# 法政大学学術機関リポジトリ

# HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-01-03

# 誤差補正を適用した電磁力計算法を用いた電 磁機器のトポロジー最適化に関する研究

# 澤田, 亮太 / SAWADA, Ryota

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院理工学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要.理工学研究科編
(巻 / Volume)
65
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
6
(発行年 / Year)
2024-03-24
(URL)
https://doi.org/10.15002/00030703

# 誤差補正を適用した電磁力計算法を用いた 電磁機器のトポロジー最適化に関する研究

# RESEARCH ABOUT TOPOLOGY OPTIMIZATION OF ELECTROMAGNETIC DEVICES USING ELECTROMAGNETIC FORCE CALCULATION METHOD WITH ERROR CORRECTION

# 澤田亮太 Ryota SAWADA 指導教員 岡本吉史

### 法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

To improve the electromagnetic characteristics of electrical machines, high accuracy in the numerical electromagnetic field analysis such as the finite element method (FEM) is substantially required. When the virtual design using the FEM is carried out recently, the optimization method is frequently used for the reduction of design costs. If the calculation error is mixed in the FEM, its error increases due to the iterative applications of the FEM in the optimization algorithm. It is particularly concerned that the error in the electromagnetic force calculation tends to increase. To overcome its difficulty, the topology optimization method based on the sensitivity analysis, on which the error correction method for the electromagnetic force calculation is implemented, is proposed. Its performance is investigated on the fundamental optimization problem for the maximization of electromagnetic force in the magnetostatic field.

Key Words : Adjoint Variable Method, Error Correction Method, Nodal Force Method, Topology Optimization

### 1. はじめに

近年,電気機器の設計現場では,様々なコストを削減 するため,CAE ツールが導入されている.有限要素法 (FEM)等の各種シミュレーション技術は,機器定数や最 良の寸法・形状を仮想的に見出すことが可能であるため, 実機製作の前段階において,有力な概念設計ツールと成 りえる.しかしながら,FEMには計算誤差が含まれてい ることに注意しなければならない.特に,電磁力計算を 実施する場合,計算対象・メッシュ分割図によっては, 多大な計算誤差が混入するケースがあり,計算結果の利 活用に対しては,相応の注意が必要となる.また昨今, トポロジー最適化(TO)等の最適化手法の技術力が目覚 ましく進歩している.特に,FEMを用いた電磁力解析で は,TOに実装されている繰り返し計算に伴う計算誤差の 蓄積が,収束解へ悪影響を及ぼすことが,懸念されてい る.

電磁力解析の計算誤差を改善するため、エッグシェル 法<sup>[1]</sup>や、複数の積分路における電磁力計算結果の平均値 を採用する方法<sup>[2]</sup>等が提案されている.エッグシェル法 <sup>[1]</sup>では、電磁力の計算対象となる機器を取り囲む閉曲線 上を積分路として電磁力が評価される.したがって、電 磁力計算の対象となる領域中に歪んだ要素が多く含まれ る場合,離散化誤差を低減できる利点がある.また,複 数の積分路を用いた方法<sup>[2]</sup>では,各積分路において計算 誤差の大小があるため,それらを平均化することで,あ る程度,計算誤差を低減できると考えらえる.しかしな がら,これらの方法では,電磁力計算に含まれる根本的 な誤差の改善が行われているわけではない.

そこで筆者らは、計算領域に内在する複数の磁気ソー スが、それぞれ単独で存在するケースを事前にシミュレ ーションしたところ、磁気ソース単体で存在する場合の 電磁力が零になっていなことを明らかにした.そして、 それらの非零の値を各媒質における電磁力計算に重畳さ れる誤差と考え、全ての磁気ソースを考慮して得られた 電磁力の値から、誤差を差し引く手法(誤差補正法)を 提案した<sup>[3]</sup>.しかしながら、文献[3]では、順問題に 対するアプローチのみが報告されており、昨今、設計現 場で多用されている TO への導入方法については、述べら れていない.また、TO 内部の反復計算に伴う電磁力解析 の計算誤差の蓄積は、探索方向となる勾配の計算精度へ も悪影響を与えるため、TO から得られた結果が真に良質 な構造である保証はない. そこで本論文では,目的関数の勾配を用いた TO の一手 法である密度法<sup>[4]</sup>に対して,誤差補正法の適用を検討す る.文献[3]で提案されている誤差補正法を,TO の感 度解析部へ導入し,TO を実施することで収束構造が改善 されたので報告する.

