3次元SPH-DEM法による積み石形状を考慮した石積み擁壁に対する数値シミュレーション

柳田, 尚毅 / YANAGIDA, Naoki

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院デザイン工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要. デザイン工学研究科編 / Bulletin of graduate studies. Art and Technology

(巻 / Volume)
12

(開始ページ / Start Page)
1

(終了ページ / End Page)
8

(発行年 / Year)
2023-03-24

(URL)
https://doi.org/10.15002/00030264

3 次元 SPH-DEM 法による積み石形状を考慮した石積み擁壁に対する数値シミュレーション

3D SPH-DEM COUPLING METHOD SIMULATION OF MASONRY RETAINING WALL CONSIDERING SHAPE OF MASONRY STONE

柳田尚毅
Naoki YANAGIDA
主査　酒井久和　　副査　山本佳士

法政大学大学院デザイン工学研究科都市環境デザイン工学専攻修士課程

The purpose of this study is to develop a three-dimensional analysis method for masonry retaining wall considering the different shapes of masonry blocks. I devised an algorithm for creating an irregular polyhedral model that can represent arbitrary shapes using the discrete element method and improved the 3D SPH-DEM method. Next, I validated the 3D analysis method using the developed model by performing simulation of the pull-out experiments on masonry retaining wall. The developed method could represent two primary stacking ways and reproduce the test of the valley stacking way, both qualitatively and quantitatively. However, the behavior of the cobblestones did not match the experimental results.
Key Words*: SPH-DEM, 3-dimensional analysis, irregular polyhedron model, deformation analysis*

1. はじめに

石積み擁壁は鉄道沿線や道路盛土等の土木構造物だけでなく，宅地や城壁等にも広く用いられている．しかし，石積み擁壁は地震に対して非常に脆弱な構造物であり，2011 年の東北地方太平洋沖地震や 2016 年の熊本地震でも多数の被害事例が報告されている[1]．近年では，地震による石積み擁壁の被害を軽減するため，数値シミュレーションによって石積み擁壁の崩壊メカニズムの解明や対策効果を検討しようとする試みがなされている．

これまでに，有限要素法(Finite Element Method, FEM)，不連続変形法(Discontinuous Deformation Analysis, DDA)，SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics) 法，個別要素法(Distinct Element Method, DEM)といった解析手法が用いられてきた．田中ら[2]は，石垣断面の解析に FEM を適用するため，問題点や条件を整理し，積み石間に挿入される間詰石をジョイント要素で表現する手法を提案した．そして，実在の石垣の変形モードと一致する解析結果を得ており，石垣の挙動を定量的に把握できる可能性を示した．しかし，FEM は大変形を伴う崩壊挙動の再現は困難としている．また，橋本ら[3]は模型実験を対象として DDA による地震応答解析を実施し，実験と整合した解析結果を得ている．しかし，DDA は特有のパラメータが解析結果に与える影響が大きく，その設定は非常に難しいという問題点を有している．さらに，伊吹[4]は 3 次元 SPH-DEM 法を開発し，傾斜・振動実験に対する 3 次元解析を実施した．傾斜実験に対する解析では，実験における傾斜レベルを再現したが，中腹部の積み石が孕み出す破壊形態は再現できなかった．また，振動実験に対する解析結果としては，擁壁の変位量が実験よりも小さく評価され崩壊が生じなかったが，積み石の変位分布状態を定性的に再現した．しかし，積み石の挙動を計算するために使用された DEM ブロック要素では，直方体形状のみ扱うことを想定しているため，多様な積み石形状に対応できないという課題を残した．ここで，3 次元 DEM によって任意の形状をモデル化する方法は大きく 2 つ考えられる．1 つ目が，球形や楕円体などの粒状要素の集合体を 1 つの剛体としてモデル化する方法である．Fukumoto et al.[5]は，地震時の石積み擁壁に築石形状が及ぼす影響を検討するため，粒状要素の集合体によって築石形状を再現した．この方法は，接触計算が簡易で処理が速い点から有用であるが，要素の配置や大きさ等によっては接触面に噛み合わせ効果が生じ，モデル表面の粗さが問題となる．また，慣性モーメントの再現が困難であるという課題も指摘されている[6]．2 つ目が，多面体要素を用いた方法であり，様々な形状を表現しやすい．しかし，接触判定アルゴリズムが複雑なため，計算時間を要するという問題から，様々な接触判定アルゴリズムやモデル化手法が提案されている．榎本ら[7]は，DEM ブロック要素と同様の角を丸めた多面体要素を用いた DEM 解析を実施し，直角なモデル形状の場合にその有用性を示した．

そこで本研究では，積み石形状を考慮した石積み擁壁に対する 3 次元解析手法の開発を目的として，DEM によって任意形状を再現可能な異形多面体モデルを開発し，3 次元 SPH-DEM 法を改良する．さらに，開発した異形多面体モデルの妥当性に関する基礎的検討として，積み木を用いた斜面落下実験を実施し，この実験を対象とした 3 次元解析を行う．そして，石積み擁壁における間知石引き抜き崩壊実験に対して再現解析を実施し，異形多面体モデルを用いた 3 次元 SPH-DEM 法の妥当性を検証する．

2. 解析手法

(1) SPH-DEM 法

本研究では，大きく変形する地盤材料を SPH 法で，回転や摩擦を考慮すべき積み石を DEM で計算する SPH-DEM 法を用いて，石積み擁壁の 3 次元解析を行う．本手法では，SPH 粒子と DEM ブロック要素の相互作用力として，要素間の接触力が反映されており，SPH 粒子を剛体の球要素と仮定することによって，DEM の理論に基づいて計算される.

