

法政大学学術機関リポジトリ

HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2024-12-31

誤差補正を適用した電磁力計算法を用いた電磁機器のトポロジー最適化に関する研究

澤田, 亮太 / SAWADA, Ryota

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学研究科編

(巻 / Volume)

65

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

6

(発行年 / Year)

2024-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00030703>

誤差補正を適用した電磁力計算法を用いた 電磁機器のトポロジー最適化に関する研究

RESEARCH ABOUT TOPOLOGY OPTIMIZATION OF ELECTROMAGNETIC DEVICES USING
ELECTROMAGNETIC FORCE CALCULATION METHOD WITH ERROR CORRECTION

澤田亮太

Ryota SAWADA

指導教員 岡本吉史

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

To improve the electromagnetic characteristics of electrical machines, high accuracy in the numerical electromagnetic field analysis such as the finite element method (FEM) is substantially required. When the virtual design using the FEM is carried out recently, the optimization method is frequently used for the reduction of design costs. If the calculation error is mixed in the FEM, its error increases due to the iterative applications of the FEM in the optimization algorithm. It is particularly concerned that the error in the electromagnetic force calculation tends to increase. To overcome its difficulty, the topology optimization method based on the sensitivity analysis, on which the error correction method for the electromagnetic force calculation is implemented, is proposed. Its performance is investigated on the fundamental optimization problem for the maximization of electromagnetic force in the magnetostatic field.

Key Words : *Adjoint Variable Method, Error Correction Method, Nodal Force Method, Topology Optimization*

1. はじめに

近年、電気機器の設計現場では、様々なコストを削減するため、CAE ツールが導入されている。有限要素法 (FEM) 等の各種シミュレーション技術は、機器定数や最良の寸法・形状を仮想的に見出すことが可能であるため、実機製作の前段階において、有力な概念設計ツールと成りえる。しかしながら、FEMには計算誤差が含まれていることに注意しなければならない。特に、電磁力計算を実施する場合、計算対象・メッシュ分割図によっては、多大な計算誤差が混入するケースがあり、計算結果の利活用に対しては、相応の注意が必要となる。また昨今、トポロジー最適化 (TO) 等の最適化手法の技術力が目覚ましく進歩している。特に、FEMを用いた電磁力解析では、TOに実装されている繰り返し計算に伴う計算誤差の蓄積が、収束解へ悪影響を及ぼすことが、懸念されている。

電磁力解析の計算誤差を改善するため、エッグシェル法^[1]や、複数の積分路における電磁力計算結果の平均値を採用する方法^[2]等が提案されている。エッグシェル法^[1]では、電磁力の計算対象となる機器を取り囲む閉曲線上を積分路として電磁力が評価される。したがって、電

磁力計算の対象となる領域中に歪んだ要素が多く含まれる場合、離散化誤差を低減できる利点がある。また、複数の積分路を用いた方法^[2]では、各積分路において計算誤差の大小があるため、それらを平均化することで、ある程度、計算誤差を低減できると考えられる。しかしながら、これらの方法では、電磁力計算に含まれる根本的な誤差の改善が行われているわけではない。

そこで筆者らは、計算領域に内在する複数の磁気ソースが、それぞれ単独で存在するケースを事前にシミュレーションしたところ、磁気ソース単体で存在する場合の電磁力が零になっていないことを明らかにした。そして、それらの非零の値を各媒質における電磁力計算に重畳される誤差と考え、全ての磁気ソースを考慮して得られた電磁力の値から、誤差を差し引く手法 (誤差補正法) を提案した^[3]。しかしながら、文献 [3] では、順問題に対するアプローチのみが報告されており、昨今、設計現場で多用されている TO への導入方法については、述べられていない。また、TO 内部の反復計算に伴う電磁力解析の計算誤差の蓄積は、探索方向となる勾配の計算精度へも悪影響を与えるため、TO から得られた結果が真に良質な構造である保証はない。

そこで本論文では、目的関数の勾配を用いた TO の一手法である密度法^[4]に対して、誤差補正法の適用を検討する。文献[3]で提案されている誤差補正法を、TO の感度解析部へ導入し、TO を実施することで収束構造が改善されたので報告する。

