

最適先物為替予約取消し料の決定と2国間金利裁定取引について

大村, 敬一 / Ohmura, K.

(出版者 / Publisher)

法政大学経済学部学会

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

The Hosei University Economic Review / 経済志林

(巻 / Volume)

52

(号 / Number)

3・4

(開始ページ / Start Page)

328

(終了ページ / End Page)

313

(発行年 / Year)

1985-03-15

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00030463>

最適先物為替予約取消し料の決定と 2 国間金利裁定取引について^{*1}

大 村 敬 一

外国為替の変動リスクを回避するために主に使用される方法として外国為替の先物予約があるが、これは投資家が直面する外国為替変動リスクを回避する手段として必ずしも完全なものとはいえない。先物予約のこの不完全性を補うために、1982年11月にモンテリオール取引所、ヨーロッパ・オプション取引所、同年12月に米国フィラデルフィア取引所に「通貨オプション」(Option on Foreign Currency) が導入され、フィラデルフィア取引所ではポンド、マルク、カナダ・ドル、スイス・フラン、円の5通貨を対象として取引されている。投資家はこの通貨オプションを購入することによって為替レートの不利な変動があったとき、すでに取り交わした先物予約契約の行使を取消することができる。この通貨オプションは為替変動から被るリスクを限定したいと望む投資家にとって完全ともいえるリスク回避手段を提供するものであり、今後拡大していくものと期待されている。

これに対してわが国でも、ごく最近、日本経済新聞(1984年4月16日)において、先物取引についての実需原則が本年4月に撤廃されたのに伴ない東京銀行が米国のオプションに類似した「選択権付き先物予約制度」を開発し第一号として伊藤忠商事と契約したと報道された。

本稿はこの先物予約の取消しオプションをこれまでの2国間金利裁定取引図式の中に導入し、金利平価式について再検討を行ない取消し権の均衡価格を導出する。

1. 外国為替変動リスク回避方法としての 先物予約と“後悔”(regret)

変動為替相場制下において為替変動リスクを回避するのに主に使用される方法として為替の先物予約がある。先物予約とは将来の一定期間後にあらかじめ定められた価格で外国為替を売買することを約束するものである。

確かに、為替の先物予約をすることによってその先物為替レートで計算した収支は確実に約束される訳であるから、為替から被るコストを確定しキャッシュ・フローの管理や予算編成等を正確に行なうという面では、先物予約を利用することは十分に評価されるであろう。

しかし、先物予約によってカバーをして裁定取引を行ない不確実性を除去しても、(将来損する可能性もなくなるが、その代わり儲ける機会も諦めるというものであり、)それは単に事前的に考えられる将来における選択の可能性を捨てただけであって、事後的に判断して後悔しないということとは異なり、為替変動から生じる予想外の機会損失は免れることはできない。

いま、 $P_s(0)$ および $P_s(\tau)$ をそれぞれ0期および τ 期における自国通貨建て直物為替レート、 $P_f^j(0)$ を τ 期物自国通貨建て先物為替の0期における価格としよう。まず、投資家が外貨を0期に直物で買い τ 期に直物で売るものとする、 τ 期において自国通貨価値が下落していれば $P_s(\tau) - P_s(0)$ の利益を得ることができるが、反対に自国通貨価値が上昇していれば $P_s(\tau) - P_s(0)$ の損失を被ることになり、0期において τ 期後の結果を確定することはできない。(図1参照)これに対して、あらかじめ外貨の売り予約を行なっておけば τ 期に直物為替レートがどのような水準にあらうとも常に $P_f^j(0)$ で外貨を売ることができるので τ 期後における結果は確定されることになる。

