

表面インピーダンス法を用いた損失性媒質の 広帯域電磁界解析

竹谷, 和真 / TAKEYA, Kazuma

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学研究科編

(巻 / Volume)

65

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

2

(発行年 / Year)

2024-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00030709>

表面インピーダンス法を用いた損失性媒質の広帯域電磁界解析

ULTRA-WIDEBAND EM ANALYSES OF LOSSY MEDIA USING SURFACE IMPEDANCE METHOD

竹谷和真

Kazuma TAKEYA

指導教員 柴山純

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

We often employ the surface impedance method in analyzing various electromagnetic (EM) problems including high-loss media. The use of this method can remarkably reduce computational resources, since a larger mesh size with a subsequent larger time step size can be used. In this article, we newly derive the formulation for the surface impedance method based on the fast inverse Laplace transform (FILT) and the Prony method. We analyze several kinds of lossy media, and evaluate the reflection coefficients. The results from our proposed method are compared with the theoretical values to confirm the effectiveness of this method.

Key Words : Fast inverse Laplace transform (FILT), Finite-difference time-domain (FDTD) method, Surface impedance, Prony method

1. はじめに

FDTD 法は、様々な種類の媒質に対する電磁界を、簡素な定式化で比較的正確に計算できる。しかし、高損失な媒質を含む FDTD 解析では、媒質内での空間の刻み幅を小さく選ばざるを得ず、膨大なメモリや計算時間が必要となる。高損失媒質を含む電磁界問題を正確かつ効率的に解析するために、種々の表面インピーダンス法が提案されている [1]-[6]。表面インピーダンス解析では媒質表面の電磁界のみを用いて外部の電磁界を計算・更新できるため、複雑な媒質の内部構造をモデル化する必要がない。その結果、大きな空間の刻み幅と時間ステップを使用できるため、計算資源を大幅に削減できる。他方、周波数依存性媒質を含めた解析のための高速逆ラプラス変換 (FILT)[7], [8] と Prony 法を組み合わせた周波数依存型 FDTD 法が提案されている [9]。

本稿では、FILT と Prony 法を用いた表面インピーダンス法に基づく新たな FDTD 法の定式化及び実装を行う [10]-[12]。

2. 本論

(1) 定式化

FILT と Prony 法を用いて媒質の表面インピーダンスを 1 次元 FDTD 法に組み込むための定式化を行う。媒質/空気の境界が計算セルに含まれる一例を図 1 に示す。高損失な媒質の場合、電磁界は媒質の表面のみに集中するため、複素周波数領域における媒質表面の電界の接線成分 E^t は媒質表面の磁界の接線成分 H^t を

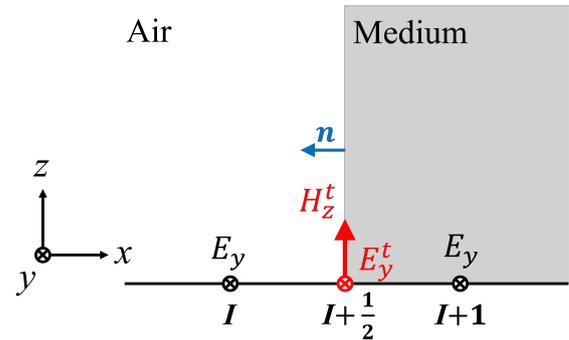


図 1 媒質表面における FDTD セル

用いて以下の式で表される。

$$E_y^t(s) = \left[\frac{Z_s(s)}{s} \right] s H_z^t(s) = X(s) s H_z^t(s) \quad (1)$$

ここで、 $Z_s(s)$ は複素周波数領域における一様な半無限媒質に対する表面インピーダンスであり、誘電率 ϵ 、透磁率 μ を用いて次の式で表現される。

$$Z_s(s) = \sqrt{\frac{\mu(s)}{\epsilon(s)}} \quad (2)$$

式 (1) を時間領域に変換し、畳み込み積分を用いると、

$$E_y^t(t) = X(t) * \frac{\partial H_z^t(t)}{\partial t} = X(t) * H_z^t(t) \quad (3)$$

が得られる。ここで、 $X(t)$ は FILT によって導出される時間領域のインパルス応答である。次に、式 (3) を

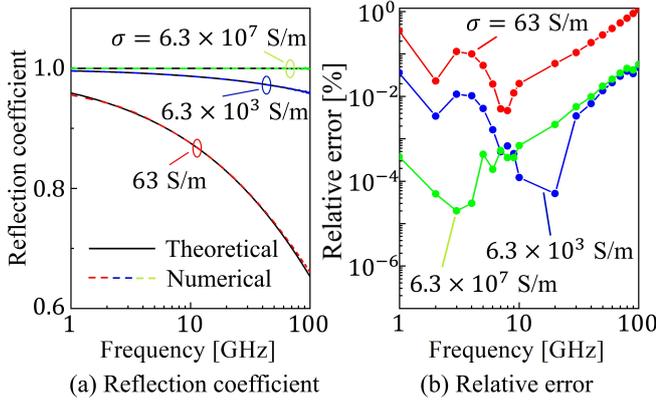


図2 解析結果

z 領域に変換すると,

$$E_y^t(z) = \sum_{l=1}^{N_l} E_{y,l}^t(z) = \sum_{l=1}^{N_l} \frac{A_l}{1 - p_l z^{-1}} H_z^l(z) \quad (4)$$