(2) SPH 法

連続体中の任意位置 $\boldsymbol{x}$ における速度や密度等の物理量を $f(\boldsymbol{x})$ とすると，近似値 $\langle f(\boldsymbol{x})\rangle$ は，カーネル関数 W を用いた重み付き平均として次式のように求める[8].

$$\langle f(\boldsymbol{x})\rangle = \int f(\boldsymbol{x}')W(|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|,h)\,d\boldsymbol{x}' \tag{1}$$

ここで，h は影響半径であり，カーネル関数 $W(|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|,h)$ は，注目する粒子から離れるに従って減少し，h より離れると 0 となる性質を持つ．本研究では，カーネル関数として 3 次スプライン関数を採用した. そして，連続体を多数の粒子に分割することによって，式(1)が次式のように離散化される.

$$\langle f(\boldsymbol{x})\rangle = \sum_{j=1}^{N}\frac{m_j}{\rho_j} f(\boldsymbol{x}_j)\, W(|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_j|,h) \tag{2}$$

ここで，N は影響半径内にある粒子jの総数であり，m_j，ρ_j は粒子jが持つ質量と密度である．そして，連続体の運動方程式は式(2)で離散化することによって次式で表される[8].

$$\frac{dv_i^{\alpha}}{dt} = \sum_{j=1}^{N} m_j \left\{ \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_i^{2}} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^{2}} + \Pi_{ij} \right\} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^{\beta}} + b_i^{\alpha} \tag{3}$$

ここで, i は評価を行う粒子, j は影響半径内に存在する粒子., $\boldsymbol{v}$ は速度ベクトル, t は時間, $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル, $\boldsymbol{b}$ は物体力ベクトル，α,β はベクトルやテンソルの方向成分を表す．また，Π_{ij} は人工粘性と呼ばれる減衰項である.

$$\Pi_{ij} = \frac{-\gamma\,\overline{c_{ij}}\,\mu_{ij} + \lambda(\mu_{ij})^{2}}{\overline{\rho_{ij}}} \tag{4}$$

$$\mu_{ij} = \frac{h(\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j)\cdot(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j)}{(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j)^{2} + \kappa h^{2}}\ ,\ \overline{\rho_{ij}} = \frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j) \tag{5}$$

ここで，c は物体中の音速，γ,λ は減衰の大きさを表す任意の定数，κ は解の発散を防ぐための定数であり，$\alpha = 1.0, \beta = 2.0, \kappa = 0.01$ を使用した[4].

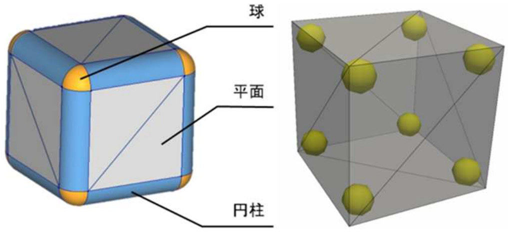


図 1　DEM ブロック要素[4]

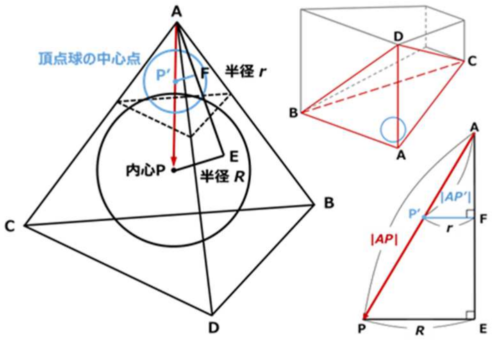


図２　頂点部の四面体に注目した頂点球の算出

(3) 個別要素法（DEM）

本研究では, 多面体要素の 1 つである伊吹の DEM ブロック要素を応用し，任意形状を再現可能な異形多面体モデルを開発した．DEM ブロック要素のモデル構築手法を新たに考案し，異形多面体モデルにおける形状再現の拡張性を大幅に向上させた. また，高精度な慣性モーメントの算出方法やクォータニオンを導入することで，任意形状モデルの挙動が追跡可能となった.

a) 異形多面体モデル

伊吹[4]の DEM ブロック要素を組み合わせて剛結することで, 任意形状の異形多面体モデルを簡易に作成できる．この作成法によって，DEM ブロック要素と同様の接触モデルを取り扱うことが可能であり, 接触判定および接触力の計算には, 異形多面体モデルを構成する個々の DEM ブロック要素を用いる．なお，異形多面体モデルは 1 つの剛体とみなすため, 剛結された DEM ブロック要素間では接触判定が必要ない.

b) 接触モデル

前節で述べたように，異形多面体モデルの接触モデルは DEM ブロック要素と同様の取り扱いが可能である．以下に，DEM ブロック要素の接触モデルについて，その概要を示す.

図 1 で示すように，DEM ブロック要素は適当な半径 r を用いて，頂点を球，辺を円柱と仮定した要素であり，頂点の球（以降，頂点球と呼ぶ）が要素に内接するよう配置することでモデル化される. これにより, 接触パターンが「頂点－頂点（球と球）」,「頂点－辺（球と円柱）」,「頂点－平面（球と平面）」,「辺－辺（円柱と円柱）」の 4 種類に分類され，接触判定や接触力算出にかかる計算負荷が軽減された. なお, 上記以外の接触パターンは 4 種類のいずれかに分類することで取り扱われる.

c) 任意形状に対応したモデル構築手法

間知石やその他あらゆる形状を異形多面体モデルによって再現するためには，DEM ブロック要素で任意形状をモデル化する必要がある．ここで，DEM ブロック要素は内接する頂点球の位

置を算出することでモデルが構築されることから，任意形状に対応した頂点球の算出方法を考案した．以下にその方法を示す．

図2で示すように，DEMブロック要素の頂点部から切り出した四面体の頂点を A, B, C, D とし，座標の原点を O とする．さらに，四面体における内接球の中心点（内心）を P，半径を R と置き，求めたい頂点球の中心点を P′，設定半径を r とする．まず初めに，内接球の内心 P の位置ベクトル $\boldsymbol{OP}$ は，

$$\boldsymbol{OP} = \frac{\triangle BCD \cdot \boldsymbol{OA} + \triangle CDA \cdot \boldsymbol{OB} + \triangle DBA \cdot \boldsymbol{OC} + \triangle ABC \cdot \boldsymbol{OD}}{\triangle BCD + \triangle CDA + \triangle DBA + \triangle ABC} \tag{6}$$

で求まる[9]．また，三角形 APE と AP′F は二組の角がそれぞれ等しいため相似条件が成り立つ．そのため，次式から頂点 A から頂点球の中心点 P′ までの距離 $|\boldsymbol{AP'}|$ が得られる．

$$\begin{gathered} |\boldsymbol{AP}| : |\boldsymbol{AP'}| = R : r \\ |\boldsymbol{AP'}| = \frac{r}{R} \cdot |\boldsymbol{AP}| \end{gathered} \tag{7}$$