しかし、図2(a)で示されるように $P_s(\tau) < P_f^j(0)$ のときは外貨の直買

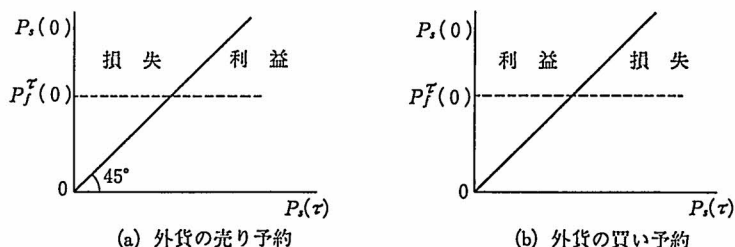


図 1 外国為替の直物取引

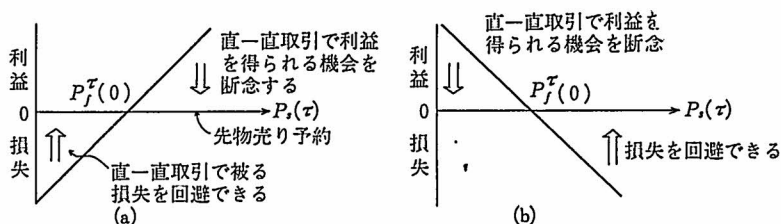


図 2 直一直取と直一先取引

い一直売りであったら被る損失を先物で売り予約したことによって回避することができるが、 $P_s(\tau) > P_f^{\tau}(0)$ のときは売り予約をしたために直買い一直売りであれば得ることができたであろう筈の利得機会を断念しなければならず、投資家は先物カバーしたことを“後悔”することになる。すなわち、

(S i) $P_s(\tau) < P_f^{\tau}(0)$ のとき $P_s(\tau) - P_f^{\tau}(0)$ だけの機会利益を得る

(S ii) $P_s(\tau) > P_f^{\tau}(0)$ のとき $P_s(\tau) - P_f^{\tau}(0)$ だけの機会損失を被る

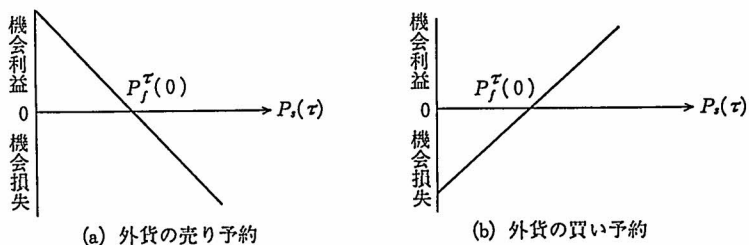


図 3 先物カバーの機会損益

ことになる。(図3(a)参照)

他方、 τ 期後に外貨の先物買い予約をしている場合は次のとおり売り予約のときと逆になる。(図3(b)参照)

(B i) $P_s(\tau) < P_f^*(0)$ のとき $P_s(\tau) - P_f^*(0)$ だけの機会損失を被る

(B ii) $P_s(\tau) > P_f^*(0)$ のとき $P_s(\tau) - P_f^*(0)$ だけの機会利益を得る

2. FERN

そこで、先物カバーに加えて、先物為替予約の取消しにかんする選択権を投資家に与えてみよう。投資家は取消し権付きの先物予約をしておくことによって通常先物予約をしたことを事後的に“後悔”する可能性は完全に取り除かれ、外貨の売り予約の場合は

(S i) $P_s(\tau) < P_f^*(0)$ のとき $P_s(\tau) - P_f^*(0)$ の機会利益を得る

(S ii) $P_s(\tau) > P_f^*(0)$ のとき 機会損益なし

とさせることができる。(図4A(c)参照)

同様に、投資家は外貨の買い予約の場合は取消し権を購入することによって

(B i) $P_s(\tau) < P_f^*(0)$ のとき 機会損益なし

(B ii) $P_s(\tau) > P_f^*(0)$ のとき $-P_s(\tau) + P_f^*(0)$ だけの機会利益を得るとさせることができる。(図4B(c)) この取消し権は、すでに述べた意味で“後悔”する可能性を除くための一種の保険であるが、以後、FERN (Foreign Exchange Risk Neutralizer) と呼ぶことにする。図4A(b)に外貨売り予約の場合の取消し権 FERN(S)、図4B(b)に外貨買い予約

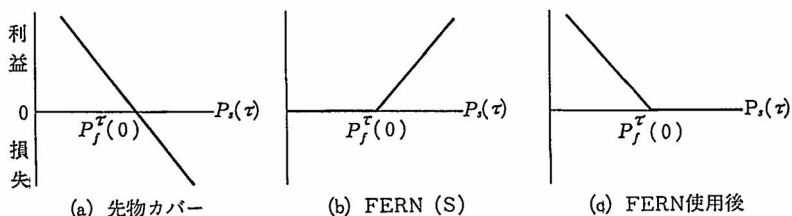


図4A FERNによる機会損益(外貨の売り予約)

