega_w} \frac{\partial A_z}{\partial t} dS = 0
\end{aligned}
\tag{3}
$$

ここで，$e_{uw}$，$e_{vw}$ は線間電圧，$R_u$，$R_v$，$R_w$ は各相の巻線抵抗，$l$ は積圧を表す．一次側のコイルは Y 結線を想定しており，$w$ 相に流れる電流は $i_w = -(i_w + i_w)$ としている．二次側導体で成立するキルヒホッフの電流則を次式に示す．

$$
G_E = \iint_{\Omega_e} \sigma \left( E + \frac{\partial A_z}{\partial t} \right) dS = 0 \tag{4}
$$

(1) ～ (4) 式を連立すると，以下の線形方程式が得られる．

$$
\begin{bmatrix}
\frac{\partial G_i}{\partial A} & \frac{\partial G_i}{\partial E} & \frac{\partial G_i}{\partial i_u} & \frac{\partial G_i}{\partial i_v} \\
\frac{\partial G_E}{\partial A} & \frac{\partial G_E}{\partial E} & \frac{\partial G_E}{\partial i_u} & \frac{\partial G_E}{\partial i_v} \\
\frac{\partial G_{uw}}{\partial A} & \frac{\partial G_{uw}}{\partial E} & \frac{\partial G_{uw}}{\partial i_u} & \frac{\partial G_{uw}}{\partial i_v} \\
\frac{\partial G_{vw}}{\partial A} & \frac{\partial G_{vw}}{\partial E} & \frac{\partial G_{vw}}{\partial i_u} & \frac{\partial G_{vw}}{\partial i_v}
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} A \\ E \\ i_u \\ i_v \end{Bmatrix}
= -
\begin{Bmatrix} G_i \\ G_E \\ G_{uw} \\ G_{vw} \end{Bmatrix}
\tag{5}
$$

また，(5) 式を行列，ベクトルを用いて表現すると，次式のようになる．

$$
\left( K + \frac{\partial K}{\partial \boldsymbol{A}} \right) \boldsymbol{X} + C \dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{F} \tag{6}
$$

ここで，$\boldsymbol{X}$ は状態変数，$\dot{\boldsymbol{X}}$ は $\boldsymbol{X}$ の時間微分，$K$ は状態変数にかかる係数行列，$\partial K/\partial \boldsymbol{A}$ は非線形磁気抵抗率に起因する行列，$C$ は状態変数の時間微分にかかる係数行列，$\boldsymbol{F}$ は電圧源に起因する右辺ベクトルを表す．

### （２）トポロジーのモデリング

設計領域内の材料密度の決定に，次式の連続化ヘビサイド関数[6] を用いる．

$$
H(\phi) = \begin{cases}
0 & (\phi < -h) \\
\frac{3}{16}\left(\frac{\phi}{h}\right)^5 - \frac{5}{8}\left(\frac{\phi}{h}\right)^3 + \frac{15}{16}\frac{\phi}{h} + \frac{1}{2} & (-h \le \phi \le h) \\
1 & (\phi > h)
\end{cases}
\tag{7}
$$

ここで，$h$ は遷移幅を表す．また，$\phi$ はメッシュの各要素上に定義される設計変数を表し，一次三角形要素の節点上に定義される設計変数$\phi_n$の平均値である．

本論文では，空気，鉄，アルミの 3 材料で設計領域を構成するため，設計変数は$\phi_1$ と$\phi_2$ の 2 種類を準備する．図 1 にトポロジーモデリングの概念図を示す．図 1（a）はモデリング$\alpha$，図 1（b）はモデリング$\beta$ を示す．モデリング$\alpha$ の場合，原点の状態から最適化を開始すると，目的関数の$\phi_1$ 及び$\phi_2$ に対する感度は同じ値になってしまうため，$\phi_1$，$\phi_2$ は各最適化反復で同様の変化をする．その結果，設計領域は鉄またはアルミニウムの 2 材料にしか変化しない．それに対し，モデリング$\beta$ の場合は，目的関数の$\phi_1$ 及び$\phi_2$ に対する感度は異なる値となるため，正常にマルチマテリアルトポロジー最適化が実行される．このことから，トポロジーのモデリングはモデリング$\beta$ を採用している．設計領域内の磁気抵抗率$\nu(\phi_1, \phi_2)$及び導電率$\sigma(\phi_1, \phi_2)$を次式に定義する．