そして, P′ はベクトル $\boldsymbol{AP}$ 上に存在すると考えることができ，頂点 A から内心 P を結ぶ単位ベクトル $\boldsymbol{E_{AP}}$ を用いて，最終的に求めたい頂点球の位置 $\boldsymbol{OP'}$ は次式で算出される．

$$\boldsymbol{OP'} = \boldsymbol{OA} + |\boldsymbol{AP'}| \cdot \boldsymbol{E}_{AP} \tag{8}$$

以上の計算を各頂点に対して行うことによって，任意形状に対応したDEMブロック要素のモデル構築が可能となる．

c) 剛体の運動方程式

異形多面体モデルは変形しない剛体として扱うため，その挙動は重心の並進運動と重心まわりの回転運動にわけて考えることができる．はじめに，重心の並進運動は次式で表される．

$$[\ddot{x}_G]_t = \frac{[\boldsymbol{f_x}]_t + \sum [\boldsymbol{F_x}]_t}{M} \tag{9}$$

$$[\dot{x}_G]_t = [\dot{x}_G]_{t-\Delta t} + [\ddot{x}_G]_t \cdot \Delta t \tag{10}$$

$$[x_G]_t = [x_G]_{t-\Delta t} + [\dot{x}_G]_t \cdot \Delta t \tag{11}$$

ここで, $\boldsymbol{x_G}$ は異形多面体モデルの重心, M は質量, $\boldsymbol{f_x}$ は要素に作用する物体力ベクトル（重力，地震動）, $\boldsymbol{F_x}$ は要素に作用する個々の接触力ベクトルである．式(4)~(6)より，異形多面体モデルの重心における加速度，速度，変位が求まる．

また，重心まわりの回転運動は慣性主軸を座標軸とする要素座標系 (ξ, η, ζ) を用いて，オイラー方程式によって与えられる．

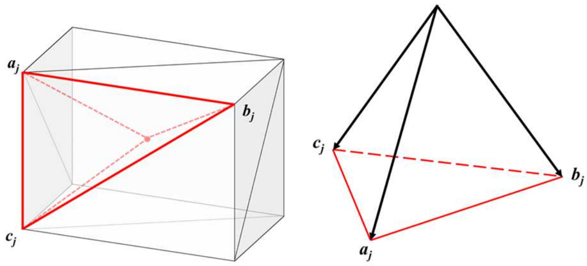


図3　慣性モーメント算出における四面体への分割

$$\begin{aligned} I_\xi \dot{\omega}_\xi - (I_\eta - I_\zeta)\omega_\eta \omega_\zeta &= (\sum \boldsymbol{r_i} \times \boldsymbol{F}_i)_\xi \\ I_\eta \dot{\omega}_\eta - (I_\zeta - I_\xi)\omega_\zeta \omega_\xi &= (\sum \boldsymbol{r_i} \times \boldsymbol{F}_i)_\eta \\ I_\zeta \dot{\omega}_\zeta - (I_\xi - I_\eta)\omega_\xi \omega_\eta &= (\sum \boldsymbol{r_i} \times \boldsymbol{F}_i)_\eta \end{aligned} \tag{12}$$

ここで, I_ξ, I_η, I_ζ は要素座標系における主慣性モーメント, ω_ξ, ω_η, ω_ζ は要素座標系における角速度, $\boldsymbol{r_i}$ は剛体上の任意点の位置ベクトル, $\boldsymbol{F_i}$ は任意点に作用する接触力ベクトルである．式(7)から得られた角加速度から角速度を求め, 剛体上の任意の点 $\boldsymbol{r}$ における座標を更新する．ここで，任意点とは異形多面体モデルを構成するDEMブロック要素の頂点を考える．

d) 慣性モーメントの算出

回転運動の計算に必要な異形多面体モデルの慣性モーメントは, 構成するDEMブロック要素の慣性モーメントから求めることができる．そこで，図3のようにDEMブロック要素の重心と頂点を基準として四面体要素に分割することによって DEM ブロック要素の慣性モーメントを算出する. 四面体要素 j を構成する三角形の頂点を $\boldsymbol{a_j} = (a_{xj}, a_{yj}, a_{zj})$, $\boldsymbol{b_j} = (b_{xj}, b_{yj}, b_{zj})$, $\boldsymbol{c_j} = (c_{xj}, c_{yj}, c_{zj})$ とすると，四面体要素の原点まわりの慣性モーメント $[\boldsymbol{I_0}]_j$ は次式で得られる[10]．

$$[\boldsymbol{I_0}]_j = \frac{m_j}{20} \begin{bmatrix} k_y{}^2 - k_{yy} + k_z{}^2 - k_{zz} & -\frac{1}{2}(k_x k_y + k_{xy}) & -\frac{1}{2}(k_x k_z + k_{xz}) \\ -\frac{1}{2}(k_x k_y + k_{xy}) & k_x{}^2 - k_{xx} + k_z{}^2 - k_{zz} & -\frac{1}{2}(k_y k_z + k_{yz}) \\ -\frac{1}{2}(k_x k_z + k_{xz}) & -\frac{1}{2}(k_y k_z + k_{yz}) & k_x{}^2 - k_{xx} + k_y{}^2 - k_{yy} \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} k_x &= a_{xj} + b_{xj} + c_{xj} & k_{xx} &= a_{xj}{}^2 + b_{xj}{}^2 + c_{xj}{}^2 \\ k_y &= a_{yj} + b_{yj} + c_{yj} & k_{yy} &= a_{yj}{}^2 + b_{yj}{}^2 + c_{yj}{}^2 \\ k_z &= a_{zj} + b_{zj} + c_{zj} & k_{zz} &= a_{zj}{}^2 + b_{zj}{}^2 + c_{zj}{}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{gathered} k_{xy} = a_{xj} a_{yj} + b_{xj} b_{yj} + c_{xj} c_{yj} \\ k_{yz} = a_{yj} a_{zj} + b_{yj} b_{zj} + c_{yj} c_{zj} \\ k_{xz} = a_{xj} a_{zj} + b_{xj} b_{zj} + c_{xj} c_{zj} \end{gathered}$$

よって，DEM ブロック要素の原点まわりの慣性モーメント $[\boldsymbol{I_0}]_i$ は, 分割した四面体要素 j の慣性モーメントの合計として求めることができる.

$$[\boldsymbol{I_0}]_i = \sum_j [\boldsymbol{I_0}]_j \tag{14}$$

さらに，DEM ブロック要素の重心まわりの慣性モーメント $[\boldsymbol{I}]_i$ は平行軸の定理より，DEM ブロック要素の重心 $\boldsymbol{G_i} = (x_i^G, y_i^G, z_i^G)$ を用いて次式で与えられる.