2. 電磁力計算に誤差補正法を適用したトポロジ最適化

(1) 節磁気非線形性を考慮した有限要素法弱形式

次式に、磁気非線形性を考慮した有限要素法弱形式を示す。

$$G_i = \iint_{S_{all}} \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right\} dx dy - \iint_{S_{MW}} J_{0z} N_i dx dy - \iint_{S_{PM}} \nu_0 \left(M_y \frac{\partial N_i}{\partial x} - M_x \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) dx dy \quad (1)$$

ここで、 A_z は z 軸方向の磁気ベクトルポテンシャル、 N_i は節点 i に対する補間関数、 J_{0z} は z 軸方向の強制電流密度、 M_x, M_y は、それぞれ、永久磁石磁化の x, y 方向成分を示す。また、 S_{all} は解析領域全体、 S_{MW} は励磁巻線領域、 S_{PM} は永久磁石領域を示す。磁性体の構造最適化を行う際、磁性体の材料密度を設計変数 ϕ として、連続化ヘビサイド関数 $H(\phi)$ ^[5] を用いて、次式のように磁気抵抗率 $\nu(\phi)$ を設定する。

$$\nu(\phi) = H(\phi)\nu(|\mathbf{B}|) + \{1 - H(\phi)\}\nu_0 \quad (2)$$

なお、 $\nu(|\mathbf{B}|)$ は磁性材料の BH データより算出する。また永久磁石の構造最適化を行う際は、永久磁石の材料密度を設計変数として、次式のように x 軸方向及び y 軸方向の永久磁石の磁化 $M_x(\phi), M_y(\phi)$ を設定する。

$$\begin{aligned} M_x(\phi) &= H(\phi)M_x \\ M_y(\phi) &= H(\phi)M_y \end{aligned} \quad (3)$$

(2) 誤差補正法を適用した電磁力解析の計算手順

図 1 に示す永久磁石と鉄芯が対抗したモデルを用いて、電磁力計算の誤差補正の計算手順を説明する。

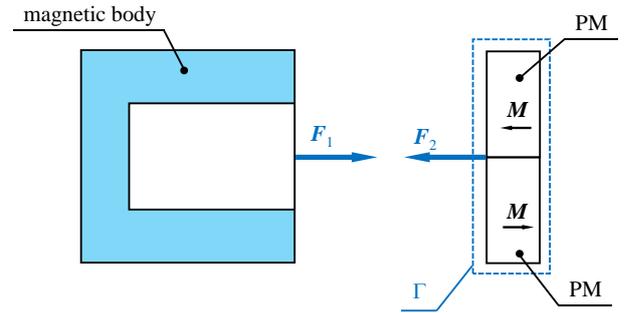
まず、図 1 (a) に示すように、全ての磁気ソースが存在した状態で、有限要素法による磁界計算を実施する。磁性体の磁気非線形性を考慮する場合は、ニュートン・ラフソン法等の非線形反復計算の収束結果から、電磁力を計算する。なお、以降の誤差補正では、Frozen Permeability 法^[6]と同様に、ニュートン・ラフソン法から得られる磁気抵抗率の収束値を各要素の磁気抵抗率に割り当てる。

次に、図 1 (b) に示すように、磁気ソースを取り囲む

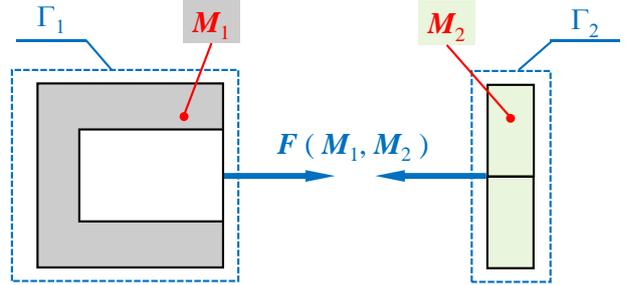
ように閉曲線 Γ_1, Γ_2 を定義し、前の手順で求められた磁束密度 \mathbf{B} を節点力法^[7]へ受け渡し、電磁力 $\mathbf{F}(\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2)$ を計算する。ここで、 \mathbf{M}_1 は鉄芯の磁化ベクトル、 \mathbf{M}_2 は永久磁石中の磁化ベクトルである。なお、 \mathbf{M}_1 は非線形反復計算で得られた磁気抵抗率を(2)式へ代入し、得られた $\nu(\phi)$ を次式へ代入することで求めることができる。