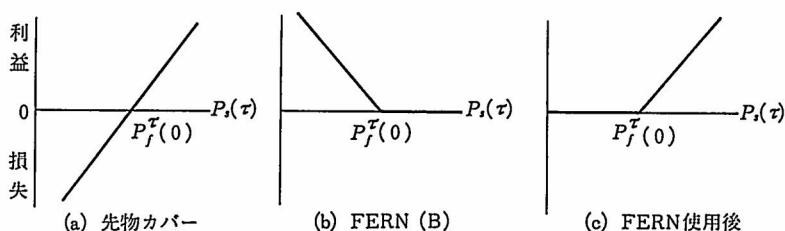


図 4B FERN による機会損益 (外貨の買い予約)

の場合の取消し権 FERN(B) を示した。

3. 仮 定

仮定1. 為替市場

取引コストおよび税金の負担はない。市場は競争的であり、投資家にとって直物為替レート、先物為替レートは所与である。

仮定2. 非危険証券 (内国債)

内国債の利回りは R であり、その水準は期間中一定不変でかつ投資家にとって既知である。従って、次式で表わされる。

$$dB/B = R dt \quad (1)$$

また、0 期における価値 $B(0)$ は自国通貨で $B(0)=1$ である。

仮定3. 直物為替レート (自国通貨建)

直物為替レート P_s は次式の拡散型の確率過程に従う。

$$dP_s/P_s = \mu dt + \sigma dz \quad (2)$$

μ および σ は直物為替レートの瞬間的な確率分布の期待収益率および標準偏差、 dz は標準ウィナー確率過程を示す。

仮定4. 危険証券 (外国債)

外国債の利回りは R^* であり、その外国通貨での水準は期間中一定不変でかつ投資家にとって既知である。外国通貨では

$$dB^*/B^* = R^* dt \quad (3)$$

323 最適先物為替予約取消し料の決定と2国間金利裁定取引について (52)

で表わすことができるが、国内投資家が自国通貨に換算する際にそのときの直物為替レートの変動リスクを被るため自国通貨でみると、仮定3から次式の確率過程に従うことがわかる。

$$\begin{aligned} d(P_t B^*)/P_t B^* &= (P_t dB^* + B^* dP_t)/P_t B^* \\ &= dB^*/B^* + dP_t/P_t \\ &= (\mu + R^*)dt + \sigma dz \end{aligned} \quad (4)$$

従って、外国債は国内投資家にとって（自国通貨でみて）危険証券と見なされる。ただし、0期における外国債の価値 $B^*(0)$ はその国の通貨で $B^*(0)=1$ である。

仮定5. 投資家の選好

投資家は外国為替そのものからの投機的利益を得ることを目的とはせず、純粋に金融資産からの利益を追及する (pure financial-asset investor)。また、彼等は危険回避者である。

仮定6. FERN の行使

FERN は τ 期間後においてのみ、価格 $P_f^*(0)$ でその権利を行使することができる。

4. FERN と金利裁定取引

一般に、2国間の金利裁定とは自国通貨建て金融資産と外貨建て金融資産の金利差および外国為替の直先スプレッドに着目して為替リスクを回避しながら資金を最も有利に運用あるいは資金調達し利益を得ようとする行為であり、種々の形をとって行なわれる。

金利平價説によれば、投資家が先物為替を利用して金利裁定を行なうとき均衡において直先レート比率は国内および外国金利によって次式のとおりに表わされる。

$$P_f^*(0)/P_t(0) = B(\tau)/B^*(\tau) \quad (5a)$$

$B^*(\tau)$, $B(\tau)$ はそれぞれ外国債、内国債の τ 期における元利の価値を表わしており

$$B^*(\tau) = B^*(0) \exp(R^* \tau), \quad B(\tau) = B(0) \exp(R \tau)$$

であるから次式のとおりに言い直すことができる。

$$P_f(0)/P_s(0) = \exp[(R - R^*)\tau] \quad (5b)$$

しかし、先物カバー取引にはすでに述べた意味で投資家にとって“後悔”する可能性がある。この“後悔”する可能性をリスクとして考慮して先物為替予約による金利裁定取引について FERN を考慮に入れて再検討してみよう。以下では裁定資金の海外への流出と国内への流入の双方向の取引について順次考えていく。