$$[\boldsymbol{I}]_i = [\boldsymbol{I_0}]_i + M_i \begin{bmatrix} (y_i^G)^2+(z_i^G)^2 & -x_i^G y_i^G & -x_i^G z_i^G \\ -y_i^G x_i^G & (z_i^G)^2+(x_i^G)^2 & -y_i^G z_i^G \\ -z_i^G x_i^G & -z_i^G y_i^G & (x_i^G)^2+(y_i^G)^2 \end{bmatrix} \tag{15}$$

最後に，異形多面体モデルの重心まわりの慣性モーメント $[\boldsymbol{I}]_{\boldsymbol{k}}$ は重心 $\boldsymbol{G_k} = (x_k^G, y_k^G, z_k^G)$ について平行軸の定理を適用し，構成する DEM ブロック要素の総和をとることで求まる.

$$[\boldsymbol{I}]_k = \sum_{k=1}^{N_k} \left([\boldsymbol{I}]_i + M_k \begin{bmatrix} (y_k^G)^2+(z_k^G)^2 & -x_k^G y_k^G & -x_k^G z_k^G \\ -y_k^G x_k^G & (z_k^G)^2+(x_k^G)^2 & -y_k^G z_k^G \\ -z_k^G x_k^G & -z_k^G y_k^G & (x_k^G)^2+(y_k^G)^2 \end{bmatrix} \right) \tag{16}$$

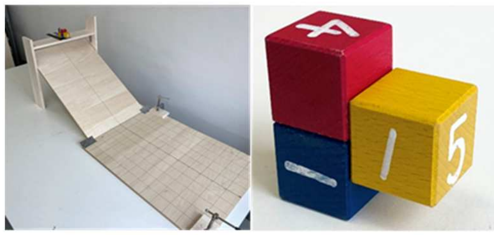
以上より，頂点座標と質量から高精度な慣性モーメントが算出される．四面体要素にさえ分割可能であれば，DEM ブロック要素を直方体以外の形状を変化させた場合や剛結する数が複数個の場合にも適用可能であり，任意形状に対応した算出方法となっている．さらに, 求めた異形多面体モデルの慣性モーメント $[\boldsymbol{I}]_{\boldsymbol{k}}$ に対して固有値解析することにより，要素の慣性主軸の方向を表す固有ベクトル $\boldsymbol{a_{k1}}, \boldsymbol{a_{k2}}, \boldsymbol{a_{k3}}$ と，慣性主軸に対応する主慣性モーメントとなる固有値 $\lambda_{k1}, \lambda_{k2}, \lambda_{k3}$ が得られる.

e) クォータニオンによる慣性主軸の更新

前項で得られた主慣性モーメントは要素の回転によって値が変化しないため, 各時間ステップで再算出する必要はない. ただし, 慣性主軸は回転に伴う更新が必要であることから, 本研究ではクォータニオン（四元数）による更新方法を導入した.

クォータニオンは $\boldsymbol{q} = (q_0, q_1, q_2, q_3)$ の 4 つの成分で表され，q_0 は回転角の大きさ，q_1, q_2, q_3 は回転軸を表す．回転運動がない初期状態では $\boldsymbol{q} = (1, 0, 0, 0)$ が与えられる．そして，クォータニオンの成分を用いて，慣性主軸の更新する回転行列 $[\boldsymbol{R}]$ に次式で変換することができる[11].

$$[\boldsymbol{R}] = \begin{bmatrix} 1-2(q_2{}^2+q_3{}^2) & 2(q_1q_2-q_0q_3) & 2(q_1q_3+q_0q_2) \\ 2(q_1q_2+q_0q_3) & 1-2(q_1{}^2+q_3{}^2) & 2(q_2q_3-q_0q_1) \\ 2(q_1q_3-q_0q_2) & 2(q_1q_2+q_0q_3) & 1-2(q_1{}^2+q_2{}^2) \end{bmatrix} \tag{17}$$



(a) 実験台　　　　　　(b) 積み木

(c) 落下台とガイド

写真１　落下実験モデル

したがって，ある時間ステップ t から$t+1$ へ慣性主軸の更新は回転行列 $[\boldsymbol{R}]^{\boldsymbol{t+1}}$ を用いて次式で表される.

$$[\xi \;\; \eta \;\; \zeta]^{t+1} = [\boldsymbol{a_{k1}} \;\; \boldsymbol{a_{k2}} \;\; \boldsymbol{a_{k3}}]^{\boldsymbol{t+1}} = [\boldsymbol{R}]^{\boldsymbol{t+1}} [\boldsymbol{a_{k1}} \;\; \boldsymbol{a_{k2}} \;\; \boldsymbol{a_{k3}}]^{t} \tag{18}$$

3. 積み木を用いた斜面落下実験

(１) 使用器具

写真 1 で示すように，本実験では，表面が塗装された 1 辺 2.5cm のものを 3 つ結合し凸形状を持たせた積み木と，積み木が転落する実験台を使用した. また, 実験台上部には積み木を落下させるための落下台を作成しており，積み木を真っ直ぐ落下させるため，厚さ 1 mm の金属製定規でガイドを設けた.

(２) 実験内容

本実験では，積み木を傾斜角 30 度の斜面へと落下させた．積み木の落下方法については，斜面から高さ 10cm の位置に配置した落下台から，ゆっくりと後ろから押し出す方法を採用した. 実験は青色の積み木が下になるように設置した状態から落下させた Case 1 と，赤色の積み木が下になるように設置した状態から落下させた Case 2 の 2 ケースをそれぞれ 12 回ずつ繰り返し実施した.

(３) 実験結果の整理

実験時の積み木の挙動を把握するため，実験台の正面と側面の 2 方向から同時に撮影した. 撮影には, スマートフォンのスローモーション機能を使用しており, 撮影コマ数 240 コマ/秒での撮影が可能である. 撮影した動画をパソコン上で 1 コマずつ（約 0.004 秒）再生することにより, 積み木が転落する挙動を追跡し, ケースごとに挙動の特徴を整理した．また，2 ケース合計 24 回それぞれにおいて，転落後の積み木の最終到達点の座標を 1cm 単位で計測し，到達距離と中心線からの開き角を算出した．Case 1 における到達距離の平均値が 40.6cm，開き角（絶対値）の平均値は 6.7 度となった．同様に，Case 2 における到達距離の平均値は 35.2 cm，開き角（絶対値）の平均値は 11.4 度となった.