$$
\begin{aligned}
\nu(\phi_1, \phi_2) = &\{1 - H(\phi_1)\}\nu_0 + H(\phi_1)H(\phi_2)\nu_0 \\
&+ H(\phi_1)\{1 - H(\phi_2)\}\nu_i(\boldsymbol{B})
\end{aligned}
\tag{8}
$$

$$
\sigma(\phi_1, \phi_2) = H(\phi_1)H(\phi_2)\sigma_{\mathrm{alm}} \tag{9}
$$

ここで，$\nu_0$ は空気またはアルミニウムの磁気抵抗率，$\nu_i$ は鉄の磁気抵抗率，$\sigma_{\mathrm{alm}}$ はアルミニウムの磁気抵抗率を表す．また，$\{1 - H(\phi_1)\}$は空気の割合，$H(\phi_1)H(\phi_2)$ はアルミニウムの割合，$H(\phi_1)\{1 - H(\phi_2)\}$ は鉄の割合を表している．

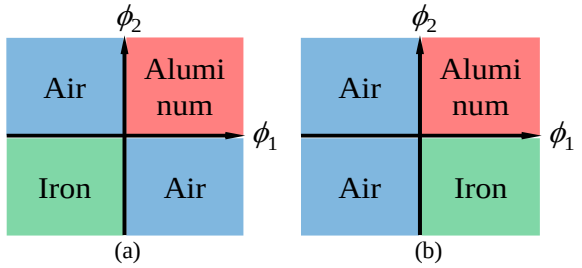


Fig. 1. Conceptual diagram of modeling of topology. (a) Modeling $\alpha$. (b) Modeling $\beta$.

### （３）時間領域随伴変数法

本節では，設計感度の算出に用いる時間領域随伴変数法[7]（TDAVM）について述べる．目的関数 $W$ を次式に定義する．

$$W = \int_0^{t_{\max}} w(\boldsymbol{X}, \dot{\boldsymbol{X}}, \phi_n)\, dt \tag{10}$$

ここで，$t_{\max}$ は終端時刻を表す．TDAVM において解くべき随伴方程式を次式に示す．

$$C^T \boldsymbol{\lambda}(t_{\max}) = -\left.\frac{\partial w}{\partial \dot{\boldsymbol{X}}}\right|^{t=t_{\max}} \tag{11}$$

$$\left(K + \frac{\partial K}{\partial \boldsymbol{X}}\boldsymbol{X}\right)^T \boldsymbol{\lambda}(t) - C^T \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) = -\left(\frac{\partial w}{\partial \boldsymbol{X}}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial w}{\partial \dot{\boldsymbol{X}}}\right) \tag{12}$$

ここで，$\dot{\boldsymbol{\lambda}}$ は随伴変数の時間微分を表す．（11）式は終端時刻，（12）式はそれ以外の時刻で解くべき方程式となっている．設計感度の計算式を次式に示す．

$$\frac{\partial W}{\partial \phi_n} = \int_0^{t_{\max}} \left\{ \frac{\partial W}{\partial \phi_n} + \boldsymbol{\lambda}(t)^T \left( \frac{\partial H}{\partial \phi_n}\boldsymbol{X} + \frac{\partial G}{\partial \phi_n}\dot{\boldsymbol{X}} - \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \phi_n} \right) \right\} dt \tag{13}$$