# 2. 電磁力計算に誤差補正法を適用したトポロジ 一最適化

# (1) 節磁気非線形性を考慮した有限要素法弱形式

次式に,磁気非線形を考慮した有限要素法弱形式を示 す.

$$\begin{aligned} G_{i} &= \iint_{S_{all}} \left\{ \frac{\partial N_{i}}{\partial x} \left( v \frac{\partial A_{z}}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \left( v \frac{\partial A_{z}}{\partial y} \right) \right\} dx dy \\ &- \iint_{S_{MW}} J_{0z} N_{i} dx dy - \iint_{S_{PM}} v_{0} \left( M_{y} \frac{\partial N_{i}}{\partial x} - M_{x} \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \right) dx dy \end{aligned}$$
(1)

ここで、 $A_z$ は z 軸方向の磁気ベクトルポテンシャル、 $N_i$ は節点 i に対する補間関数、 $J_{0z}$ は z 軸方向の強制電流密 度、 $M_x$ 、 $M_y$ は、それぞれ、永久磁石磁化のx、y 方向成分を 示す. また、 $S_{all}$ は解析領域全体、 $S_{MW}$ は励磁巻線領域、  $S_{PM}$ は永久磁石領域を示す。磁性体の構造最適化を行う際、 磁性体の材料密度を設計変数 $\phi$ として、連続化ヘビサイド 関数  $H(\phi)$ <sup>[5]</sup>を用いて、次式のように磁気抵抗率 $v(\phi)$ を設 定する。

$$\nu(\phi) = H(\phi)\nu(|\mathbf{B}|) + \{1 - H(\phi)\}\nu_0 \tag{2}$$

なお、 $\nu$  (|B|) は磁性材料の BH データより算出する.また永久磁石の構造最適化を行う際は、永久磁石の材料密度を設計変数として、次式のように x 軸方向及び y 軸方向の永久磁石の磁化  $M_x(\phi)$ ,  $M_y(\phi)$ を設定する.

$$M_{x}(\phi) = H(\phi)M_{x}$$

$$M_{y}(\phi) = H(\phi)M_{y}$$
(3)

# (2) 誤差補正法を適用した電磁力解析の計算手順

図1 に示す永久磁石と鉄芯が対抗したモデルを用いて, 電磁力計算の誤差補正の計算手順を説明する.

まず,図1(a)に示すように,全ての磁気ソースが存 在した状態で,有限要素法による磁界計算を実施する. 磁性体の磁気非線形性を考慮する場合は,ニュートン・ ラフソン法等の非線形反復計算の収束結果から,電磁力 を計算する.なお,以降の誤差補正では,Frozen Permeability法<sup>[6]</sup>と同様に,ニュートン・ラフソン法か ら得られる磁気抵抗率の収束値を各要素の磁気抵抗率に 割り当てる.

次に、図1(b)に示すように、磁気ソースを取り囲む

ように閉曲線  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ を定義し,前の手順で求められた磁 束密度 Bを節点力法<sup>[7]</sup> へ受け渡し,電磁力  $F(M_1, M_2)$ を 計算する.ここで, $M_1$ は鉄芯の磁化ベクトル, $M_2$ は永久 磁石中の磁化ベクトルである.なお, $M_1$ は非線形反復計 算で得られた磁気抵抗率を(2)式へ代入し,得られた $\nu(\phi)$ を次式へ代入することで求めることができる.

$$\boldsymbol{M}_1 = \left(1 - \frac{\nu}{\nu_0}\right) \boldsymbol{B} \tag{4}$$

図1(c), (d) に示すように,各磁気ソースが単体で 存在する場合,理論上,それぞれの物体には電磁力が作



用しない.しかしながら,実際の数値計算では,各磁気 ソースが単体で存在する場合においても計算誤差が含ま れる.したがって,それぞれの磁気ソース片方のみを ON として得られる電磁力 F(M<sub>1</sub>, 0), F(0, M<sub>2</sub>) が, F(M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>) に重畳している計算誤差となる.したがって,次式のよ うに,補正された電磁力 F<sub>cor</sub>が得られる.

$$F_{cor} = F(M_1, M_2) - F(M_1, 0) - F(0, M_2)$$
(5)

なお, M<sub>1</sub>を電流密度へ置換すれば, 励磁巻線・永久磁石 対抗型モデルにおける誤差補正へ容易に転用できる.