Strategy (S)

- (1) 国内で $[1 + P_s(0)]X$ 単位の内国債 $[(1 + P_s)BX]$ を空売りする。

ただし、 $P_s(0)$ は FERN(S) の 0 期における自国通貨で表わした価格とする。

- (2) 空売りによって調達した資金 $[1 + P_s(0)]B(0)X$ を直物為替市場において $P_s(0)$ で外貨に換えて外国債を購入し、それと同時に取消し権付きの外貨売り予約を行なう。

投資家にとっての資金調達コスト C_s は

$$C_s = [1 + P_s(0)]XB(\tau) \quad (6)$$

である。他方、外国債に投資することから τ 期後に得られる運用収益 Π_s は、

$$\begin{aligned} \Pi_s &= [X/P_s(0)]B^*(\tau)\text{Max}[P_s(\tau), P_f(0)] \\ &= [X/P_s(0)]B^*(\tau)\{P_f(0) + \text{Max}[P_s(\tau) - P_f(0), 0]\} \end{aligned} \quad (7)$$

である。従って、均衡においては

$$\{P_f(0) + \text{Max}[P_s(\tau) - P_f(0), 0]\}/P_s(0) = [1 + P_s(0)]B(\tau)/B^*(\tau) \quad (8)$$

となる。上式と(5)式の金利平價式とを比較してみると右辺の $(1 + P_s)$ と左辺の第 2 項が異なっている。この左辺第 2 項は FERN(S) の価値を、

P_e はその価格を表わしている。(5)式も(8)式も同じ不確実性下における均衡式であるから、仮に P_e が割安であるなら投資家たちは取消し権付きの方を必ず選好する筈である。従って、投資家が取消し権付きの外貨売り予約を利用することによって余剰利得を得られなくなるまで P_e が上昇することになる。すなわち、(8)式は FERN(S) の均衡価格を決定するための市場均衡条件式である。(8)式は次式のとおりに言い直すことができる。

$$P_f(0)/P_e(0) - B(\tau)/B^*(\tau) \\ = -\text{Max}[P_e(\tau) - P_f(0), 0]/P_e(0) + P_e(0)B(\tau)/B^*(\tau) \quad (9)$$

市場が均衡し金利平価式が成立するためには(16)式の右辺=0 となるから 0 期における FERN(S) の均衡価格は

$$P_e(0) = \{\text{Max}[P_e(\tau) - P_f(0), 0]/P_e(0)\} B^*(\tau)/B(\tau) \quad (10a)$$

τ 期における均衡価格は同様にして

$$P_e(\tau) = B^*(\tau) \text{Max}[P_e(\tau) - P_f(0), 0]/P_e(0) \quad (10b)$$

でなければならない。さらに、(17a)式は金利平価式から

$$P_e(0) = \text{Max}[P_e(\tau) - P_f(0), 0]/P_f(0) \quad (11)$$

次に取り消し権付きの外貨の買い予約による金利裁定について考えてみよう。

Strategy (B)

- (1) 外国で $XB(0)/P_e(0)$ 単位の外国債を空売りする。
- (2) 空売りによって得た外貨を直物為替市場において $P_e(0)$ で自国通貨に換えると同時に取消し権付きの外貨買い予約をする。
- (3) X 単位の内国債を購入する。

投資家にとっての資金調達コスト C_B は

$$C_B = [XB(0)/P_e(0)] B^*(\tau) \text{Min}[P_e(\tau), P_f(0)] \\ = [X/P_e(0)] B^*(\tau) \{P_f(0) - \text{Max}[P_f(0) - P_e(\tau), 0]\} \quad (12)$$

である。他方、内国債に投資することから得られる運用収益 Π_B は FERN

(B) の自国通貨単位当たりの価格を P_f とすると

$$\Pi_B = (1 - P_f)XB(\tau) \quad (13)$$

である。従って、均衡においては

$$\begin{aligned} & \{P_f^*(0) - \text{Max}[P_f^*(0) - P_f(\tau), 0]\} / P_f(0) \\ & = (1 - P_f)B(\tau) / B^*(\tau) \end{aligned} \quad (14)$$