以下に誘導電動機における時間領域随伴変数法の計算手順を示す．

**Step 1**　本ステップの工程を図 2 に示す．初期値問題として，（6）式を $t = 0$ から $t = t_{\max}$ まで $\boldsymbol{X}$ について解き，各時刻における $\boldsymbol{X}$ の情報を保存する．このとき，回転子の回転方向は反時計回りである．初期値問題では，（6）式を後退 Euler 法によって時間方向に離散化し，ステップバイステップ方式に基づいて解く．非線形磁気特性は，磁気特性データ及びニュートン・ラフソン法を用いることで考慮している．

**Step 2**　本ステップの工程を図 3 に示す．終端値問題として，$\boldsymbol{X}$ を（11）式，（12）式に代入し，$t = t_{\max}$ から $t = 0$ まで $\boldsymbol{\lambda}$ について解く．このとき，回転子の回転方向は時計回りである．終端値問題では，（11）式，（12）式を前進 Euler 法によって時間方向に離散化し，ステップバイステップ方式に基づいて解く．非線形磁気特性は，保存した $\boldsymbol{X}$ と磁気特性データを用いて $\nu_i$ $(|\boldsymbol{B}|)$を算出することで考慮している．

**Step 3** Step 2 で得られた $\boldsymbol{\lambda}$ を（13）式に代入することで，設計感度を求める．

定常状態の物理量を目的関数とする場合，設計感度も定常状態の感度を求める必要がある．しかし，時間領域随伴変数法は初期値問題の都合上，初期時刻は 0 とする必要があるため，次式のように定常状態の感度 $\partial W/\partial \phi_n|_{\text{steady}}$ を計算する．

$$\left.\frac{\partial W}{\partial \phi_n}\right|_{\text{steady}} = \left.\frac{\partial W}{\partial \phi_n}\right|_{\text{all}} - \left.\frac{\partial W}{\partial \phi_n}\right|_{\text{transient}} \tag{14}$$

ここで，$\partial W/\partial \phi_n|_{\text{all}}$ は $t = 0$ から $t = t_{\max}$ までの設計感度，$\partial W/\partial \phi_n|_{\text{transient}}$ は $t = 0$ から $t = t_{\min}$ までの設計感度，$t_{\min}$ は定常状態の開始時刻を表す．

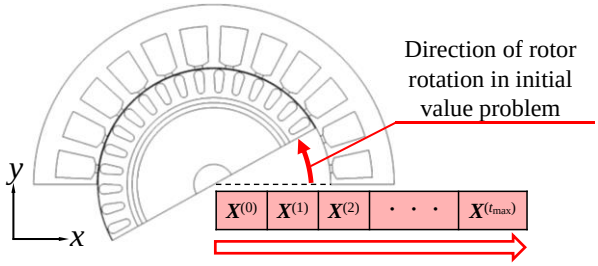


Fig. 2. Conceptual diagram of initial value problem.

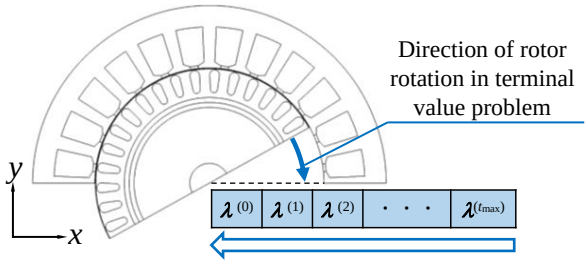


Fig. 3. Conceptual diagram of terminal value problem.

