

置換結合セルオートマトンの解析と応用

Okano, Taiji / 岡野, 泰士

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学研究科編

(巻 / Volume)

65

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

3

(発行年 / Year)

2024-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00030690>

置換結合セルオートマトンの 解析と応用

ANALYSIS AND APPLICATIONS OF
PERMUTATION CELLULAR AUTOMATA

岡野泰士

Taiji Okano

指導教員 斎藤利通

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

This paper studies basic dynamics of permutation elementary cellular automata (PECAs), characterized by 3-1 Boolean function and global permutation connection. Depending on the global permutation connection, the PECAs can generate a variety of periodic orbits which are impossible in the elementary cellular automata. As the first step of engineering application, we implement the PECAs on a FPGA based hardware prototype.

Key Words : Elementary cellular automata, FPGA,

1. はじめに

基本セルオートマトン (ECA[1][2]) とは、時間、空間、状態変数がすべて離散的なデジタル力学システムのことであり、3入力1出力のブーリアン関数によって動作する。ECAの先行研究は多岐に渡って存在し、非線形ダイナミクスの基礎研究、及び工学的応用の双方において非常に重要なテーマである。[3][4][5]

本稿では、ECAを基に我々が新たに提案したシステムである、置換基本セルオートマトン (PECAs, CRCA[6]) について研究する。PECAは自分が大学院1年生の際に携わった技術である PBNN[7][8] と深く関連のあるシステムであり、基本セルオートマトンに置換層を組み合わせた3層のデジタル力学システムである。結合の組み合わせによって、ECAでは呈する事の出来ない現象を含む多様な2値周期軌道 (BPOs) を呈することが出来る点が強みである。また、扱う状態変数が2値である事から、数値解析が簡単である点や、FPGAを用いた回路実装に適している点も強みとして挙げられる。

本稿では、PECAについてFPGAを用いたハードウェア実装を中心に記載する。2章でPECAについての具体的な説明を、3章でFPGAを用いたPECAの回路実装についてを記載する。FPGAを用いた回路実装は6足歩行ロボットの制御[4]やパワーコンバーター回路の制御信号[5]などの工学的応用への基礎となると考えている。

2. 置換基本セルオートマトン

まず初めに、リング結合型ECAの定義式について説明

する。ECAのセルの数を N 、離散時刻を t とし、離散時刻 t における i 番目のセルの状態を2値状態 $x_i^t \in \{0,1\} \equiv B$ としたとき、ECAの動作は次のように表すことができる。

$$x_i^{t+1} = F(x_{i-1}^t, x_i^t, x_{i+1}^t),$$
$$i \in \{1, 2, \dots, N\}, N \geq 3 \quad (1)$$

ここで、 F は3入力1出力のブール関数であり、本研究ではリング結合型のECAを用いるため、 $x_0^t \equiv x_N^t$, $x_{N+1}^t \equiv x_1^t$ が成り立っている。また、8つの3次元2値入力 $(1,1,1), (1,1,0), \dots, (0,0,0)$ に対する8つの2値出力を10進数表記で表したものをルールナンバー (RN) と定義する。以下に例を示す。

$$\begin{aligned} F(1,1,1) &= 0 & F(0,1,1) &= 0 \\ F(1,1,0) &= 1 & F(0,1,0) &= 1 \\ F(1,0,1) &= 0 & F(0,0,1) &= 0 \\ F(1,0,0) &= 1 & F(0,0,0) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

(1)式を用いることによって、8つの3次元2値入力に対して上記のような出力が得られたとする。この場合、 $(01010100)_2 = 84_{10}$ といったように変換されるため、上記の例はRN84と表現することができる。ECAの場合、ルールの総数は $2^{2^3} = 256$ 個存在している。図1(a)(b)にRN84を用いた際のECAの構成図と出力例を示した。図1(b)の出力は周期6のBPOを呈しており、このBPOは6足ロボットの制御信号として用いることが出来る。

PECAは、ECAに置換層を加えることによって構成される。動作式は次のように表すことが出来る。

$$x_i^{t+1} = y_\sigma^t$$

$$y_\sigma^t = F(x_{i-1}^t, x_i^t, x_{i+1}^t), \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & N \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \dots & \sigma(N) \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここで、 $y_i^t \in B$ は i 番目の隠れ層の状態を表し、 σ は組み合わせ結合の組み合わせ方を表している。ここで、簡略化のために、今後は $x^t \equiv (x_1^t, \dots, x_N^t)$ 、 $y^t \equiv (y_1^t, \dots, y_N^t)$ と表すものとする。