4. 落下実験に対する3次元解析

開発した異形多面体モデルの妥当性について，基礎的検討を行うことを目的として，積み木を用いた斜面落下実験に対する3次元解析を実施した.

(1) 解析モデル

図4で示すように，実験で使用した実験台および落下台は，単体のDEMブロック要素を用いてモデル化し，積み木は異形多面体モデルよって解析モデルを作成した. 具体的には，3つのDEMブロック要素を剛結することで，実験で使用した積み木と同じ凸形状を再現した. ここで，解析モデルの構築には頂点球の半径を与える必要がある. そこで，実験で得た積み木の落下現象を解析上で精度よく再現するように，半径の大きさを決定する.

a) 解析パラメータ

解析パラメータを表1に示す. 密度および摩擦係数は試験により得た値である. また，要素同士の過度な貫入や解析の発散を防ぐため，法線方向のバネ定数 K_n を設定し，次式より接線方向のバネ定数 K_s と法線, 接線方向の減衰係数 C_n , C_s を求めた.

$$K_s = \frac{K_n}{2(1+\nu)} \quad , \quad C_n = 2h\sqrt{MK_n} \quad , \quad C_s = 2h\sqrt{MK_s} \qquad (19)$$

ここで，ν はポアソン比，M は質量，h は減衰定数を表し，法線方向のバネ定数 K_n は，伊吹[4]が積み木を用いた模型振動実験に対して解析を実施した際に設定した値である. また，減衰定数は木球の反発係数より算出された値 $h = 0.47$ を用いた[12].

b) 落下現象

実験では，積み木の背後に別のブロックを設置し，落下台上のガイドに沿ってゆっくりと押し出すことにより，積み木を落下させた. そのため，解析上でも1辺2.5cmのブロックを積み木の背後に設置し，ゆっくりと直進するような一定の速度を与え，積み木の解析モデルを押し出すこととした. そして，半径を0.005mに設定したCase Aと0.001mに設定したCase Bの解析を行った結果，Case Bにおいて落下現象が高精度で再現された.

図5にCase Bの解析結果と実験における落下までの状態を示す. 背面ブロックの直進により，積み木を落下台の前方に押し出す挙動が確認でき，傾斜時および落下時の挙動が実験で得られた結果と同じ状態が再現された. このことから，半径を0.001mに設定することによって，実物に対する解析モデルの再現性を十分に保つことができており，解析結果に与える影響が小さくなると考えられる.

(3) 再現解析

落下現象の検討結果より，頂点球の半径を0.001mとした解析モデルを用いて，積み木の斜面落下実験の再現解析を実施する. 解析パラメータは表1で示した値を使用する.

Case 1の実験結果と解析結果の比較を図6に示す. 実験結果はCase 1の中で，解析結果と最も整合したものである. ただし，Case 2を含め，その他の実験結果でも一連の挙動において，下記と同様の特徴がみられる. 図6より，実験，解析とも積み木は斜面と合計5回の接触が発生した. 図6(a)~(d)より，1～4回目まで各接触時の積み木の姿勢が実験と一致しており，回転を伴いながら斜面を落下する挙動が再現されている. また図6(e)より，4回目から5回目の接触の間に，ともに大きな移動を行う現象も確認できる. ただし，解析では積み木の回転量が実験より大きく表れており，図6(f)で示した5回目の接触時の姿勢を再現することはできていない. しかし，合計5回の接触が発生した各地点は実験と概ね一致している.

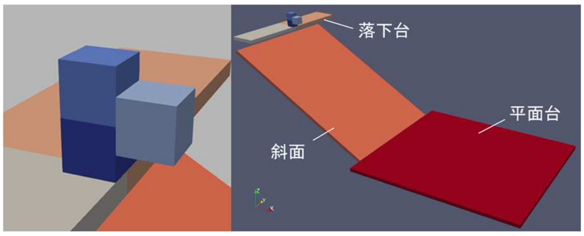


図4 落下実験の解析モデル（左：積み木，右：実験台）

表1 落下実験に対する解析パラメータ

積分時間間隔 (s)			2.0×10^{-6}
バネ定数 (N/m)	法線方向 K_n		1.00×10^{7}
	接線方向 K_s		3.33×10^{6}
減衰係数 (N・s/m)	法線方向 C_n		3.20×10^{2}
	接線方向 C_s		1.85×10^{2}
摩擦係数 μ			0.47
ポアソン比 ν			0.50
密度 (kg/m^3)	積み木	赤	634.2
		青	649.0
		黄	639.4
	実験台（木板）		443.5

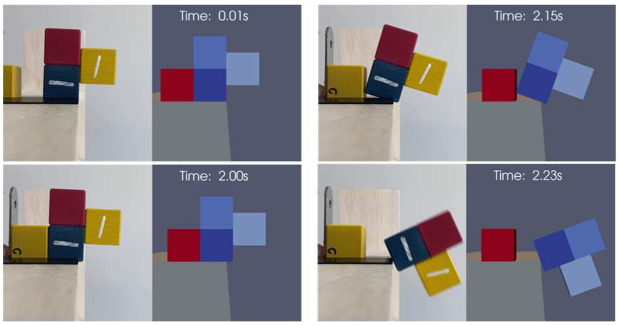
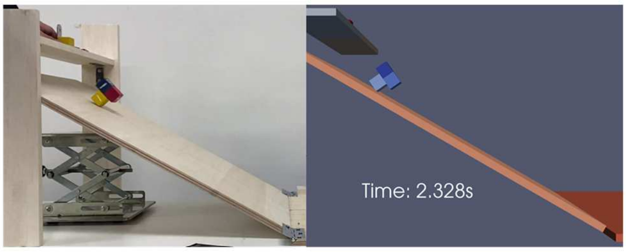
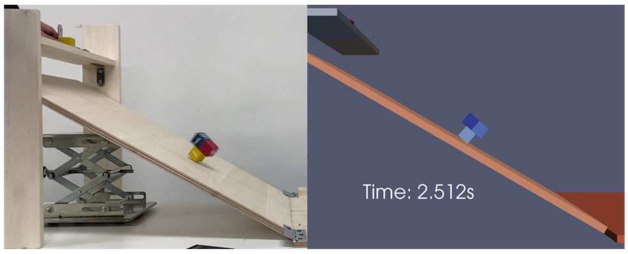