### （４）逐次線形計画法

不等式制約条件を考慮した最適化を行うため，逐次線形計画法（Sequential Linear Programming, SLP）を導入する．最適化反復（$k + 1$）回目における目的関数及び不等式制約を次式に示す．

$$\text{min.}\ W(\phi_n^{(k+1)}) = W(\phi_n^{(k)} + \delta\phi_n^{(k)}) \tag{15}$$

$$\text{s.t.}\quad g(\phi_n^{(k+1)}) = g(\phi_n^{(k)} + \delta\phi_n^{(k)}) \le g_0 \tag{16}$$

ここで，$g_0$ は制約指定値を表す．次に，テイラー展開を用いて（15）式，（16）式を変形すると次式のようになる．

$$\text{min.}\ W(\phi_n^{(k+1)}) = W(\phi_n^{(k)}) + (\partial W / \partial \phi_n^{(k)})^T \delta\phi_n^{(k)} \tag{17}$$

$$\text{s.t.}\ g(\phi_n^{(k+1)}) = g(\phi_n^{(k)}) + (\partial g / \partial \phi_n^{(k)})^T \delta\phi_n^{(k)} \le g_0 \tag{18}$$

さらに，（17）式，（18）式は次式のように変換できる．

$$\text{min.}\ (\partial W / \partial \phi_n^{(k)})^T \delta\phi_n^{(k)} \tag{19}$$

$$\text{s.t.}\quad (\partial g / \partial \phi_n^{(k)})^T \delta\phi_n^{(k)} \le g_0 - g(\phi_n^{(k)}) \tag{20}$$

（19）式，（20）式の線形計画問題を，線形計画法を用いて逐次的に解き，設計変数の更新量 $\delta\phi_n$ を求める．また，$\delta\phi_n$ には次式の制約を付加する．

$$-\min[\zeta^{(k)}, (\phi^{(k)} + h)] \le \delta\phi^{(k)} \le \max[\zeta^{(k)}, (-\phi^{(k)} + h)] \tag{21}$$

ここで，$\zeta$ はムーブリミット，$h$ は遷移幅を表す．（21）式を制約として付加することで，最適化反復における大幅な構造変化を避け，局所解に捕捉されることを防いでいる．

**（５）密度法・レベルセット法**

本節では，本論文で用いるレベルセット法[8]（LSM）及び密度法（DM）とレベルセット法の併用手法[9]（DM-LSM）について述べる．LSM 及び DM-LSM では以下の式で設計変数の更新を行う．

$$\phi_n^{(k+1)} = \phi_n^{(k)} + \delta\phi_n^{(k)} \tag{22}$$

ここで，$k$ は最適化反復回数を表す．LSM に関しては，設計変数をレベルセット関数として扱うため，（22）式の更新後に次式を満たすようにレベルセット関数の初期化を行う[8]．

$$\left|\mathrm{grad}\phi_n^{(k)}\right| = 1 \tag{23}$$

なお，レベルセット法はグレースケールを界面のみに抑える利点があるが，DM と比較して構造変化が乏しくなる．そのため，LSM の最適化初期ステップでは遷移幅を大きくし，材料界面の変化を促す．

**（６）トポロジー最適化手順**

トポロジー最適化手順を図 4 のフローチャートに示す．ここで，$k_{\mathrm{DM}}$ は DM の総反復回数，$k_{\mathrm{LSM}}$ は LSM の総反復回数を表す．LSM のみで最適化を行う場合は $k_{\mathrm{DM}} = 0$ とする．

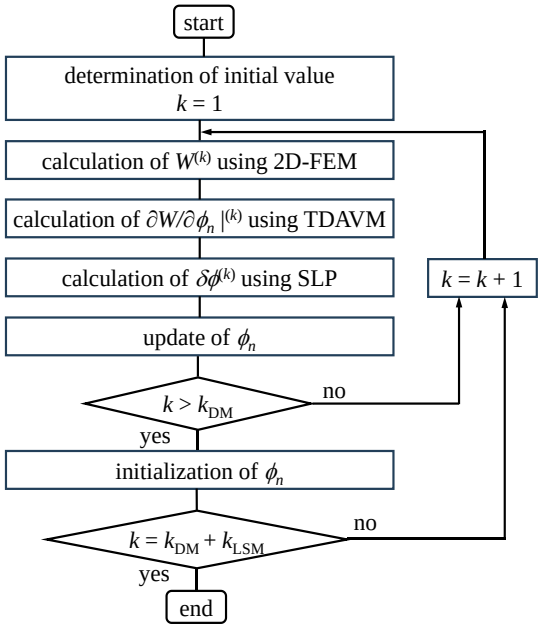


Fig. 4.　Flowchart for topology optimization.