上式についても(8)式と同様に(5)式と比較すると投資家が取消し権付きの外貨買い予約を利用することによって余剰利得をえられなくなるまで P_f が変化することになる。すなわち、(14)式は FERN(B) の均衡価格を決定するための均衡条件式と見なすことができる。(14)式は次式のとおりに直すことができる。

$$\begin{aligned} & P(0) \dot{P}_f / P_f(0) - B(\tau) / B^*(\tau) \\ & = \text{Max}[P_f^*(0) - P_f(\tau), 0] / P_f(0) - P_f(0) B^*(\tau) / B(\tau) \end{aligned} \quad (15)$$

同様に(15)式の右辺=0 となるから FERN(B) の均衡価格は

$$P_f(0) = \{\text{Max}[P_f^*(0) - P_f(\tau), 0] / P_f(0)\} B^*(\tau) / B(\tau) \quad (16a)$$

$$= \text{Max}[P_f^*(0) - P_f(\tau), 0] / P_f^*(0) \quad (16b)$$

τ 期における均衡価格 $P_f(\tau)$ は

$$P_f(\tau) = B^*(\tau) \text{Max}[P_f^*(0) / P_f(\tau), 0] / P_f(0) \quad (16c)$$

となる。

さて、(10a)式および(16a)式のいずれもそれぞれ将来の不確実な要素 $\text{Max}[P_f(\tau) - P_f^*(0), 0]$ および $\text{Max}[P_f^*(0) - P_f(\tau), 0]$ を含んでおり、OPM (Option Pricing Mode) では前者をコール、後者をプットと呼ぶ。そこで、次節ではこれらの0期における均衡価格を(10b)式および(16c)式を均衡条件として OPM から導出しよう。

5. FERN の価格

OPM (Option Pricing Model)^{*2} では図4A(b)で示されるオプションをコール、図4B(b)で示されるものをプットと呼ぶ。こうして、外貨の売り予約の場合の FERN(S) の最適価格は自国通貨で表わされた外国債

を原証券、先物為替レートを行使価格と見なしたコール・オプションの価格、買い予約の場合の FERN(B) の均衡価格は同様の プット・オプションの価格として与えることができる。OPM によってそれぞれの FERN の価格を導出するために次の仮定を追加しておこう。

仮定6. FERN (ヨーロッパ型オプション) の価格

FERN の価格 P_0 は、原証券の価格すなわち自国通貨で表わされた外国債の価格 P, B^* , 時間 t , 行使価格すなわち先物為替レート P_f , 内国債の利回り R , 外国債の利回り R^* , 原証券の分散 σ^2 の関数である。ただし, P_f, R, R^*, σ^2 は所与である。

$$P_0 = G(P, B^*, t; R, R^*, P_f, \sigma) \quad (17)$$

このような条件付き請求権のことを外国債を原証券としたオプションといい、特に行使期日が定まっているオプションをヨーロッパ型オプションという。

さて、仮定4. から原証券の価格 P, B^* が拡散型の確率過程に従い、(17) 式よりオプション価格 P_0 が原証券の価格 P, B^* と時間 t の関数であることから伊藤のレンマ³を使って

$$dP_0 = G_s d(P, B^*) + (1/2) G_{ss} [d(P, B^*)]^2 + G_t dt \quad (18)$$

と展開することができる。ただし, $G_s \equiv \partial G / \partial P$, $G_{ss} \equiv \partial^2 G / \partial P^2$ を示す。上式に(4)式を代入することにより次式を得る。

$$dP_0 = [(1/2)\sigma^2(P, B^*)^2 G_{ss} + (\mu + R^*)P, B^* G_s + G_t] dt + \sigma P, B^* G_s dz \quad (19)$$

ところで、オプション価格 P_0 は原証券の価格 P, B^* の関数であるから、 P_0 は P と同様の確率過程に従う。したがって、 P_0 は

$$dP_0 = \mu_0 P_0 dt + \sigma_0 P_0 dz_0 \quad (20)$$

と表わすことができる。(19)式と(20)式とを比較すると次の関係を得る。

$$\mu_0 P_0 = (1/2)\sigma^2(P, B^*)^2 G_{ss} + (\mu + R^*)P, B^* G_s + G_t \quad (21 a)$$

$$\sigma_0 P_0 = \sigma P_s B^* G_s \quad (21b)$$

$$dz_0 = dz \quad (21c)$$

そこで、内国債、原証券（外国債）、オプション（FERN）の3証券にそれぞれ W_0, W_1, W_2 の金額を投資し、かつ、純投資額をゼロ、すなわち、 $W_0 + W_1 + W_2 = 0$ となるように組合わされた裁定ポートフォリオから得られる利益 dV は、

$$dV = W_1 [d(P_s B^*) / (P_s B^*) - R dt] + W_2 [(dP_0 / P_0) - R dt] \quad (29)$$