図5 落下現象の再現

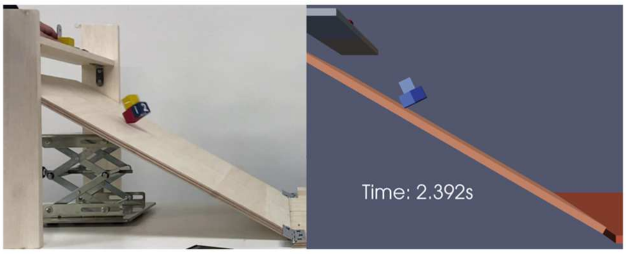
ここで，各ケースにおける積み木の最終到達位置を図7に示す. 斜面を落下する挙動の特徴がCase 1とCase 2で共通する一方で，最終到達位置では異なる結果が得られた. 理由として，積み木の重心位置の違いが影響したと考えられる. 使用した3つの積み木それぞれの密度が異なるため，結合した凸形状の積み木の重心位置は図心と一致しない. そのため，凸形状の積み木を上下反転して設置したCase 1とCase 2では，初期状態の重心位置が反転している. また，両ケースの解析結果ともに，到達距離が実験の平均値よりも過小となった. 本研究で用いた減衰定数は，反発係数に反比例する関係式から算出しており，反発係数は橘ら[12]の木球の自由落下実験から平均値としての反発係数0.521を採用している. そのため，実際の積み木における角や平



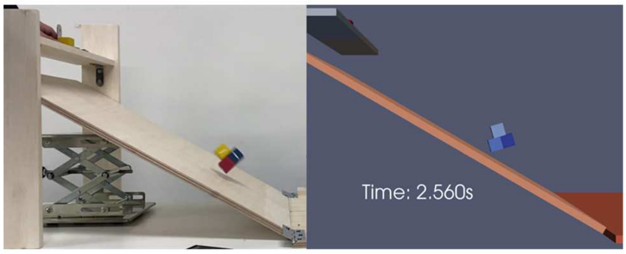
(a) 1 回目の接触



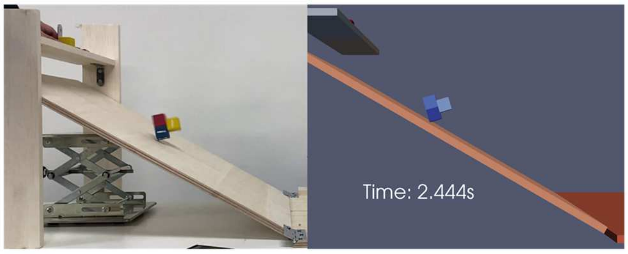
(d) 4 回目の接触



(b) 2 回目の接触



(e) 接触 4・5 回目間の変位



(c) 3 回目の接触

(f) 5 回目の接触

図 6　Case 1 の実験結果と解析結果

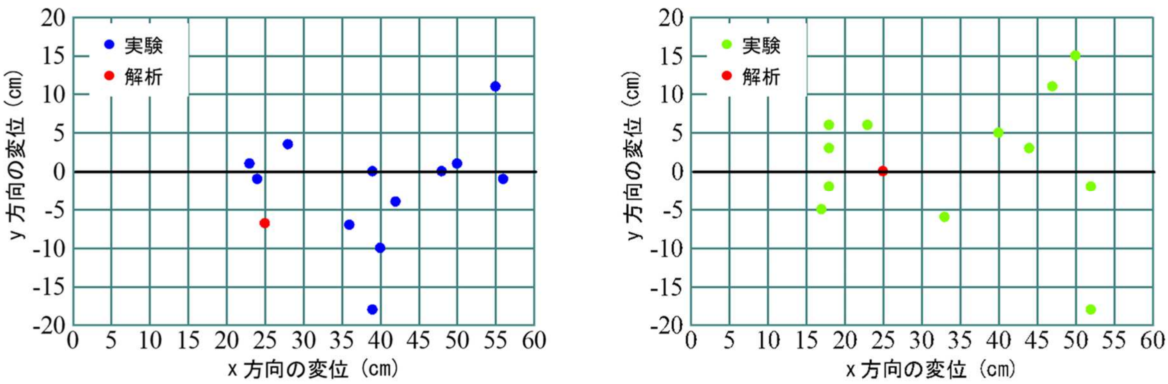


図 7　最終到達位置（左：Case 1，右：Case 2）

面など接触部による反発係数が十分に考慮できておらず，減衰が過大に作用したと考えられる．

以上より，積み木の斜面落下実験に対する 3 次元解析では落下現象が整合し，積み木と斜面が接触する回数や各接触時における積み木の姿勢，および各接触地点が概ね一致するなど，実験を精度よく再現した．ここで，実験では積み木の密度が一様でない可能性や結合状態による重心の偏りや落下時の微小な姿勢の違いによって，最終到達位置にばらつきが生じたと考えられるが，解析では同一の解析条件を与えているためばらつきが生じない．しかしながら，本解析は異形多面体モデルの妥当性に関する基礎的検討を目的としているため，ばらつきを考慮した解析には至っていない．ただし，積み木を落下させる際の押し出す速度の大きさや向きにばらつきを与えることで，更なる検討が可能であると考えられる．

5.　間知石引き抜き崩壊実験に対する 3 次元解析

石積み擁壁に対する異形多面体モデルを用いた 3 次元 SPH-DEM 法の妥当性を検証するため，鉄道総合技術研究所によって行われた間知石引き抜き崩壊実験[13]における布積み方式と谷積み方式の両ケースを対象とした 3 次元解析を実施する．

(1)　解析モデル

図 8 で示すように，間知石前面の合端を直方体，そして背面の胴を四角錘台とした異形多面体モデルによってモデル化した．また，谷積み方式では境界面において別形状の間知石を用いており，のように前面を三角柱，背面を三角錐台としてモデル化した．なお．間知石のモデル化における頂点球の半径は 0.01m に設定した．また，地盤部は栗石，背面地山，押え地盤で構築されており，図 9(a)に布積み方式，図 9(b)に谷積み方式の解析モデルを示す．両ケースとも SPH 粒子の初期粒子間隔を 0.04m として作成した．また，実験では間知石正面に変位計が設置されており，

図 9 の該当箇所に下 1～下 4 とそれぞれ示す.