## ３．最適化モデル

**（１）解析モデル**

図 5 にかご型誘導電動機の解析モデル[10]（節点数：27,788，要素数：54,726）を示す．図 5（a）は Reference モデル，図 5（b）は最適化モデルである．Reference モデルの寸法の詳細は文献[11] に記載されている．一次側の三相コイルは三相交流電源と Y-Y 結線で接続されている．固定子と回転子の磁性材料は 50A1300 を使用し，シャフトの比透磁率は 1000 とした．また，二次側導体にはアルミニウムを使用し，エンドリングを考慮した等価導電率を用いている．図 5（b）について，黄色で塗りつぶされた領域は設計領域を表している．設計領域には周期鏡面対称条件を適用するため，実際の設計領域は斜線で示した領域となる．

磁界解析の条件を表 1 に示す．ここで，$s$ はすべり，$f$ は周波数を表す．

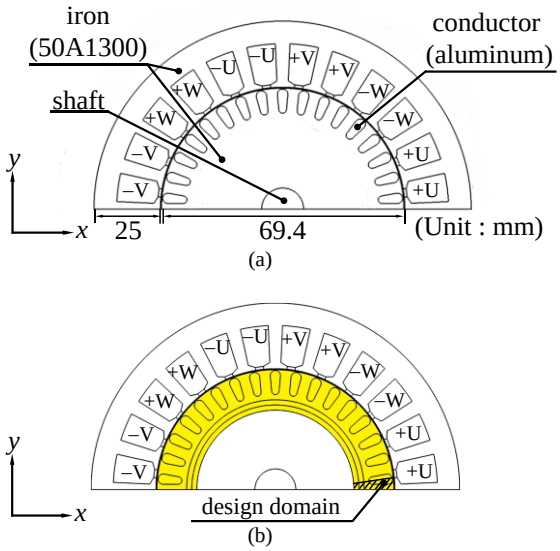


Fig. 5.　Analysis model. (a) Reference model. (b) Optimization model.

TABLE I　CONDITIONS FOR MAGNETIC FIELD ANALYSIS

| $n_u$, $n_v$, $n_w$ [turn] | $e_{uw}$, $e_{vw}$ [Vrms] | $R_u$, $R_v$, $R_w$ [Ω] | $\sigma_{\mathrm{alm}}$ [S/m] | $l$ [mm] | $s$ | $f$ [Hz] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 66 | 100 | 2.92 | $1.02\times10^7$ | 42 | 0.1 | 50 |

**（２）最適化問題**

本論文では，平均トルクの向上及びトルクリップルの低減を図る．目的関数及び制約関数を次式に示す．

$$\min.\ W = \frac{1}{t_{\max} - t_{\min}} \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \{T(\mathrm{t}) - T_0\}^2 dt \tag{24}$$

$$\mathrm{s.t.}\quad g = S_{\mathrm{alm}} - S_0 \le 0 \tag{25}$$

ここで，$T_0$ は平均トルク指定値，$S_{\mathrm{alm}}$ は設計領域のアルミニウムの総面積を表す．$S_0$ はアルミニウムの面積の指定値を表し，reference モデルのアルミニウムの総面積と同じ値にしている．（24）式は定常状態の各時刻のトルクを $T_0$ に近づける効果があることから，平均トルクの向上とトルクリップルの軽減を同時に考慮することができる．トルクリップルを制約条件として付加しない理由は，平均トルクの感度とは別にトルクリップルの感度を計算する必要があり，計算コストが増加するからである．