図 1 (c) に PECA の構成図を示した。ここで、図 1 (c) では図 1 (a) と同じく、RN84 を用いて PECA を構成している。図 1 (c) のように、PECA は入力層から隠れ層までが ECA、隠れ層から出力層までが置換層によって構成されているシステムである。そのため、PECA はまず入力 x^t を受けたのち、通常の ECA と同様にブール関数を用いて中間出力 y^t を出力する。その後、中間出力 y^t を組み合わせ層のつなぎ方に応じて組み合わせ、出力 x^{t+1} として出力する、といった流れで動作する。結合の組み合わせによって ECA では呈する事の出来ない現象を含む多様な BPO を呈することが出来る点に加え、中間層として組み合わせ層を用いているため、ECA のソースコードに 5 行程度手を加えるだけで PECA のシミュレーションを行うことが出来るといった手軽さが本システムの強みである。

ここで、組み合わせ識別子 $P(\sigma(1), \dots, \sigma(N))$ を導入する。すると、PECA の動作は組み合わせ識別子 $P(\sigma)$ と RN によって特徴づけることが出来る。例えば、図 1 (c) の例は RN84 と $P(265314)$ を用いた PECA である、といった具合である。図 1 (d) に図 1 (c) のシステムを用いた際の出力例を示した。図 1 (d) は周期 14 の BPO を呈しており、ECA の出力結果よりも周期が伸びている。このように、置換層を加えることによって、ECA よりも長い周期の BPO、ECA では呈する事の出来ない BPO を呈することが出来るのが PECA の大きな特徴である。

周期 p の BPO は以下のように定義される。

$$z^1, \dots, z^p, \dots \begin{cases} z^{t_1} = z^{t_2} & \text{for } |t_2 - t_1| = np \\ z^{t_1} \neq z^{t_2} & \text{for } |t_2 - t_1| \neq np \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 z^t は $z^t = (z_1^t, \dots, z_N^t)$ 、 $z_i^t \in B$ を満たす。BPO を構成する要素 $z^p \in B^N$ は BPPs (Binary Periodic Points) とし、BPP ではないが、入力として与えると最終的に BPO に収束する点 $z^p \in B^N$ を EPPs (Eventually Periodic Points) というように定義する。

3. FPGA を用いたハードウェア実装

本章では、PECA の工学的応用への第一歩として、FPGA を用いた回路実装 [6] について紹介する。FPGA とは、製造後に利用者が各々の目的の為に回路を実装出来るように設計された集積回路のことである。FPGA を使うメリットとして、C 言語のようなプログラミングで回路実装を行うことが出来る点、並列処理が可能であるため、シミュレ-

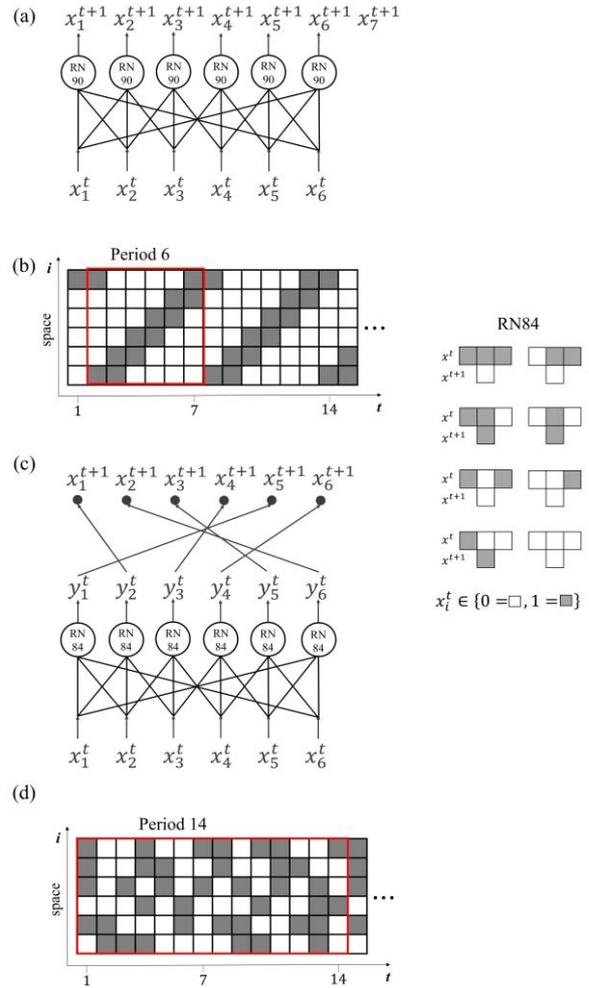


図 1. ECA、PECA の構成図及び出力例。(a) RN84 を用いた際の ECA の構成図及びルールテーブル。(b) RN84 を用いた際の ECA の出力例 (周期 6 の BPO)。(c) RN84, $P(265314)$ を用いた際の PECA の構成図。(d) RN84, $P(265314)$ を用いた際の PECA の出力例 (周期 14 の BPO)。