となる。上式に(4)式および(20)式を代入することにより次のとおりにい直すことができる。

$$dV = [W_1 (\mu + R^* - R) + W_2 (\mu_0 - R)] dt + (W_1 \sigma + W_2 \sigma_0) dz \quad (23)$$

さて、純投資額がゼロで利益を得ることはありえないから

$$W_1 (\mu + R^* - R) + W_2 (\mu_0 - R) = 0 \quad (24)$$

でなければならない。また(23)式の第2項が、

$$-(W_1 / P_s) / (W_2 / P_0) = G_s \quad (25)$$

となるように原証券とオプションを組合わせれば、

$$W_1 \sigma + W_2 \sigma_0 = 0 \quad (26)$$

となり、ポートフォリオ V は危険に対してニュートラルとなることがわかる。したがって、 $W_1, W_2 \neq 0$ であるから均衡条件は次式のとおりとなる。

$$(\mu + R^* - R) / \sigma = (\mu_0 - R) / \sigma_0 \quad (27)$$

上式はすでに展開した(10)式および(16)式に対応している。右辺を(21a)式、(21b)式を使って置き換えると、

$$(\mu + R^* - R) / \sigma = [(1/2)\sigma^2 (P_s B^*)^2 G_{ss} + (\mu + R^*) P_s B^* G_s + G_t - R P_0] / \sigma P_s B^* G_s \quad (28)$$

となる。これより、次式の放物型偏微分方程式を得る。^{*4}

$$(1/2)\sigma^2 (P_s B^*)^2 G_{ss} + R P_s B^* G_s + G_t - R P_0 = 0 \quad (29)$$

ところで、外貨の売り予約のときの取消し権 FERN(S) の τ 期における価値 $P_s(\tau)$ は(10b)式から

$$P_s(\tau) = \text{Max}[P_s(\tau) B^*(\tau) - P_f(0) B^*(\tau), 0] / P_s(0) \quad (30a)$$

であり、買い予約のときの取消し権 FERN(B) の τ 期における価値 $P_p(\tau)$ は(16c)式から

$$P_p(\tau) = \text{Max}[0, P_f(0)B^*(\tau) - P_s(\tau)B^*(\tau)]/P_s(0) \quad (30b)$$

であった。

FERN(S) の 0 期における均衡価格は偏微分方程式(29)式を初期条件

$$G(P_s, B^*, 0) = 0 \quad (31)$$

および(30a)式の下で解くことによって次のとおり得ることができる。⁶⁵

$$P_c(0) = \{P_s(0)B^*(\tau)N(d_1) - P_f(0)[B^*(\tau)/B(\tau)]N(d_2)\}/P_s(0)$$

ところで、

$$B^*(\tau) = B^*(0)e^{R^*\tau} = e^{R^*\tau}, \quad B^*(\tau) = B^*(0)e^{R\tau} = e^{R\tau}$$

であったから

$$P_c(0) = e^{R^*\tau}N(d_1) - [P_f(0)/P_s(0)]e^{-(R-R^*)\tau}N(d_2) \quad (32a)$$

ただし、

$$\begin{aligned} d_1 &\equiv [\ln\{P_s(0)/P_f(0) + B(\tau)\} + (1/2)\sigma^2\tau] / \sigma\sqrt{\tau} \\ &= [\ln\{P_s(0)/P_f(0)\} + [R + (1/2)\sigma^2]\tau] / \sigma\sqrt{\tau} \\ d_2 &\equiv d_1 - \sigma\sqrt{\tau} \end{aligned}$$

であり、 $N(d)$ は正規確率分布の累積密度関数を表わす。

均衡においては金利平価式が成立しているので上式は次式のとおり言い直すことができる。

$$P_c(0) = e^{R^*\tau}N(d_1) - N(d_2) \quad (32b)$$

$$d_1 = [R^* + (1/2)\sigma^2]\tau / \sigma\sqrt{\tau}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