$$\mathbf{M}_1 = \left(1 - \frac{\nu}{\nu_0}\right) \mathbf{B} \quad (4)$$

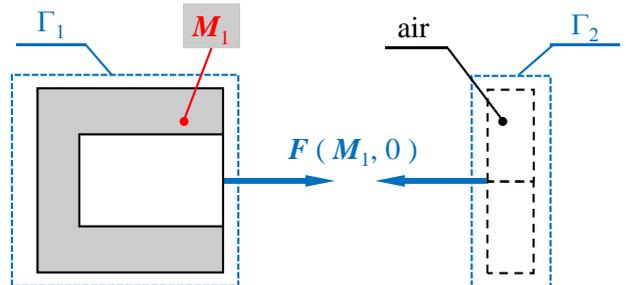
図 1 (c), (d) に示すように、各磁気ソースが単体で存在する場合、理論上、それぞれの物体には電磁力が作



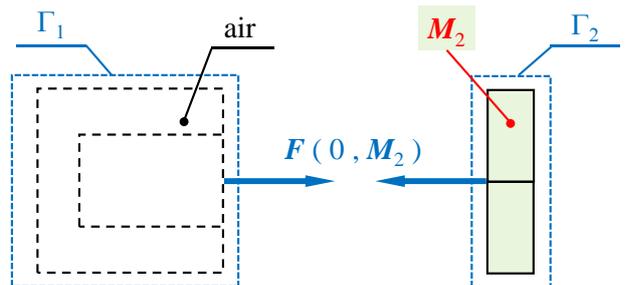
(a) 鉄心・永久磁石モデル



(b) 全ての磁気ソースを考慮した電磁力計算



(c) 永久磁石のない状態における電磁力計算



(d) 鉄心の無い状態における電磁力計算

図 1 鉄心・永久磁石対向モデルにおける誤差補正手順

用しない。しかしながら、実際の数値計算では、各磁気ソースが単体で存在する場合においても計算誤差が含まれる。したがって、それぞれの磁気ソース片方のみを ON とし得られる電磁力 $F(M_1, 0)$, $F(0, M_2)$ が、 $F(M_1, M_2)$ に重畳している計算誤差となる。したがって、次式のように、補正された電磁力 F_{cor} が得られる。

$$F_{cor} = F(M_1, M_2) - F(M_1, 0) - F(0, M_2) \quad (5)$$

なお、 M_1 を電流密度へ置換すれば、励磁巻線・永久磁石対抗型モデルにおける誤差補正へ容易に転用できる。

(3) 誤差補正法を適用した感度解析

目的関数・制約条件の勾配を用いた感度解析ベースの TO では、通常、随伴変数法^[8]を用いて、目的関数の設計変数に関する感度を求める。

目的関数を、誤差補正後の電磁力 F_{cor} に関連する物理量とした場合、目的関数の勾配導出においても、次式のように誤差補正を考慮する必要がある。

$$\frac{\partial F_{cor}}{\partial \phi} = \frac{\partial F(M_1, M_2)}{\partial \phi} - \frac{\partial F(M_1, 0)}{\partial \phi} - \frac{\partial F(0, M_2)}{\partial \phi} \quad (6)$$

ここで、鉄芯構造を最適化する場合、設計変数 ϕ は鉄芯構造を含む設計領域以外に定義されていない。したがって、(6) 式右辺第三項を無視できる。その一方、永久磁石領域を最適化する場合、右辺第二項を考慮する必要はない。

(4) トポロジー最適化手法

本論文では、逐次線形計画法 (SLP)^[9]・^[10]を用いて、不等式制約条件付き最適化問題を解く。SLP に基づくトポロジー最適化のフローチャートを図 2 に示す。まず、反復回数のインデックス k を 1 に初期化する (step 1)。次に、全ての磁気ソースを ON とした状態で有限要素解析を実施し、電磁力 $F(M_1, M_2)$ を求める (step 2)。さら