ションと比べて処理が高速である点が挙げられる。PECA は 2 値の状態変数を用いている点から、FPGA のようなデジタル回路実装に適している。実装の際に用いた器具などは次の通りである。

- バージョン: Vivado 2020.1 platform (Xilinx).
- FPGA: Xilinx Artix-7 XC7A35T-ICPG236C.
- クロック: 100 [MHz].
(実装時はクロックを 10Hz に分周している。)
- 測定機器: ANALOG DISCOVERY2
- 測定ソフトウェア: Waveforms 2015

上記のツールを用いることによって、実験的に ECA、PECA をデジタル回路として FPGA 上に実装することに成功した。図 3 (a) (b) に観測波形を示した。図 3 (a) の波形は図 1 (b) に示した周期軌道に、図 3 (b) の波形は図 1 (d) に示した周期軌道に、それぞれ対応している。

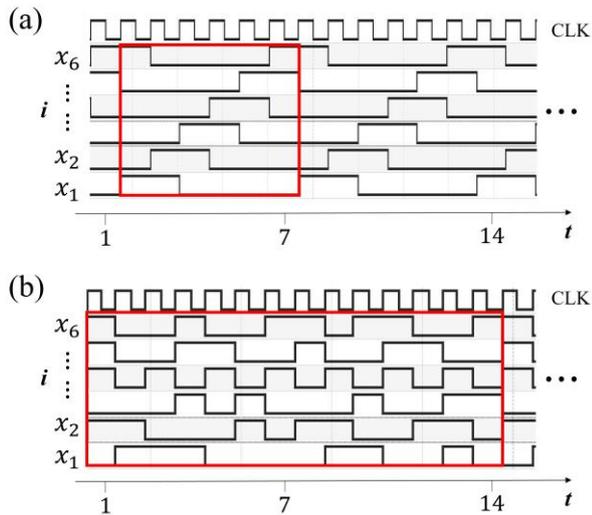


図 2. FPGA を用いて出力した波形の観測結果。(a)RN84 を用いた際の ECA の観測波形(周期 6, 図 1. (b) に対応)。(b) RN84, P(265314) を用いた際の PECA の観測波形(周期 14, 図 1. (d) に対応)。

4. 結論

本稿では、PECA について紹介し、工学的応用の第一歩として FPGA ハードウェア上に ECA 及び PECA の回路実装を行った。FPGA を用いることによって、物理的な電気信号として BPO を観測することに成功した。

今後の課題としては、PECA に対する理論解析や、回路の制御信号などへの応用などが考えられる。

謝辞

本稿をまとめるにあたり、法政大学理工学部電気電子工学科の齋藤利通教授、及び齋藤利通研究室の皆様からは多大なるご討論、ご助言を頂きました。この場を借りてお礼申し上げます。

参考文献

- 1) S. Wolfram, Cellular automata and complexity: collected papers, CRC Press, 2018.
- 2) L. O. Chua, A nonlinear dynamics perspective of Wolfram's new kind of science, World Scientific, 2006.
- 3) D. R. Chowdhury, S. Basu, S. I. Gupta, P. P. Chaudhuri, Design of CAECC - cellular automata based error correcting code, IEEE Trans. Comput., 43, pp.759–764, 1994.
- 4) T. Suzuki and T. Saito, Synthesis of three-layer dynamic binary neural networks for control of hexapod walking robots. Proc. IEEE/CNNA, 2021.
- 5) R. Sato and T. Saito, Stabilization of desired periodic orbits in dynamic binary neural networks. Neurocomputing, 2017.
- 6) T. Okano and T. Saito, Permutation Elementary Cellular Automata: Analysis and Application of Simple Examples, M. Tanveer et al. (Eds.): ICONIP 2022, LNCS 13623, pp. 321–330, 2023.
- 7) H. Udagawa, T. Okano, T. Saito, Permutation binary neural networks: analysis of periodic orbits and its applications. Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B 28(1), 748–764, 2023.
- 8) O. Mikito, S. Kento, T. Saito, A variety of globally stable periodic orbits in permutation binary neural networks, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B 28(11), 5800–5813, 2023.