(2) 摩擦試験による DEM パラメータの同定

引き抜き時に発生する間知石間の摩擦力を再現するため，摩擦試験の再現解析による DEM パラメータの同定を行った．また，表 2 で示すように，実際の試験で得られた摩擦係数と伊吹[4]の振動解析で用いられた法線方向のバネ定数を設定した解析を基本として，摩擦係数と法線方向のバネ定数を変更した計 7 ケースの解析を実施した．その結果，Case C.2 において得られた最大静止摩擦力が 262.1 N であり，実験値との誤差は 0.7 % と高精度で再現したことが確認できる．

以上より，引き抜き崩壊実験の再現解析に用いる DEM パラメータと材料パラメータを表 3 に示す．材料パラメータは実際の要素試験結果を用いた．また，SPH の影響半径は小野ら[8]を参考に初期粒子間隔の 2.6 倍（h=0.104 m）と設定した．

(3) 布積み方式の再現解析

本研究では，間知石に引張荷重を載荷し，擁壁前面の垂直方向に引き抜き可能な 3 次元プログラムを開発した．また，解析効率化として実験よりも早期に引き抜くために，1 秒間で 890N 漸増（3 秒で実験最大値 2,670 N に到達）する引張荷重を用いた．

図 10 に布積み方式の解析と実験における最終変形状態を示す．解析では引き抜き対象の間知石のみが大きく前方に変位し，実験のような大規模な変形は見られなかった．ここで，実験ではジャッキで引き抜いた間知石（下 1）以外にも下 2 間知石も前方に大きく変位し，背面の栗石層で滑り破壊が発生したことによって，下 4 間知石が後方に変位する変形モードが確認された．一方で，解析では間知石を引き抜いた際に擁壁下部の栗石が崩壊しておらず，滑り破壊を再現できていないため，引き抜きに起因した摩擦による間知石の前方移動のみが再現されたと考えられる．

ここで，間知石背面の栗石が崩壊しない原因を調査するため，SPH 粒子で形成した地盤部のみを用いて自重解析を実施し，その崩壊挙動を検証した．その結果，SPH 粒子間に過度な反発力が確認され，この反発力により変形が抑制され栗石層の滑り破壊が発生しなかったと推測される．そこで，減衰に関わる人工粘性パラメータをγ=0.1，λ=0.1 と小さく設定して，同じく解析した結果，反発力の低減が見られた．このことから，SPH パラメータの設定が過度な反発力の原因である可能性が確認でき，今後も検討を進める必要がある．

(4) 谷積み方式の再現解析

図 11 に谷積み方式の解析と実験における最終変形状態を示す．引張荷重を与えた間知石のみが前方に抜け出し，周辺の間知石や栗石等にほとんど変形が見られず，実験と同様の結果が得られた．しかし，解析では引き抜いた間知石背面の栗石が崩壊しておらず，SPH 粒子間の反発力によるものと考えられる．

さらに，解析と実験における間知石の変位量を図 12 に示す．引き抜きに伴って下 3，下 2，下 1 の順で変位量が大きくなることが再現されている．ただし，下 3 間知石は実験ではほとんど動かないのに対し，解析では後方への変位が確認された．しかし，各変位量を比較すると，下 2 は実験と解析で一致しており，下 1 と下 3 においてもそれぞれで誤差が 10mm 程度であり，間知石の挙動について高い精度が得られたと考えられる．

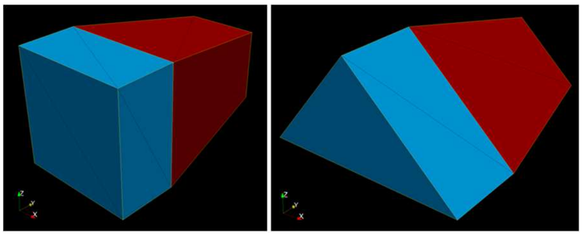
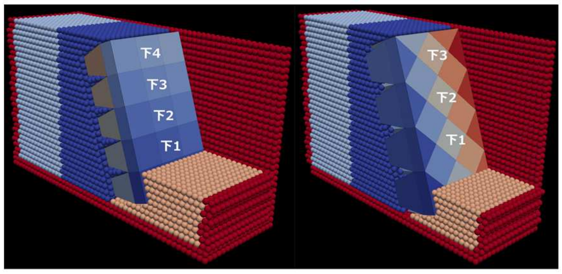


図 8　間知石の解析モデル



(a) 布積み方式　　(b) 谷積み方式

図 9　引き抜き実験の解析モデル

表 2　摩擦試験の解析ケースと結果

Case	摩擦係数	法線方向のバネ定数	結果(最大静止摩擦力) [N]
実験			264.2
基本	0.56	1.0×10^8	137.6
A.1	0.60	1.0×10^8	164.3
A.2	1.00	1.0×10^8	438.0
B.1	0.56	1.0×10^7	228.3
B.2	0.56	1.0×10^7	139.9
C.1	0.60	1.0×10^7	224.0
C.2	0.65	1.0×10^7	262.1

表 3　引き抜き崩壊実験における解析パラメータ

		バネ定数 (N/m)	減衰係数 (N·s/m)	摩擦係数
DEM-DEM	法線方向	1.00×10^7	2.20×10^4	0.65
	接線方向	4.17×10^6	1.42×10^4	
DEM-SPH	法線方向	1.00×10^7	2.14×10^3	0.35
	接線方向	3.85×10^6	1.33×10^3	

(b) 材料パラメータ

	栗石・押え (SPH)	背面地山 (SPH)	間知石(DEM)
密度(kg/m^3)	1,804	1,629	2,400
ヤング率 (N/m^2)	1.62×10^7	5.30×10^6	－
ポアソン比	0.3	0.3	0.2
粘着力(N/m^2)	0.0	0.0	－
内部摩擦角 (度)	36.2	33.7	－

6. 結論

本研究では，DEM によって任意形状を再現可能な異形多面体モデルを開発し，3 次元 SPH-DEM 法を改良した．また，石積み擁壁における間知石引き抜き崩壊実験に対して再現解析を実施し，3 次元解析手法の妥当性を検証した．以下に研究成果を示す．

(1) DEM ブロック要素を剛結することにより，任意形状を再現可能な異形多面体モデルを開発した．さらに，任意形状に対応した DEM ブロック要素のモデル構築手法を考案したことによって，異形多面体モデルにおける形状再現の拡張性が大幅に向上した．