最適化ケース及び最適化条件を表 2 に示す．case a は LSM を用いた最適化, case b は DM-LSM を用いた最適化

である．$T_0$ については，Reference モデルの平均トルクよりも少し大きい値を採用した．

LSM のみの最適化における回転子の初期構造を図 6 に示す．LSM のみの最適化では，図 6 のように，二次側導体の輪郭と回転子の外周にゼロ等位面を設けている．DM-LSM の最適化では，全設計変数の初期値を 0 としている．LSM における遷移幅の変更は表 3 に従って行った．ここで，$h_w$ は最小要素幅を表す．

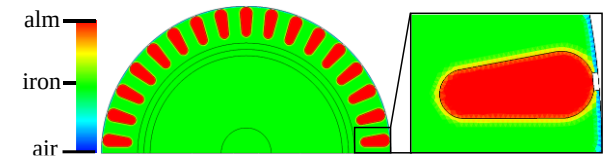

Fig. 6.　Initial structure in LSM.

TABLE II　OPTIMIZATION PARAMETERS

| case | $k_{DM}$ | $k_{LSM}$ | $T_0$ [N・m] | $S_0$ [m$^2$] | $h_w$ | $\zeta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 0 | 50 | 0.9 | $2.86\times10^{-4}$ | $8.4\times10^{-2}$ | $0.1h$ |
| b | 50 | 50 | 0.9 | $2.86\times10^{-4}$ | $8.4\times10^{-2}$ | $0.1h$ |

TABLE III　CHANGE OF TRANSITION WIDTH IN LSM

| $k-k_{DM}$ | 1～10 | 11～20 | 21～30 | 31～40 | 41～50 |
|---|---|---|---|---|---|
| $h$ | $5h_w$ | $4h_w$ | $3h_w$ | $2h_w$ | $h_w$ |

## 4．トポロジー最適化結果

図 7 に最適化で得られた構造を示す．図 7（a）は case a の最適化構造，図 7（b）は case b の最適化構造である．case a は LSM を用いた最適化結果であるので，現実的な最適化構造が得られたが，case b の DM-LSM を用いた最適化結果は二次側導体の本数が増加し，複雑な最適化構造となった．

図 8 に，$t$ = 133ms 時点（定常状態）の最適化構造の磁束密度分布を示す．図 8（a）は case a の磁束密度分布，図 8（b）は case b の磁束密度分布である．また，図 9 に，同時刻の最適化構造の渦電流密度分布を示す．図 9（a）は case a，図 9（b）は case b の渦電流密度分布である．case a，case b ともに，二次側導体が回転子の中心に寄ったことで導体上部に磁束密度が通るようになっており，高トルク化されたと考えられる．また，二次側導体はエアギャップ側が細く，回転子の中心側が太くなるような形状が得られており，電気抵抗に偏りができていると考えられる．通常，磁束密度はエアギャップ付近に多く通るため，二次側導体に流れる渦電流もエアギャップ付近に集中するが，両ケースとも回転子の中心側にも流れていることがわかる．

空気層については，case a には浅い溝，case b には深い溝が回転子の表面に生成された．これは一次側及び二次側導体の構造に合わせて生成されたものであり，スロット高調波を打ち消すことでトルクリップル軽減に寄与していると考えられる．case b では二次側導体の本数が増加し，複雑化したことで，回転子表面の空気層も深い溝を形成し，複雑化したと考えられる．

図 10 にトルク特性，表 4 に最適化結果を示す．設計領域のアルミニウムの総面積は両ケースともリファレンスのそれを僅かに超える結果になった．これは，レベルセット法では，制約を無視してレベルセット関数の初期化を行うからであると考えられる．両ケースとも，平均トルクはトルク指定値として設定した 0.9 N・m 付近の値となり，トルクリップルは case a では 59.7 %，case b では 67.3 %低減され，トルク特性の大幅な向上に成功した．