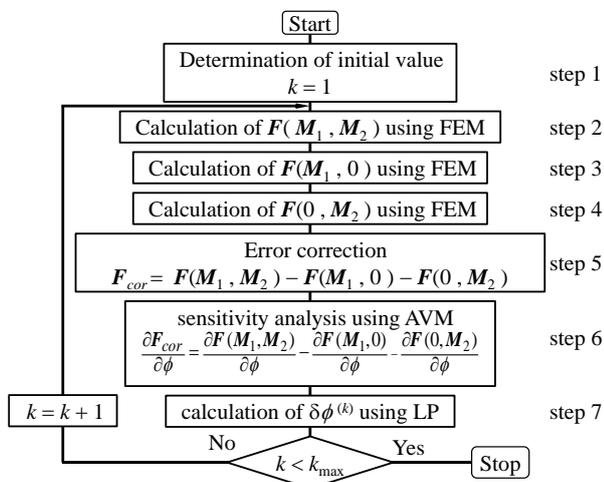


図 2 誤差補正を考慮した電磁力計算に基づくトポロジー最適化のフローチャート

に、電磁力 $F(M_1, 0)$, $F(0, M_2)$ を求めることで(step 3, step4), 補正された電磁力に基づき (step 5), 目的関数を評価する。次に、随伴変数法を用いて、誤差補正された感度を求め (step 6), 線形計画問題 (LP) を生成して設計変数の修正量を求める (step 7)。以上の工程を、反復回数が k_{max} に到達するまで繰り返し実行する。

3. 最適化条件

(1) 永久磁石と励磁巻線の対向モデル

永久磁石と励磁巻線 (MW) を対向させたときに、永久磁石に作用する電磁力の最大化を目的とする永久磁石の構造最適化問題を定義する。図 3 に解析モデルを示す。MW 側を取り囲む空気領域に電磁力計算領域 Γ を設定する。また作成したメッシュの全節点数は 3,621, 全要素数は 7,200, 未知節点数は 3,581, 非零要素数は 24,990 であった。

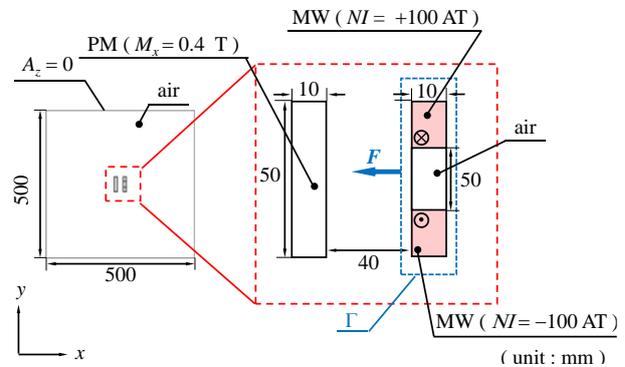


図 3 永久磁石と励磁巻線の対向モデル

(2) 鉄心と永久磁石の対向モデル

鉄芯の近くに永久磁石を配置し、永久磁石に作用する電磁力を目的関数とした鉄芯の構造最適化問題を定義する。図 4 に解析モデルを示す。永久磁石を取り囲む空気領域 Γ を電磁力計算領域とする。鉄芯と永久磁石との x 軸方向の間隔 l_x は 10 mm と設定した。鉄芯の初期配置における電磁力の解析値をリファレンスとし、その外側に設計領域を設けて構造最適化をすることにより、このリファレンスと最適化結果の変化を検証する。また作成したメッシュの全節点数は 4,477, 全要素数は 8,936, 未知節点数