が得られる。ここで、 A_l , p_l は FILT によって得られたインパルス応答に対して Prony 法を適用することで導出されるパラメータである。式 (4) を離散化すると、時間領域における媒質表面の電界成分は、

$$E_y^{t,n} = \sum_{l=1}^{N_l} p_l E_{y,l}^{t,n-1} + \sum_{l=1}^{N_l} A_l \frac{H_z^{t,n+\frac{1}{2}} - H_z^{t,n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \quad (5)$$

と表現される。

他方、Maxwell の方程式を媒質表面に対して離散化すると、磁界の更新式は、

$$H_z^{t,n+\frac{1}{2}} = H_z^{t,n-\frac{1}{2}} - \frac{2\Delta t}{\mu} \frac{E_y^{t,n}(I+\frac{1}{2}) - E_y^n(I)}{\Delta x} \quad (6)$$

となる。式 (5) を式 (6) に代入すると、時間領域における金属表面の磁界成分は、以下の式で表現される。

$$H_z^{t,n+\frac{1}{2}} = H_z^{t,n-\frac{1}{2}} + \frac{2\Delta t}{\mu\Delta x + 2\sum_{l=1}^{N_l} A_l} \left(E_y^n(I) - \sum_{l=1}^{N_l} p_l E_{y,l}^{t,n-1} \right) \quad (7)$$

(2) 解析結果

定式化した手法を用いて図 1 に示した構造の 1 次元 FDTD 解析を行う。解析する金属の導電率 σ を 63, 6.3×10^3 , 6.3×10^7 S/m に選ぶ。背景は空気 ($\epsilon_r = 1$) とする。空間の刻み幅を 0.1 mm, 時間の刻み幅を $\Delta t \simeq 1.67 \times 10^{-13}$ s に設定する。構造の左部から E_y (H_z) 偏波のパルス波を励振し、反射したパルス波を計測する。

図 2(a) に周波数に対する反射係数の解析結果を示す。提案手法の反射係数の解析結果と理論値が 1 ~ 100 GHz の間でほとんど一致していることが見出せる。より詳細な正確さを評価するために理論値との相対誤差を評価する。図 2(b) に周波数に対する反射係数の理

論値との相対誤差を示す。広い周波数帯域に亘って、理論値との相対誤差が約 1.2% 以下に抑えられていることがわかる。

3. 結び

FILT と Prony 法を用いた表面インピーダンス法に基づく新たな数値解析法の定式化及び実装を行った。提案した手法を用いて金属に対して数値解析を行った。反射係数の評価を行い、理論値と良く一致することを示した。

参考文献

- 1) J. G. Maloney and G. S. Smith, "The use of surface impedance concepts in the finite-difference time-domain method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 40, no. 1, pp. 38-48, 1992.
- 2) J. G. Maloney and G. S. Smith, "The efficient modeling of thin material sheets in the finite-difference time-domain (FDTD) method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 40, no. 1, pp. 323-330, 1992.
- 3) C. W. Penney, R. J. Luebbers, and J. W. Schuster, "Scattering from coated targets using a frequency-dependent, surface impedance boundary condition in FDTD," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 44 no. 4, pp. 434-443, 1996.
- 4) M. Feliziani, F. Maradei, and G. Tribellini, "Field analysis of penetrable conductive shields by the finite-difference time-domain method with impedance network boundary conditions (INBCs)," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 41, no. 4, pp. 307-319, Nov. 1999.
- 5) V. Nayyeri, M. Soleimani, and O. M. Ramahi, "A method to model thin conductive layers in the finite-difference time-domain method," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 56, no. 2, pp. 385-392, Apr. 2014.
- 6) S. Gaucher, C. Guiffaut, N. Bui, A. Reineix, and O. Cessenat, "Angle-dependent face-centered SIBC model of metamaterial in conformal FDTD methods," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 71 no. 9, pp. 7438-7446, 2023.
- 7) T. Hosono, "Numerical inversion of Laplace transform and some applications to wave optics," *Radio Sci.*, vol. 16, no. 6, pp. 1015-1019, Nov./Dec. 1981.
- 8) S. Kishimoto, S. Ohnuki, Y. Ashizawa, K. Nakagawa, and W. C. Chew, "Time domain analysis of nanoscale electromagnetic problems by a boundary integral equation method with fast inverse Laplace transform," *J. Electromagn. Waves Appl.*, vol. 26, no. 8-9, pp. 997-1006, 2012.
- 9) J. Chakrothai, "Novel FDTD scheme for analysis of frequency-dependent medium using fast inverse Laplace transform and Prony's method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 67, no. 9, pp. 6076-6089, Sep. 2018.
- 10) K. Takeya, J. Chakrothai, J. Shibayama, Y. Suzuki, and K. Fujii, "An FDTD formulation of a metal surface impedance using fast inverse Laplace transform and Prony's method," *in Proc. Progress in Electromagnetic Research Symposium, Prague*, 3A9b, 2023.
- 11) 竹谷和真, チャカロタイジエドヴィスノブ, 柴山純, 鈴木敬久, 藤井勝巳, "FILT と Prony 法を用いた表面インピーダンス解析," *信学技法*, vol. 123, no. 114, EMT2023-48, pp. 196-201, 2023.
- 12) K. Takeya, J. Chakrothai, J. Shibayama, Y. Suzuki, and K. Fujii, "Novel surface impedance formulation via FILT and Prony method for FDTD analyses of lossy media," *IEEE Antennas Wireless Popag. Lett.*, doi:10.1109/LAWP.2024.3363224, 2024.