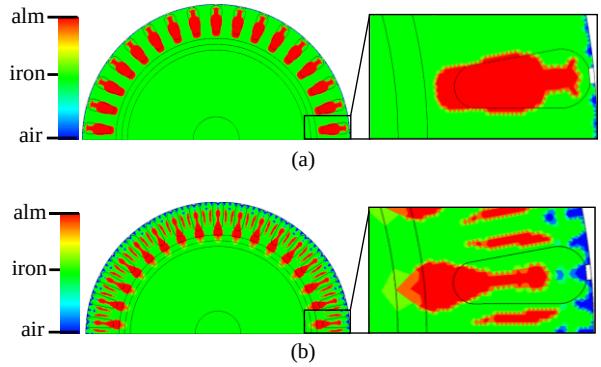

Fig. 7.　Optimized structure. (a) case a (with LSM). (b) case b (with DM-LSM).

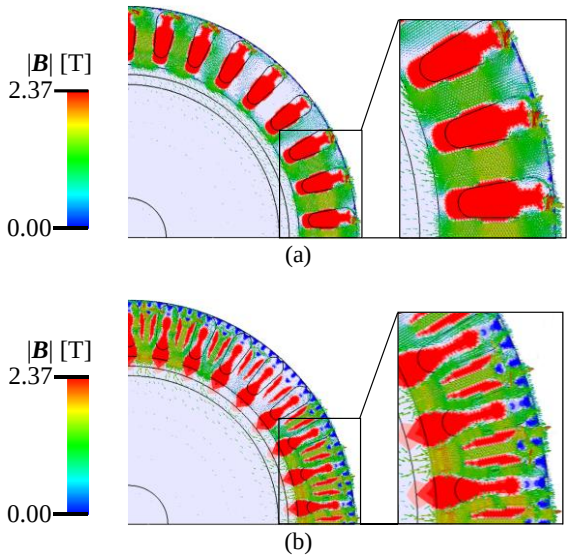

Fig. 8.　Magnetic flux density distribution ($t$ = 133ms). (a) case a (with LSM). (b) case b (with DM-LSM).

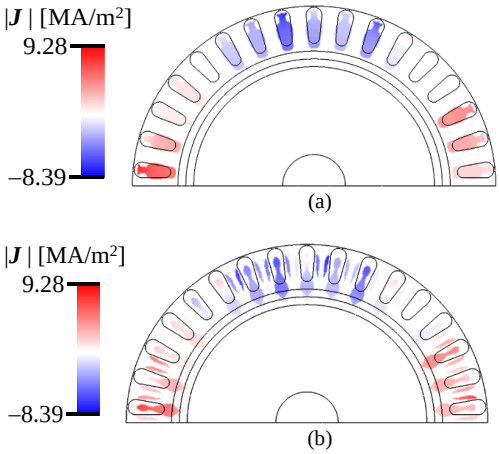

Fig. 9.　Eddy current density distribution ($t$ = 133ms). (a) case a (with LSM). (b) case b (with DM-LSM).

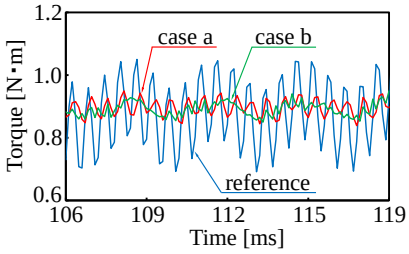


Fig. 10.　Torque characteristics

TABLE IV　OPTIMIZATION RESULTS

| case | $T_{ave}$ [N・m] | $T_{rip}$ [N・m] | $S_{alm}$ [m$^2$] | elapse time [h] |
|---|---|---|---|---|
| Ref. | 0.878 | 0.382 | | |
| a | 0.904 | 0.154 | $2.88\times10^{-4}$ | 42.1 |
| b | 0.894 | 0.125 | $2.87\times10^{-4}$ | 88.2 |