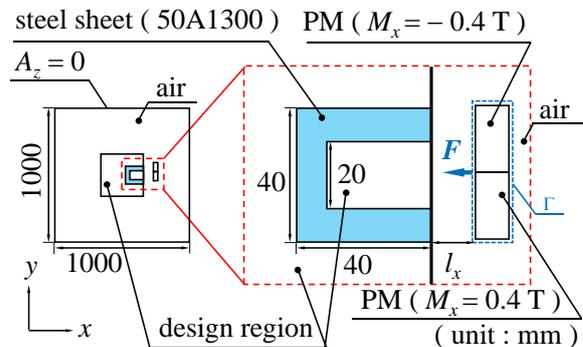


図 4 鉄心と永久磁石の解析モデル

は 4,461, 非零要素数は 31,166 であった。

(3) 解析条件

本論文における, 最適化問題の目的関数 W と制約条件 $g(\phi)$ を次に示す。

$$\begin{aligned} \max. \quad & W = -F_x \\ \text{s.t.} \quad & g(\phi) = S_i(\phi) - S_0 \leq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

ここで $S_i(\phi)$ は設計材料の面積で, S_0 は設計材料面積の許容値である。永久磁石と励磁巻線の対向モデルでは, 永久磁石全体の 50% に相当する $2.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ と定め, 鉄心・永久磁石のモデルでは, リファレンスとして設定した電磁鋼板の面積値である $8.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ と定める。SLP を用いて設計変数の修正量求める際, 目的関数及び制約条件を, Taylor 展開により線形問題に変換している。線形問題に変換した目的関数及び制約条件を次式に示す。

$$\begin{aligned} \max. \quad & \nabla W(\phi^{(k)})^T \delta\phi^{(k)} \\ \text{s.t.} \quad & \nabla S_i(\phi^{(k)})^T \delta\phi^{(k)} \leq S_s - S_i(\phi^{(k)})^T, \\ & -\min[\zeta^{(k)}, (h + \phi^{(k)})] \leq \delta\phi^{(k)} \leq \min[\zeta^{(k)}, (h - \phi^{(k)})] \end{aligned} \quad (8)$$

ここで, $\delta\phi^{(k)}$ は最適化反復 k 回目における設計変数の更新量である。また h は遷移幅であり, 作成したメッシュの最小幅としている。また $\zeta^{(k)}$ は最適化計算 k 回目のムーブリミットを表しており, 設計変数の更新量を制限することにより, 目的関数の収束を促している。最適化による目的関数の収束に対応して, $\zeta^{(k)}$ を次式のように更新する。

$$\zeta^{(k+1)} = \begin{cases} \zeta^{(k)} & (W^{(k)} \leq W^{(k-1)}) \\ \eta_d \zeta^{(k+1)} & (W^{(k)} > W^{(k-1)}) \end{cases} \quad (9)$$

ここで, η_d はダンピング係数である。電磁力誤差補正の有無によるトポロジー最適化への影響を調べるため, 表 1 に示すように条件を設定した。case 1, 2 は永久磁石と励磁巻線が対向したモデルにおける永久磁石の構造最適化であり, case 3, 4 は鉄心と永久磁石が対向したモデルにおける鉄芯の構造最適化である。最適化に必要なパラメータをまとめたものを表 2 に示す。ここで ζ_0 はムーブリミットの初期値である。また, ε_{CG} は

case	Error correction method	design material
1	—	PM
2	✓	
3	—	magnetic body
4	✓	

CG 法による磁束密度の計算の収束オーダー, ε_{NR} は NR 法による磁束密度の計算の収束オーダーであり, 鉄心と永久磁石のモデルにおいてのみ使用する。 h は, 連続化へビサイド関数^[5]の遷移幅を示す。