(2) 積み木の斜面落下実験に対する 3 次元数値シミュレーションを実施した．実験結果と解析結果を比較したところ，落下現象が整合し，積み木と斜面が接触する回数や各接触時における積み木の姿勢，および各接触地点が概ね一致するなど，実験を精度よく再現し，異形多面体モデルの妥当性が確認された．

(3) 石積み擁壁における間知石引き抜き崩壊実験の再現解析では，布積み方式の実験で得られた間知石と栗石の大変形を再現することができなかった．一方で，谷積み方式では実験と解析で間知石引き抜き後の最終変形状態が一致しており，各間知石の変位量が高精度で再現された．以上より，異形多面体モデルを用いた 3 次元 SPH-DEM 法の妥当性が確認されたが，栗石の挙動については更なる検討，改善が求められる．

謝辞：本論文を作成するにあたり酒井久和教授には，熱心なご指導・ご鞭撻を頂きました．また，副査として山本佳士教授にご指導いただきました．さらに，鳥取大学 小野祐輔教授ならびに鉄道総合技術研究所 伊吹竜一様にはプログラムについてご助言を頂きました．ここに深く感謝の意を表します．

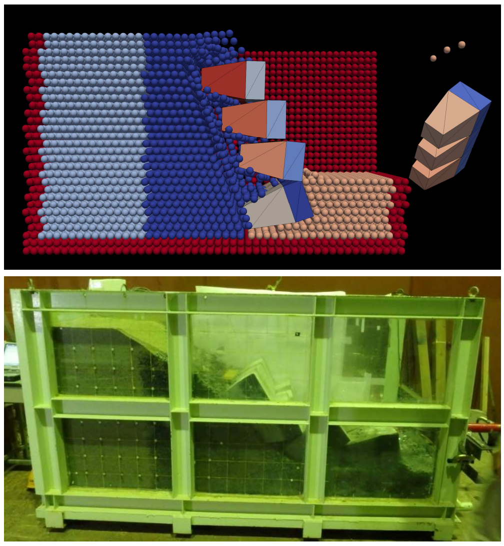


図 10　布積み方式の最終変形状態（上：解析，下：実験）

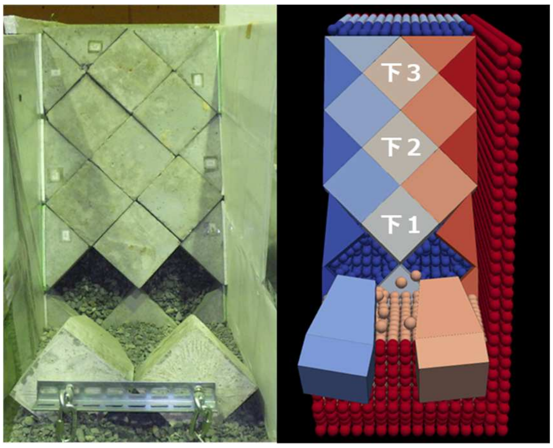


図 11　谷積み方式の最終変形状態（左：実験，右：解析）

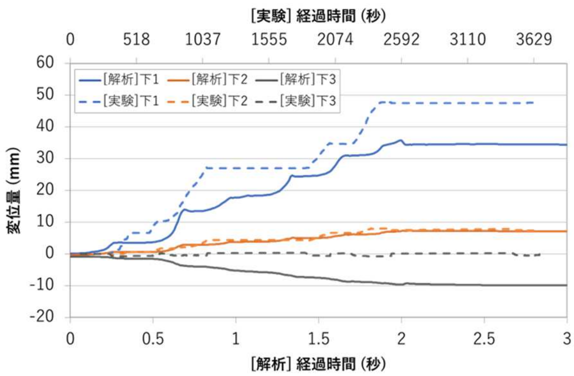


図 12　谷積み方式における間知石の変位量

参考文献

1) 土木学会：2016 熊本地震被害報告書，pp.349-392，2018.
2) 田中邦熙，新谷洋二，山田清臣：城郭石垣の三次元形態の発生起源に関して FEM を適用する手法と解析事例，土木学会論文集，No.631，pp.383-396，1999.9
3) 橋本隆雄，宮島昌克，池本敏和，酒井久和 ： 石積擁壁の耐震性の実験及び解析に関する研究，土木学会論文集 A1(構造・地震工学)，Vol.70，No. 4， pp. I_991-I_1003，2014.
4) 伊吹竜一：石積み擁壁に対する大変形 SPH-DEM 解析法の開発，法政大学大学院修士学位論文，2018.
5) Fukumoto, Y., Yoshida, J., Sakaguchi, H. and Murakami, A. : The effects of block shape on the seismic behavior of dry-stone masonry retaining walls, A numerical investigation by discrete element modeling, Journal of Soil and Foundation, Vol.54, No.6, pp.1117-1126, 2014.
6) 藤岡奨，牛島省：運動する任意形状物体を含む流れ場の mics による数値計算法，水工学論文集，Vol. 50， pp.751-756，2006.
7) 榎本美咲，目黒公郎：三次元拡張個別要素法を用いた家具の動的シミュレーション，土木学会第 57 回年次学術講演会，pp.1493-1494，2002.
8) 小野祐輔，西田真悟，清野純史：SPH 法による土構造物の弾塑性解析，応用力学論文集，Vol.9，pp.717-723, 2006.
9) 内田康晴：内分点・外分点の位置ベクトルの公式の一般化，数研通信，No. 74，pp. 2-7，2012.
10) F. Tonon：Explicit Exact Formulas for the 3-D Tetrahedron Inertia Tensor in Terms of its Vertex Coordinates，Journal of Mathematics and Statistics 1 (1)，pp.8-11，2004.
11) 浅井光輝：明解粒子法 SPH,MPS,DEM の理論と実践，丸善出版，2022.
12) 橘一光，森口周二，寺田賢二郎，高瀬慎介，京谷孝史，加藤準治：個別要素法を用いた落石シミュレーションにおける形状精度と解析精度の定量的関連付け，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.70，No.2，pp. I_519-I_530，2014.
13) 湯浅友輝，高柳剛，坂東聖人，欅健典，佐々木智之，馬目凌，布川修：小型土槽を用いた石積み壁の引き抜き崩壊模型実験，研究業務資料，2016.