# (3) 誤差補正法を適用した感度解析

目的関数・制約条件の勾配を用いた感度解析ベースの TO では,通常,随伴変数法<sup>[8]</sup>を用いて,目的関数の設 計変数に関する感度を求める.

目的関数を, 誤差補正後の電磁力 *Fcor* に関連する物理 量とした場合, 目的関数の勾配導出においても, 次式の ように誤差補正を考慮する必要がある.

$$\frac{\partial F_{cor}}{\partial \phi} = \frac{\partial F(\boldsymbol{M}_1, \boldsymbol{M}_2)}{\partial \phi} - \frac{\partial F(\boldsymbol{M}_1, 0)}{\partial \phi} - \frac{\partial F(0, \boldsymbol{M}_2)}{\partial \phi}$$
(6)

ここで,鉄芯構造を最適化する場合,設計変数 / は鉄芯 構造を含む設計領域以外に定義されていない.したがっ て,(6)式右辺第三項を無視できる.その一方,永久磁 石領域を最適化する場合,右辺第二項を考慮する必要は ない.

#### (4)トポロジー最適化手法

本論文では、逐次線形計画法(SLP) [9], [10]を用いて、 不等式制約条件付き最適化問題を解く. SLP に基づくト ポロジー最適化のフローチャートを図 2 に示す.まず、 反復回数のインデックスkを1に初期化する(step 1). 次に、全ての磁気ソースを ON とした状態で有限要素解 析を実施し、電磁力 $F(M_1, M_2)$ を求める(step 2).さら



図2 誤差補正を考慮した電磁力計算に基づく トポロジー最適化のフローチャート

に、電磁力  $F(M_1, 0)$ ,  $F(0, M_2)$  を求めることで(step 3, step4),補正された電磁力に基づき(step 5),目的関数 を評価する.次に、随伴変数法を用いて、誤差補正され た感度を求め(step 6),線形計画問題(LP)を生成して 設計変数の修正量を求める(step 7).以上の工程を、反 復回数が $k_{max}$ に到達するまで繰り返し実行する.

## 3. 最適化条件

## (1) 永久磁石と励磁巻線の対向モデル

永久磁石と励磁巻線 (MW)を対向させたときに、永久 磁石に作用する電磁力の最大化を目的する永久磁石の構 造最適化問題を定義する.図3に解析モデルを示す.MW 側を取り囲む空気領域に電磁力計算領域Γを設定する.ま た作成したメッシュの全節点数は3,621,全要素数は7,200, 未知節点数は3,581,非零要素数は24,990 であった.



#### (2) 鉄心と永久磁石の対向モデル

鉄芯の近くに永久磁石を配置し,永久磁石に作用する電磁力を目的関数とした鉄芯の構造最適化問題を定義する. 図4に解析モデルを示す.永久磁石を取り囲む空気領域Γ を電磁力計算領域とする.鉄芯と永久磁石との x 軸方向の間隔 4 は 10 mm と設定した.鉄心の初期配置における 電磁力の解析値をリファレンスとし,その外側に設計領域を設けて構造最適化をすることにより,このリファレ ンスと最適化結果の変化を検証する.また作成したメッシュの全節点数は 4,477,全要素数は 8,936,未知節点数



図4 鉄心と永久磁石の解析モデル

は4,461,非零要素数は31,166であった.

#### (3)解析条件

本論文における,最適化問題の目的関数 W と制約条件 g(φ)を次に示す.

$$\max \cdot W = -F_x$$
  
s.t.  $g(\phi) = S_i(\phi) - S_0 \le 0$  (7)

ここで  $S_i(\phi)$  は設計材料の面積で、 $S_0$  は設計材料面積の 許容値である.永久磁石と励磁巻線の対向モデルでは、 永久磁石全体の 50% に相当する  $2.5 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup> と定め、鉄 心・永久磁石のモデルでは、リファレンスとして設定し た電磁鋼板の面積値である  $8.0 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup> と定める. SLP を 用いて設計変数の修正量求める際、目的関数及び制約条 件を、Taylor 展開により線形問題に変換している.線形 問題に変換した目的関数及び制約条件を次式に示す.

