

局所特徴量を評価したBES0法による位相最適化：焼き鈍し法を用いた均質化近傍半径の探索

山口, 駿輔 / YAMAGUCHI, Shunsuke

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院デザイン工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. デザイン工学研究科編 / Bulletin of graduate studies.
Art and Technology

(巻 / Volume)

12

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

7

(発行年 / Year)

2023-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00030223>

局所特徴量を評価した BESO 法による位相最適化 -焼き鈍し法を用いた均質化近傍半径の探索-

TOPOLOGICAL OPTIMIZATION BY BESO METHOD THAT EVALUATES LOCAL FEATURES
-SEARCH FOR HOMOGENIZATION NEIGHBORHOOD RADIUS USING SIMULATED ANNEALING-

山口駿輔

Shunsuke YAMAGUCHI

主査 浜田英明

法政大学大学院デザイン工学研究科建築学専攻修士課程

In the BESO method, filtering is a very important process, but previous studies have not given an optimal filter radius for each element. Therefore, by using Simulated Annealing, we aim to give the optimum filter radius to all elements according to the phase change, eliminate local stress, and acquire a rational structural form that is more material efficient than ever before.

Key Words : ESO, BESO, SA, Neighborhood Radius, Performance Index, Von Mises stress, Filtering

1. はじめに

近年、発見的側面と解の多様性を持つことから構造形態創生手法が注目されている。構造形態創生法の一つである BESO 法(Bi-directional Evolutionary-Structural-Optimization)はソリッド要素による有限要素解析を基としており、応力の大きな箇所要素を付加し、反対に応力の小さい箇所は積極的に要素を削除していくことで、構造体の体積を抑制しながら応力分布が均一化された力学的に合理的な形態を獲得する手法である。BESO 法を用いて要素の付加と削除を繰り返し行う、つまり双方向進化を続けることで、力の流れが可視化された有機的で流動的で造形性に富む形態を獲得できる。

BESO 法では、フィルタリングを用いて構造体領域で計算された物理量を近傍要素に対して外挿を行う。これにより、局所的な応力集中などが起きている場合、フィルタリングによって、近傍の非構造体要素にも、大きな評価値が割り当てられることになり、非構造体要素から構造体要素に戻ることが起こりうる。これを双方向進化と呼び、局所的応力集中が生じてしまった際など、その近傍の非構造体要素がフィルタリングによって構造体要素になることによって、応力集中が解消される。フィルタリングをかける範囲は均質化近傍半径(以下フィルタ半径と記す)の大きさによって決定する。

既往の研究⁽¹⁾⁽²⁾によりフィルタ半径の大きさは進化の過程において形態に与える影響は大きく、フィルタ半径が小さい場合は比較的多数の細かい部材を生成し、反対にフィルタ半径が大きい場合は少数の大きい部材を生成

しながら進化をする傾向にあることが分かっている。ただし、既往の研究では全ての要素に対して一様に同じ大きさのフィルタ半径を任意に与えていた。物理量は要素ごとに異なり、位相が変化する過程で各要素の物理量も変化をするため、一様にフィルタ半径を与えることは構造体内部の元の応力状態を強く捉える可能性も正確に捉えられない可能性もある。進化の過程で各要素に適切なフィルタ半径を適切に与えることでこれまで以上に応力状態が均一化された形態の獲得をできると考えられる。本研究において獲得形態の評価は従来の BESO 法で取り入れられている PI 値(Performance Index)によって行う。

本研究では、最適なフィルタ半径の探索において、焼き鈍し法(Simulated Annealing: 以下 SA と記す)を導入する。SA は条件付きで解の悪化を許容することで、局所的最適解への収束を回避し、大域的最適解を得る手法である。本研究において PI 値の大きい形態を獲得するためのフィルタ半径を最適なフィルタと定義する。ただし、SA は計算量が多いことに加え、PI 値の算出には形態操作が必要になるため解析に膨大な時間を要する。そこで、本研究では PI 値を目的関数とした SA によるフィルタ半径の探索とは別に、均質化後の応力のばらつきを目的関数とした SA によるフィルタ半径の探索を行う。均質化後の応力のばらつきはフィルタ半径の操作のみで求まるため、PI 値を目的関数とする場合と比較して解析時間の短縮が期待できる。PI 値の向上を目指すと共に、応力のばらつきを目的関数とする場合、PI 値を目的関数とする場合の代替手法になるか確認する。