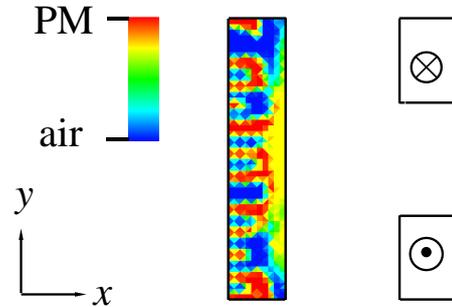
表 2 解析パラメータ

Iteration	ζ_0	η_d	ε_{NR}	ε_{ICCG}
50	$0.05h$	0.98	10^{-3}	10^{-4}

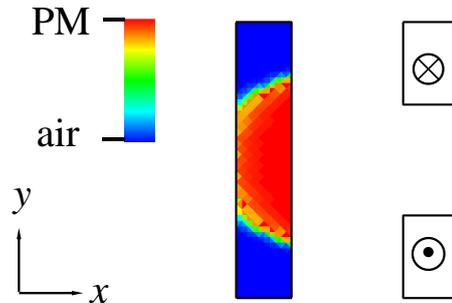
4. 最適化結果

(1) 永久磁石と励磁巻線の対向モデルの最適化

各 case において, 得られた構造最適化結果をそれぞれ図 5 に示す。図 5 (a) より, 誤差補正を導入しない場合, 電磁力の計算値に誤差が含まれるため, 非物理的な構造が得られていることがわかる。その一方, 図 5 (b) では, 誤差補正を導入することで具体的な永久磁石構造が得られていることがわかる。図 6 に目的関数の収束特性を示



(a) case 1 における構造最適化結果 (誤差補正なし)



(b) case 2 における構造最適化結果 (誤差補正有り)

図 5 永久磁石構造最適化結果

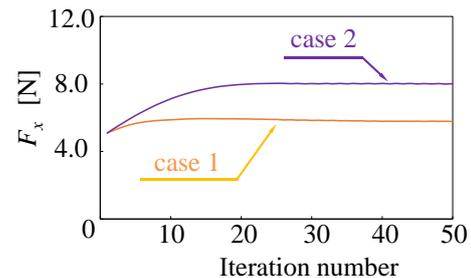


図 6 永久磁石構造最適化の収束特性

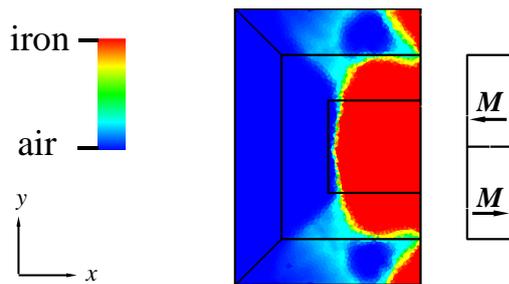
す。誤差補正を導入した case 2 の収束履歴は、case 1 のそれよりも良好な特性となった。

(2) 鉄心と永久磁石の対向モデルの最適化

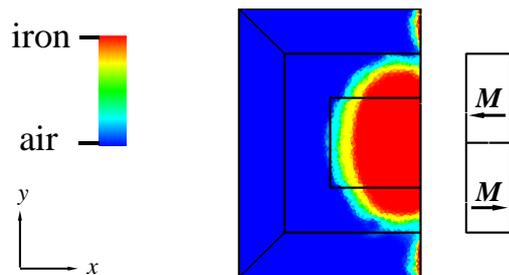
図 7 に case 3, 4 で得られた鉄芯構造を示す。誤差補正の有無にかかわらず、得られた構造には、グレースケールが残っていた。これについては、レベルセット法の適用等により、改善できる。誤差補正を導入することで、鉄芯の輪郭が滑らかに分布していることがわかる。図 8 に目的関数の収束特性を示す。なお ref. 1 は、図 4 に示された水色領域に鉄芯を配置した場合の電磁力の計算値（誤差補正済み）である。双方のケースで得られた結果は、ref. 1 の電磁力よりも大きくなっており、TO が成功したと考えられる。しかしながら、鉄芯領域の構造最適化では、永久磁石領域の構造最適化よりも、誤差補正法の影響が小さいことがわかる。

(3) 計算時間

表 3 に各条件における最適化で要した計算時間を示す。なお、本研究でを使用した PC の仕様は、Intel Core i7-9700K 3.6GHz with 64 GB memory である。これより、誤差補正



(a) case 3 における構造最適化結果（誤差補正なし）



(b) case 4 における構造最適化結果（誤差補正有り）

図 7 鉄心構造最適化結果

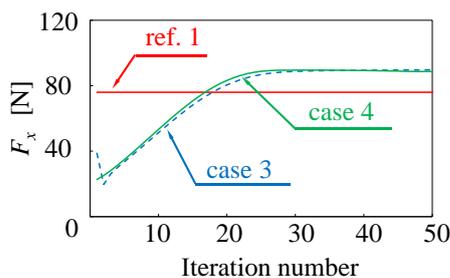


図 8 鉄心構造最適化の収束特性

を導入することにより、永久磁石構造最適化では約 1.3 倍、鉄心構造最適化では約 2 倍に増加した。比率が異なる理由は、それぞれのケースにおけるニュートン・ラフソン法の反復回数が異なるからである。