$$\max . \nabla W(\phi^{(k)})^T \delta \phi^{(k)}$$
  
s.t.  $\nabla S_i(\phi^{(k)})^T \delta \phi^{(k)} \le S_s - S_i(\phi^{(k)})^T,$   
 $-\min \left[ \zeta^{(k)}, (h + \phi^{(k)}) \right] \le \delta \phi^{(k)} \le \min \left[ \zeta^{(k)}, (h - \phi^{(k)}) \right]$  (8)

ここで、 $\delta \phi(k)$ は最適化反復 k 回目における設計変数の更 新量である.また h は遷移幅であり、作成したメッシュ の最小幅としている.また $\zeta^{(k)}$ は最適化計算 k 回目のムー ブリミットを表しており、設計変数の更新量を制限する ことにより、目的関数の収束を促している.最適化によ る目的関数の収束に対応して、 $\zeta^{(k)}$ を次式のように更新す る.

$$\zeta^{(k+1)} = \begin{cases} \zeta^{(k)} & (W^{(k)} \le W^{(k-1)}) \\ \eta_d \zeta^{(k+1)} & (W^{(k)} > W^{(k-1)}) \end{cases}$$
(9)

ここで、*na*はダンピング係数である.

電磁力誤差補正の有無によるトポロジー最適化への影響 を調べるため、表1に示すように条件を設定した. case 1, 2 は永久磁石と励磁巻線が対向したモデルにおける永久 磁石の構造最適化であり, case 3,4 は鉄心と永久磁石が 対向したモデルにおける鉄芯の構造最適化である. 最適 化に必要なパラメータをまとめたものを表 2 に示す. こ こで ム はムーブリミットの初期値である. また, εcg は

表1 最適化条件						
case	Error correction method	design material				
1	_	DM				
2	~	PM				
3	_	magnetic hadre				
4	✓	magnetic body				

CG 法による磁束密度の計算の収束オーダー,  $\varepsilon_{NR}$ は NR 法による磁束密度の計算の収束オーダーであり,鉄心と 永久磁石のモデルにおいてのみ使用する. hは,連続化へ ビサイド関数<sup>[5]</sup>の遷移幅を示す.

	表2 解析パラメータ					
Iteration	ζ0	$\eta_d$	$\mathcal{E}_{\mathrm{NR}}$	$\mathcal{E}_{\mathrm{ICCG}}$		
50	0.05h	0.98	10-3	10-4		

#### 4. 最適化結果

(1) 永久磁石と励磁巻線の対向モデルの最適化

各 case において,得られた構造最適化結果をそれぞれ図 5 に示す.図5(a)より,誤差補正を導入しない場合, 電磁力の計算値に誤差が含まれるため,非物理的な構造 が得られていることがわかる.その一方,図5(b)では, 誤差補正を導入することで具体的な永久磁石構造が得ら れていることがわかる.図6に目的関数の収束特性を示



(a) case 1 における構造最適化結果(誤差補正なし)



(b) case 2 における構造最適化結果(誤差補正有り)
 図 5 永久磁石構造最適化結果



す. 誤差補正を導入した case 2 の収束履歴は, case 1 のそ れよりも良好な特性となった.

# (2) 鉄心と永久磁石の対向モデルの最適化

図7に case 3,4 で得られた鉄芯構造を示す. 誤差補正 の有無にかかわらず,得られた構造には、グレースケー ルが残っていた. これについては、レベルセット法の適 用等により、改善できる. 誤差補正を導入することで、 鉄芯の輪郭が滑らかに分布していることがわかる. 図 8 に目的関数の収束特性を示す. なお ref.1は、図4に示 された水色領域に鉄芯を配置した場合の電磁力の計算値 (誤差補正済み)である. 双方のケースで得られた結果は、 ref.1の電磁力よりも大きくなっており、TO が成功した と考えられる. しかしながら、鉄芯領域の構造最適化で は、永久磁石領域の構造最適化よりも、誤差補正法の影 響が小さいことがわかる.