2. BESO 法

(1) PI 値

BESO 法の性能評価指標は Von Mises 応力であるが、最適化個体を評価する際、初期個体と比較して、コンプライアンスや応力の性能は低下する。そのため、Tanskanen は体積変化を考慮し、体積とコンプライアンスの積に逆数をとった PI 値を提案している⁽³⁾。PI 値は高いほど材料効率が優れていると言うことができる。本研究においても PI 値を用いて獲得形態の構造性能の評価を行う。本研究におけるコンプライアンスは式(1)によって求まる。

$$C = \frac{1}{2} \{F_j\}^T \{u_j\} \quad (1)$$

ここで、 $\{F_j\}^T$ は節点 j に作用する外力、 $\{u_j\}$ は j 節点の変位を示す。PI 値は式(2)によって求まる。

$$PI = \frac{1}{CV} \quad (2)$$

(2) フィルタリング

BESO 法ではフィルタリングを導入することにより、構造体でない要素に物理量の外挿を行い、局所的に応力が発生する箇所に要素を付加することによって双方向進化を実現している。フィルタリングの手順としてははじめに構造体内部の要素の物理量を、その要素を構成する節点値に置き換える。これは式(3)によって行われる。

$$\alpha_j^n = \sum_{i=1}^M \omega_i \alpha_i^e \quad (3)$$

α_j^n は着目節点の物理量、 α_i^e は着目した節点を含む要素の物理量、 ω_i は着目節点と該当要素の重心点と距離に関する重み、 M は着目節点を含むセルの数を示す。

次に格子節点の物理量を基に設計領域全体の要素に対し物理量の外挿を行う。この操作を式(4)に示す。

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^K \omega(r_{ij}) \alpha_j^n}{\sum_{j=1}^K \omega(r_{ij})} \quad (4)$$

$$\omega(r_{ij}) = r_{\min} - r_{ij} \quad (5)$$

α_i は着目要素の物理量、 K は近傍節点の数、 $\omega(r_{ij})$ は着目要素の重心と近傍節点の距離に関する重み、 r_{ij} は着目要素の重心と近傍節点の距離、そして $r_{\min}$ はフィルタ半径である。

3. SA(焼き鈍し法)

SA とは、金属の焼きなまし過程から着想を得た最適化手法で、温度の概念を用いて確率的ゆらぎを導入し、局所最適解へ収束しても評価値が悪くなる方向への解の移動を条件付きで許容することで、局所最適解への収束を回

避しつつ、大域最適解を得ようとする。

SA の特徴として、広範囲の問題に対応できる汎用性の高さ、目的関数に制約されない柔軟性が長所として挙げられる一方で、計算量の多さ、解析パラメータの設定の難しさが短所として挙げられる。

(1) SA の基本アルゴリズム

SA の基本的な流れは、まず初期温度 T_0 を設定し、与えられた解 x_0 から出発して次の解 x' を生成する。その後、解 x_0 と解 x' の目的関数の差分 $\Delta E (= E(x') - E(x))$ と温度 T_k に応じて解を受理するか否かを計算し、受理する場合は次の状態に推移する。この処理を繰り返して、現在の温度での平衡状態が実現されるまで十分な探索を行う。

温度 T_k で平衡状態に達したら、クーリングを行って次の温度 T_{k+1} を求め、再びその温度で平衡状態に達するまで十分探索を進める。この操作を終了条件が満たされるまで繰り返す。

(2) 解の受理判定

受理判定は、Metropolis の基準⁽⁴⁾を採用する。解が改善される場合は無条件で次の状態に推移するが、解が悪化する場合、式(6)で求まる受理確率 $Q(\Delta E)$ を遷移確率が上回る場合、解は次の状態へと遷移する。なお、式(6)は $\Delta E < 0$ のとき解が改善される条件の式である。

$$Q(\Delta E) = \begin{cases} 1 & \Delta E < 0 \\ e^{-\Delta E/T} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