次に、プット・オプションの価格を P_p とすると

$$\begin{aligned} &\text{Max}[0, P_f(0) - P_s(\tau)] \\ &= \text{Max}[P_s(\tau) - P_f(0), 0] - [P_s(\tau) - P_f(0)] \end{aligned} \quad (33)$$

であるから、 τ 期におけるプット・オプションの価格 $P^q(\tau)$ は

$$\begin{aligned} P_p(\tau) &= \text{Max}[0, P_f(0) - P_s(\tau)] \\ &= \text{Max}[P_s(\tau) - P_f(0), 0] - [P_s(\tau) - P_f(0)] \end{aligned}$$

$$= P_c(\tau) - [P_s(\tau) - P_f(0)] \quad (34)$$

となる。これより、(34)式に(32)式を代入して整理すれば次のとおり FERN(B) の均衡価格を得る。

$$P_s(0) = -e^{R^* \tau} N(-d_1) + [P_f(0)/P_s(0)] e^{-(R-R^*)\tau} N(-d_2) \quad (35a)$$

同様に、金利平価式から

$$P_s(0) = -e^{R^* \tau} N(-d_1) + N(-d_2) \quad (35b)$$

こうして、投資家は外貨の売り予約をする場合には(32)式で示されるコストを払うことにより、買い予約をする場合には(35)式であらわされるコストを支払って取消し権 FERN を購入すれば、先物カバーしたことによって“後悔”する可能性を回避して金利裁定取引を行なうことができる。

6. 先物為替レートと FERN の価格

(32)式を先物為替レートで偏微分することにより次式を得る。

$$\partial P_c(0)/\partial P_f(0) = -e^{-(R-R^*)\tau} N(d_2) < 0 \quad (36)$$

ところで、(34)式より

$$\partial P_s(0)/\partial P_f(0) = \partial P_c/\partial P_f(0) + e^{-(R-R^*)\tau} \quad (37)$$

であるから、

$$\partial P_s(0)/\partial P_f(0) = e^{-(R-R^*)\tau} [1 - N(d_2)] > 0 \quad (38)$$

となる。したがって、先物為替レート $P_f(0)$ が高い程外貨売り予約の場合の FERN の価格は低くなり、買い予約の場合の FERN は高くなること

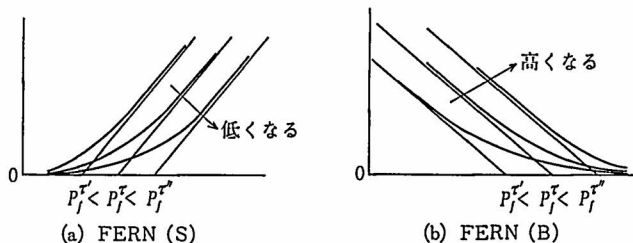


図 5 先物為替レートと FERN の価格 (2)

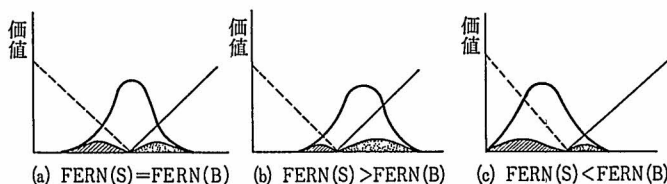


図6 先物為替レートとFERNの価格(2)

がわかる。(図5参照)

説明を補足すれば図6のとおりである。(a)は行使価格である先物為替レート $P_f(0)$ が τ 期における直物為替レート $P_s(\tau)$ の不偏推定量, すなわち,

$$P_f(0) = E[P_s(\tau)]$$

となっているので, P_s 軸と実線との間の高さに確率密度を乗じた影の面積 ($FERN(S)$ の価値) と P_s 軸と点線間の高さに確率密度を乗じた斜線の面積 ($FERN(B)$ の価値) とが全く等しくなっている。それに対して, (b)では行使価格である先物為替レートが低目に設定されていることから, 影の面積は相対的に大きく $FERN(S)$ の価格は $FERN(B)$ に比べて高い。(c)は(b)と反対に先物為替レートが高すぎているので, 投資家は $FERN(B)$ に対して相対的に高いコストを支払わなければならないことになる。