誤差補正の導入により、計算時間は増加傾向にあるため、今後、計算コストを低減できる手法の開発が必須となる。

表 3 計算時間

case	1	2	3	4
Elapsed time [s]	13.7	16.9	11.3	23.3

5. 結論

本論文では、電磁力誤差補正を援用したトポロジー最適化について検討を行った。永久磁石、および、鉄芯が包含された磁気回路において、誤差補正法を導入した電磁力解析に基づくトポロジー最適化手法を提案し、その性能について検証を行った。本論文より得られる結果を要約すると以下のようになる。

- (1) 永久磁石と励磁巻線が対向しているモデルの永久磁石構造を最適化する問題では、誤差補正法を電磁力計算へ導入することにより、物理的な構造を導出できることが明らかになった。また、最終的な構造に作用する電磁力も大幅に改善された。
- (2) 鉄芯と永久磁石が対向しているモデルの鉄芯領域を最適化する問題において、誤差補正法を導入した電磁力計算を活用することで、得られる構造に変化があった。本問題では、電磁力の大きさには、あまり変化がなかったが、構造変化が確認されたため、提案手法の効能が確認された。
- (3) 電磁力計算に誤差補正を導入することで、磁気ソースの数が増加することにより、順問題に加えて、随伴変数法の計算コストも増加する。今後、計算コスト削減に関する検討も必要である。

謝辞：本実験を進めるにあたり、共著としてご助言いただいた株式会社 JSOL 阿波根明様、そして大学院生活をサポートしていただいた家族への感謝を、この場を借りてお礼申し上げます。

参考文献

- 1) F. Henrotte, G. Deliège, and K. Hameyer, “The eggshell approach for the computation of electromagnetic forces in 2D and 3D”, *COMPEL The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 23, No. 4, pp. 996-1005 (2004).
- 2) S. L. Ho, Shuangxia Niu, W.N. Fu, and Jianguo Zhu, “A

- mesh-insensitive methodology for magnetic force computation in finite-element analysis”, *IEEE Trans, Magn.*, Vol. 48, No. 2 pp. 287-289 (2012).
- 3) Y. Okamoto, T. Iino, Y. Yamashita, A. Ahagon, Y. Kida, K. Semba, and T. Yamada, “Improvement of calculation accuracy of electromagnetic force based on nodal force method using error correction in magnetostatic field”, *Digest of the 23rd Conference on the Computation of Electromagnetic Fields COMPUMAG 2021*, PAP2-430 (2022).
 - 4) M. P. Bendsøe, “Optimal shape design as a material distribution problem”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 1, pp. 193-202 (1989).
 - 5) Y. Yamashita, and Y. Okamoto, “Design optimization of synchronous reluctance motor for reducing iron loss and improving torque characteristics using topology optimization based on the level-set method”, *IEEE Trans, Magn.*, Vol. 56, No. 2, art. ID 7510704 (2020).
 - 6) J. Alison, D. G. Dorrell, and C. Cossar, “Flux-linkage calculation in permanent-magnet motors using the frozen permeabilities method,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 10, pp. 3946-3948 (2005).
 - 7) A. Kameari, “Local force calculation in 3D FEM with edge elements”, *Int. J. Appl. Electromagn. Mater.*, Vol. 3, pp. 231-240 (1993).
 - 8) I.-H. Park, B.-T. Lee, and S.-Y. Hahn, “Design sensitivity analysis for nonlinear magnetostatic problems using finite element method”, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 28, No. 2, pp. 1533-1536 (1992).
 - 9) F. Moses and S. Onoda, “Minimum weight design of structures with application to elastic grillages,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 1, No. 4, pp. 311-331 (1969).
 - 10) Y. Okamoto, Y. Tominaga, S. Wakao, and S. Sato, “Improvements in material-density-based topology optimization for 3-D magnetic circuit design by FEM and sequential linear programming method”, *IEEE Trans, Magn.*, Vol. 50, No. 2, art. ID 7017004 (2014).