温度 T は、エネルギーが増大する方向への推移確率に影響を与えるパラメータであり、温度が高い場合は悪い状態への推移確率も高く、反対に温度が低い場合は悪い状態への推移確率は低くなる。

(3) クーリング

クーリングでは、現在のアニーリングステップの温度 T_k を与えて、次のアニーリングステップの温度 T_{k+1} を求める。最適解への漸近収束を保証するには、式(7)のように定められる対数型アニーリング以上に急速に冷やしてはならない。

$$T_{k+1} = \frac{T_k}{\log k} \quad (7)$$

しかし、対数型アニーリングを適用すると最適化に膨大な時間を必要とするため実用的な時間内に最適解が得られない。そこで、真の最適解への収束はなくなるが、式(8)に示す指数型アニーリングが一般的に用いられる。

$$T_{k+1} = \mu T_k \quad (8)$$

ここで、 μ は温度更新係数である。本研究では指数型アニーリングを用いてクーリングを行う。

4. 本研究のアルゴリズム

本研究では、BESO 法の最適化アルゴリズムに加えて、SA による最適なフィルタ半径の探索を導入することで、局所応力の抑制に期待しつつ、より PI 値が高い形態を獲得することを目的としている。また、解析時間と解析精度を考慮する必要があることから、SA の目的関数は PI 値と応力のばらつきの 2 つを用いており、それぞれ異なるアルゴリズムで構成されている。

(1) PI 値を目的関数とした場合の解析アルゴリズム

本手法では、細かく位相の変化を繰り返しながら、PI 値の高い形態を獲得することを目的として SA を導入する。つまり、本手法における SA は BESO 法の 1step の中で、更に細かく繰り返される BESO 法であると言い換えることができる(以下 SA ループと呼称する)。PI 値は構造体のコンプライアンスと体積を求めることで算出しており、これらを求めるには逐次形態を変化させる必要があることから、本手法は図 1 に示すアルゴリズムを適用した。本手法における SA では、フィルタ半径の探索から要素の削除・付加を行う過程を生成処理とし、生成された形態の PI 値と現在の形態の PI 値を比較することで、解の受理判定を行い、形態を更新するか決定する。SA ループ内では BESO 法による形態操作を繰り返されるため、解析時間の長期化が懸念される。

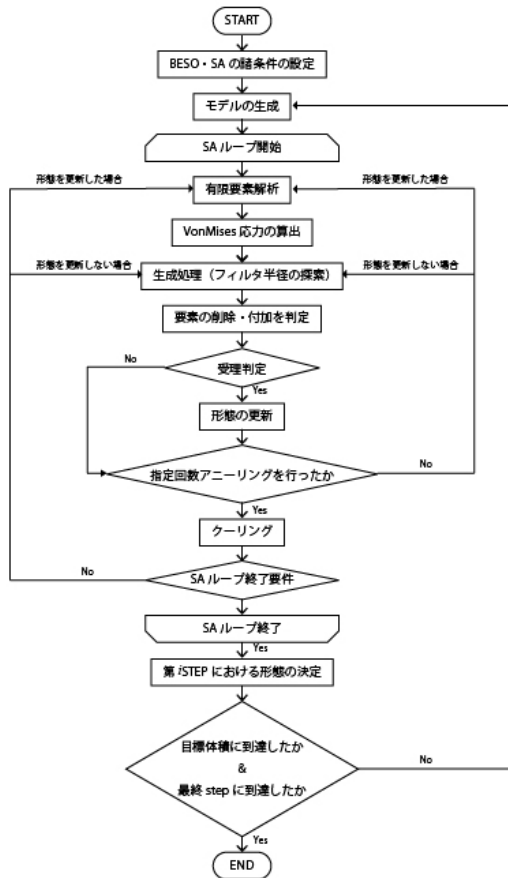


図 1 PI 値を目的関数とした場合の解析フロー

(2) 応力のばらつきを目的関数とした場合の解析アルゴリズム

本手法では、応力のばらつきが抑制されるようなフィルタ半径を探索することを目的として SA を導入する。本手法における SA ループでは形態の更新は行わない。そのため、本手法における生成処理はフィルタ半径の探索のみであり、生成されたフィルタ半径による応力のばらつきと現在のフィルタ半径による応力のばらつきを比較し、応力のばらつきが小さくなるようなフィルタ半径を保存する。SA ループの終了後に削除・付加する要素を判定し、BESO 法による形態創生を行う。本手法における応力のばらつきは、均質化後における Von Mises 応力の標準偏差とし、値が小さい解を優良解とする。式(9)に応力のばらつきの評価式を示す。