7. 結 語

本稿の議論は先物為替予約による金利裁定取引についての疑問から始められた。すなわち, 通常の前物予約制度では行使期日にあらかじめ定められた条件(先物価格)で必ず実行されなければならないため, 将来の直物価格の水準いかんによっては投資家にとって“後悔”する可能性がある。投資家が危険回避者である限りこの“後悔”するリスクに相当するリスク・プレミアム(=certainty equivalence)が対価として得られない限り異なる通貨単位で呼称された金融資産との間で裁定取引を行なうことをためらうであろう。

しかし、その“後悔”は取消し権 FERN を活用することによって解消できる。そこで、本稿はこの FERN を考慮した金利裁定取引を検討し、金利平価が成立するための取消し権 FERN の均衡価格を求めるための市場均衡条件式を導き、さらに、OPM を使って FERN の均衡価格を決定した。

わが国では、1984年4月から東京銀行が伊藤忠商事との間で第1号の業務を開始して以来、本邦銀行では住友、東海、第一勧業、外国銀行ではシティー銀行、アメリカ銀行の計6行が通貨オプションを取扱っている。現段階では、実施後間もないこともあって、対象通貨はアメリカ・ドルのみに限定され、顧客である企業も、東京銀行でさえ10社前後、他の銀行は1～2社程度といわれる。こうして、わが国では各銀行とも通貨オプションについてはビジネスとして成立するか否かを模索している段階にあるといえよう。従って、わが国の通貨オプションの現状は、未だ、米国のような市場の成立には至っていないが、今後、急速に拡大していくと期待される。また、このような取消しオプションが投資家の間に広がれば多国間の金利裁定取引は益々活発になるものと思われる。

参 考 文 献

1. Bachelier, L., 1900, "The Theory of Speculation," in P. Cootner, ed., 1964, *The Random Character of Stock Market Price*.
2. Black, F. and M. Scholes, 1973, "The Pricing of Options and Corporate Liability," *Journal of Political Economy*.
3. Cox, J. C., and S. A. Ross, 1976, "The Valuation of Options for Alternative Stochastic Process," *Journal of Financial Economics*.
4. Merton, R. C., 1973, "The Theory of Rational Option Pricing," *Bell Journal of Economics*.
5. Smith, C. W., 1976, "Option Pricing: A Review," *Journal of Financial Economics*.
6. 大村敬一, 1980, 「オプション価格の決定について(その1)」, 証券アナリスト・ジャーナル, Vol. 18 No. 8.

- *1. 本稿の作成に当たり、慶応義塾大学の村井俊雄教授、田村茂教授、太田康信助教授、金子隆助教授、法政大学山田健氏を初め、多くの方々から適切なご意見を頂戴した。記して感謝申しあげる。
- *2. OPMにかんする研究としては、古くは Bachelier (1900) にまでさかのぼることになるが、現実に運用可能なモデルとして初めて示したのは Black-Scholes (1972) である。その後、彼等のモデルは Merton (1973), Cox-Ross (1976) などによって理論的に整理・一般化された。本稿では、拡散型の Black-Scholes-Merton タイプのモデルを使用している。
- *3. $dX_j(t) = \mu_j(X_1, X_2, t)dt + (X_1, X_2, t)dz_j$
 の確率過程に従う X_1 と X_2 があり、この X_1, X_2 と時間 t の関数で、かつ、それぞれについて2階微分可能であるような Y を考えるとき、

$$dY[t, X_1(t)] = [Y_t + (1/2)Y_{11}\sigma_{12} + Y_{12}\rho t\sigma_1\sigma_2 + (1/2)Y_{22}]dt \\ + Y_1dX_1(t) + Y_2dX_2(t)$$

 ただし、 $Y_j = \partial Y / \partial X_j$, $Y_{ij} = \partial^2 Y / \partial X_i \partial X_j$
 となる。(証明省略) これを伊藤のレンマという。Smith (1976) 参照。
- *4. $Y = Y(X, t)$ とするとき、2階の偏微分方程式

$$AY_{xx} + 2BY_{xt} + CY_{tt} + F(Y, X, t, Y_x, Y_t) = 0$$

 ただし、 $Y_{xx} = \partial^2 Y / \partial X^2$, $Y_{xt} = \partial^2 Y / \partial X \partial t$
 において、 $B^2 - AC = 0$ の場合に放物型と判別される。(15)式では、 $B = C = 0$ であるから放物型である。
- *5. 解法については大村 (1980) 参照。