## ５．結論

本論文では，磁界・電圧源強連成解析に基づくかご型誘導電動機のマルチマテリアルトポロジー最適化を行い，高トルク化，低トルクリップル化を図った．

トポロジー最適化から得られた構造では，エアギャップ付近の二次側導体が電気抵抗を増加するように細い形状に変化した．また，トルクリップルを軽減するように回転子の表面に空気層が生成され，浅い溝ができた．

密度法とレベルセット法の併用手法を用いて得られた最適化構造について，二次側導体の本数が増加するとともに，エアギャップ付近の二次側導体が細い形状に変化した．導体の本数が増加した分，回転子表面の空気層による溝も増加し，深くなったと考えられる．

平均トルクはトルク指定値通りの 0.9 N・m 付近の値となり，トルクリップルも 59.7%～67.3%低減されたことで，トルク特性が大幅に向上した．

### 研究業績


(１) 平田竜一朗，岡本吉史：「磁界・電気回路強連成解析における時間領域随伴変数法の省メモリ化に関する検討」，電気学会静止器/回転機合同研究会，SA-23-020，RM23-020，神奈川，3 月，2023.

(２) R. Hirata, Y. Okamoto, “Reduction of Memory Consumption in Time Domain Adjoint Variable Method for Induction Motor Design Using Topology Optimization,” The 24th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields COMPUMAG 2023, May 2023.

(３) 平田竜一朗，岡本吉史：「磁界・電気回路強連成解析基づくかご型誘導電動機のマルチマテリアルトポロジー最適化」，電気学会静止器/回転機合同研究会，SA-23-020，RM23-020，神奈川，3 月，2023.


### 参考文献


(１) 経済産業省大臣官房調査統計グループ：「経済産業省生産動態統計年報機械統計編」，経済産業省（2021）

(２) 総合資源エネルギー調査会，省エネルギー基準部会，三相誘導電動機判断基準小委員会：「最終取りまとめ」，経済産業省 (2013)

(３) S. Park, S. Min, S. Yamasaki, S. Nishiwaki, J. Yoo, “Magnetic actuator design using level set based topology optimization,” *IEEE Trans. Magn*, Vol.44, No.11, pp.4037-4040 (2008).

(４) M. Yamano, K. Katayama, Y. Okamoto, “Sensitivity-based topology optimization of squirrel-cage induction motor in time domain using multi-material level-set method,” *IEEE Trans. Magn*, Vol.58, No.9, Art. ID : 8205904 (2022).

(５) 中田高義，高橋則雄：「電気工学の有限要素法」，森北出版 (1982)

(６) Y. Yamashita, Y. Okamoto, “Design optimization of synchronous reluctance motor for reducing iron loss and improving torque characteristics using topology optimization based on the level-set method,” *IEEE Trans. Magn*, Vol.56, No.3, Art. ID : 7510704 (2020).

(７) I.-H. Park, I.-G. Kwak, H.-B. Lee, S.-Y. Hahn, and K.-S. Lee, “Design sensitivity analysis for transient eddy current problems using finite element discretization and adjoint variable method,” *IEEE Trans. Magn*., Vol. 32, No. 3, pp. 1242-1245 (1996).

(８) S. Yamasaki, S. Nishiwaki, T. Yamada, K. Izui, and M. Yoshimura, “A structural optimization method based on the level set method using a new geometry-based re-initialization scheme,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 83, No. 12, pp. 1580-1624 (2010).

(９) 山下祐輝，子田陸，片山一哉，岡本吉史：「密度法・レベルセット法の段階的使用による IPM モータのマルチマテリアル構造最適化」，電気学会論文誌 D，Vol.141，No.9 pp.729-737 (2019)

(１０) 回転機のバーチャルエンジニアリングのための電磁界解析技術調査専門委員会：「回転機のバーチャルエンジニアリングのための電磁界解析技術」，電気学会 (2000)