$$\alpha_{SD} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \alpha_{ave})^2} \quad (9)$$

α_{SD} は応力の均一度、 n は設計領域内の要素数、 α_i は i 番目要素の均質化後の Von Mises 応力、 α_{ave} は均質化後の Von Mises 応力の平均値である。本手法の解析フローは図 2 に示す通りである。

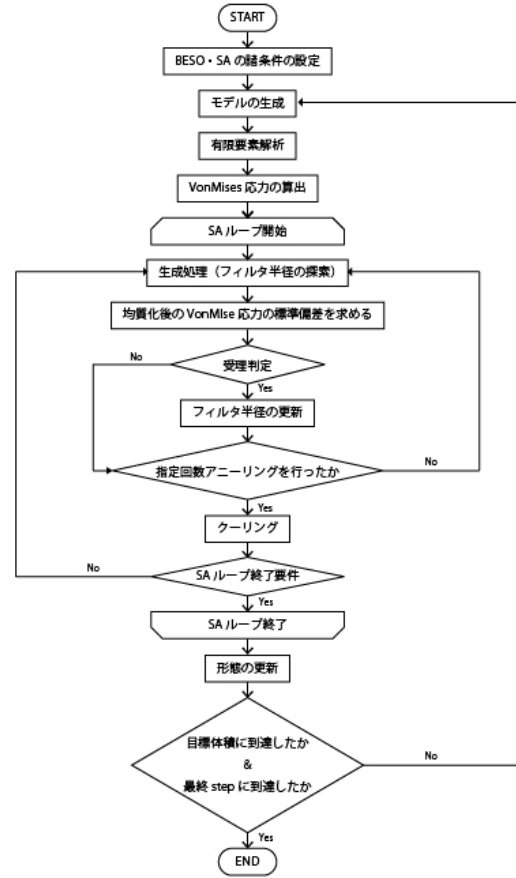
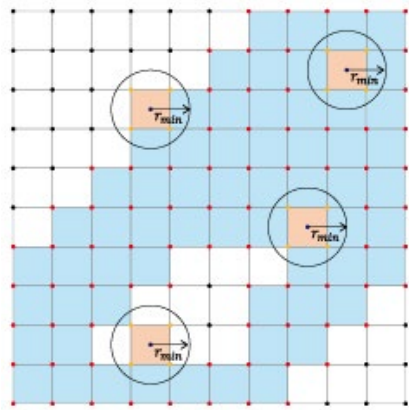


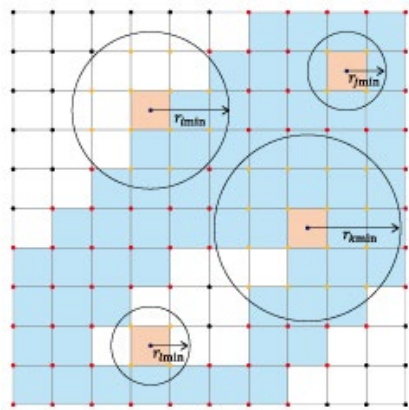
図 2 応力のばらつきを目的関数とした場合の解析フロー

(3) フィルタ半径の設定方法

従来の BES0 法におけるフィルタ半径の設定方法は図 3(a)に示す通り、設計者が任意の大きさのフィルタ半径を設定し、全ての要素・全ての位相に対して一様に与えている。対して、本研究で提案するフィルタ半径の設定方法は図 3(b)に示すように、各要素にそれぞれ大きさの異なる最適なフィルタ半径を探索することで与えており、位相が変化する度に新しく最適なフィルタ半径の探索を行う。