### (3)計算時間

表 3 に各条件における最適化で要した計算時間を示す. なお,本研究で使用した PC の仕様は, Intel Core i7-9700K 3.6GHz with 64 GB memory である. これより, 誤差補正



(b) case 4 における構造最適化結果(誤差補正有り)図7 鉄心構造最適化結果



図8 鉄心構造最適化の収束特性

を導入することにより,永久磁石構造最適化では約 1.3 倍,鉄心構造最適化では約 2 倍に増加した.比率が異な る理由は,それぞれのケースにおけるニュートン・ラフ ソン法の反復回数が異なるからである.

誤差補正の導入により,計算時間は増加傾向にあるため,今後,計算コストを低減できる手法の開発が必須となる.

表3 計算時間

case	1	2	3	4		
Elapsed time [s]	13.7	16.9	11.3	23.3		

## 5. 結論

本論文では、電磁力誤差補正を援用したトポロジー最 適化について検討を行った.永久磁石,および,鉄芯が 包含された磁気回路において,誤差補正法を導入した電 磁力解析に基づくトポロジー最適化手法を提案し,その 性能について検証を行った.本論文より得られる結果を 要約すると以下のようになる.

- (1) 永久磁石と励磁巻線が対向しているモデルの永 久磁石構造を最適化する問題では、誤差補正法 を電磁力計算へ導入することにより、物理的な 構造を導出できることが明らかになった.また、 最終的な構造に作用する電磁力も大幅に改善さ れた.
- (2) 鉄芯と永久磁石が対向しているモデルの鉄芯領 域を最適化する問題において,誤差補正法を導 入した電磁力計算を活用することで,得られる 構造に変化があった.本問題では,電磁力の大 きさには,あまり変化がなかったが,構造変化 が確認されたため,提案手法の効能が確認され た.
- (3) 電磁力計算に誤差補正を導入することで、磁気 ソースの数が増加することにより、順問題に加 えて、随伴変数法の計算コストも増加する。今 後、計算コスト削減に関する検討も必要である。

謝辞:本実験を進めるにあたり,共著としてご助言いた だいた株式会社JSOL 阿波根明様,そして大学院生活を サポートしていただいた家族への感謝を,この場を借り てお礼申し上げます.

### 参考文献

- F. Henrotte, G. Deliége, and K. Hameyer, "The eggshell approach for the computation of electromagnetic forces in 2D and 3D", COMPEL The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, Vol. 23, No. 4, pp. 996-1005 (2004).
- 2) S. L. Ho, Shuangxia Niu, W.N. Fu, and Jianguo Zhu, "A

mesh-insensitive methodology for magnetic force computation in finite-element analysis", *IEEE Trans, Magn.*, Vol. 48, No. 2 pp. 287-289 (2012).

- 3) Y. Okamoto, T. Iino, Y. Yamashita, A. Ahagon, Y. Kida, K. Semba, and T. Yamada, "Improvement of calculation accuracy of electromagnetic force based on nodal force method using error correction in magnetostatic field", *Digest of the23rd Conference on the Computation of Electromagnetic Fields COMPUMAG 2021*, PAP2-430 (2022).
- 4) M. P. Bendsøe, "Optimal shape design as a material distribution problem", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 1, pp. 193-202 (1989).
- 5) Y. Yamashita, and Y. Okamoto, "Design optimization of synchronous reluctance motor for reducing iron loss and improving torque characteristics using topology optimization based on the level-set method", *IEEE Trans, Magn.*, Vol. 56, No. 2, art. ID 7510704 (2020).

- 6) J. Alison, D. G. Dorrell, and C. Cossar, "Flux-linkage calculation in permanent-magnet motors using the frozen permeabilites method," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 10, pp. 3946-3948 (2005).
- A. Kameari, "Local force calculation in 3D FEM with edge elements", *Int. J. Appl. Electromagn. Mater.*, Vol. 3, pp. 231-240 (1993).
- 8) I.-H. Park, B.-T. Lee, and S.-Y. Hahn, "Design sensitivity analysis for nonlinear magnetostatic problems using finite element method", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 28, No. 2, pp. 1533-1536 (1992).
- 9) F. Moses and S. Onoda, "Minimum weight design of structures with application to elastic grillages," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 1, No. 4, pp. 311-331 (1969).
- 10) Y. Okamoto, Y. Tominaga, S. Wakao, and S. Sato, "Improvements in material-density-based topology optimization for 3-D magnetic circuit design by FEM and sequential linear programming method", *IEEE Trans, Magn*, Vol. 50, No. 2, art. ID 7017004 (2014).