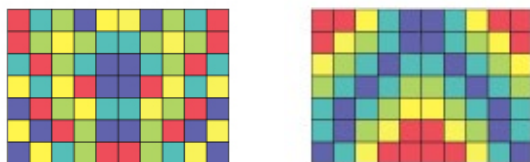
(a) 従来の BES0 法によるフィルタ半径の与え方



(b) 本研究におけるフィルタ半径の与え方

- : 物理量が挿入された構造体内の節点
- : 着目節点の重心点
- : 構造体を構成する要素
- : 着目要素

図 3 フィルタ半径の設定方法



(a) 高温時の探索例

(b) 低温時の探索例

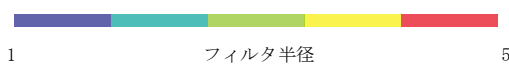


図 4 フィルタ半径の探索方法

SA におけるフィルタ半径の探索方法については図 4 に示す通りである。本研究では構造体要素の有無に関わらず、設計領域内に存在する全ての要素に対して最適なフィルタ半径の探索を行う。高温の場合、各要素のフィルタ半径の探索領域を広げることで、一時的な解の改悪方向への置換を許容しながら、局所最適解への収束を回避し、優良な解となるようなフィルタ半径を探索する。その後、温度を徐々に下げ、フィルタ半径の探索領域を狭めることで、各解析 step における各要素の最適なフィルタ半径へと収束する。

5. 解析結果

本研究では、解析 A：「全要素・全位相に任意のフィルタ半径を一様に与える場合」、解析 B：「PI 値を目的関数としてフィルタ半径を探索した場合」、解析 C：「応力のばらつきを目的関数とした場合」の 3 パターンの解析を行い、獲得形態と PI 値の推移を比較する。また解析 A において、フィルタ半径を 1, 2, 5 と設定し、それぞれの結果の比較を行う。解析 B, 解析 C ではフィルタ半径の探索範囲を 1~5 とする。

(1) 解析例(1)：二次元モデル

簡易的な解析条件は表 1 に示した通りである。SA で用いる温度の設定について、解析 B における初期温度を 1000℃、終了温度を 5℃とし、解析 C における初期温度を 0.0005℃、終了温度を 0.00001℃とする。BES0 法による解析 step 数は 80 とする。

表 1 解析条件

要素分割数	100×50
支持条件	両端ピン支持
荷重条件	上面等分布荷重
ヤング率	$2.1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$
ポアソン比	0.2
アニーリング数	3
温度更新係数	0.90
フィルタ半径範囲	1~5
目標体積	初期 step 体積の 15%
進化率	前 step 体積の 2%

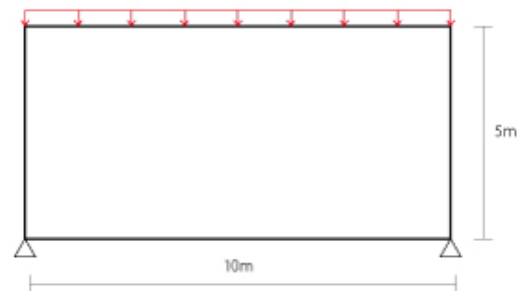


図 5 解析モデル・二次元モデル

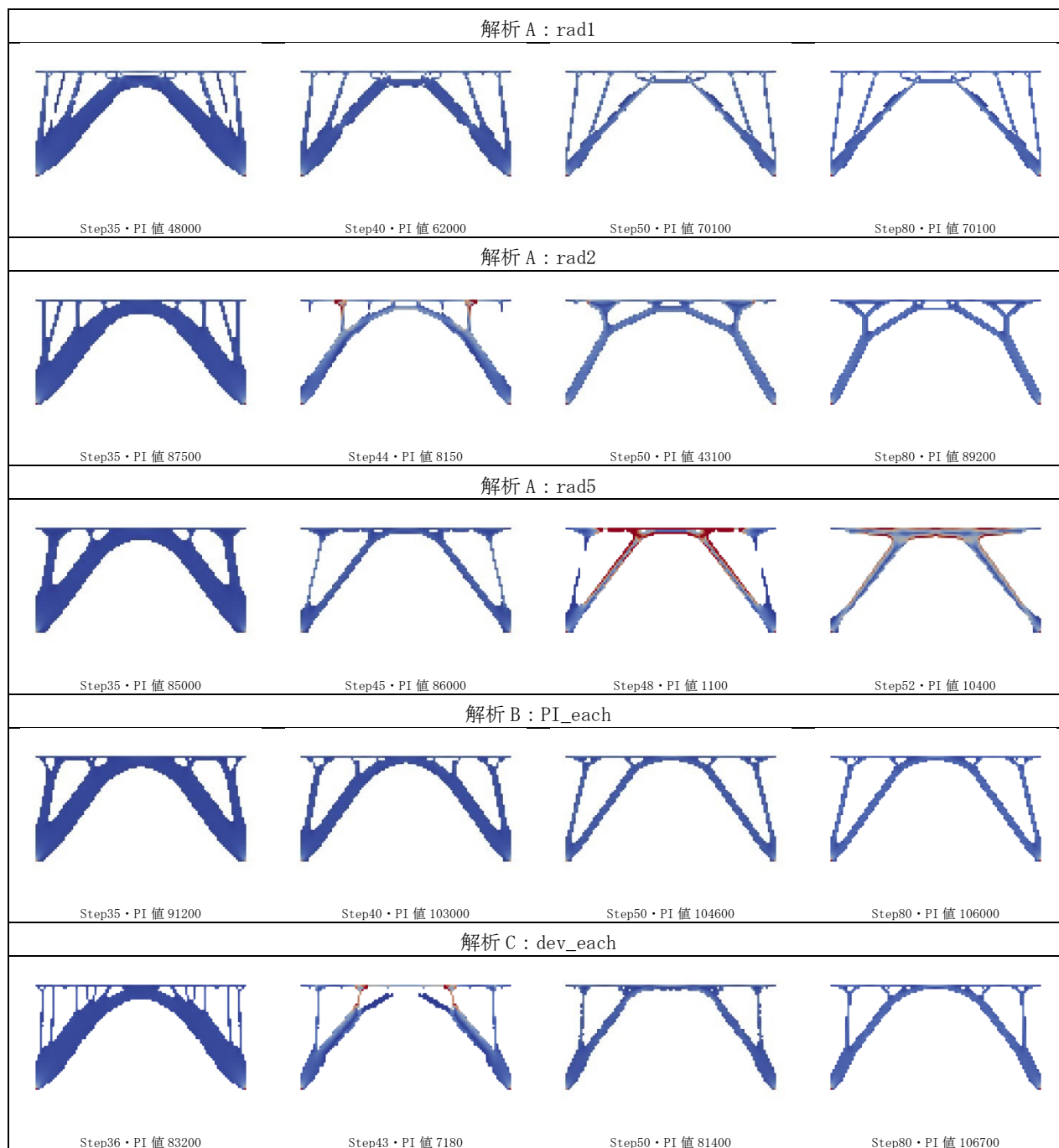


図 6 二次元モデルにおける形態の推移

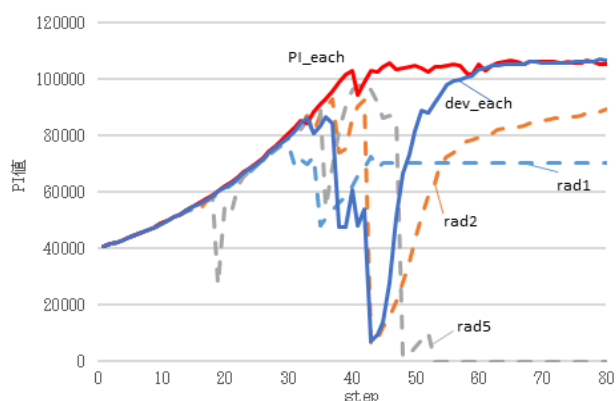


図 7 二次元モデルにおける PI 値の推移

獲得した形態と PI 値の推移は図 6、図 7 に示す。本研究におけるグラフの記号について、rad1 はフィルタ半径 1 を与えた場合、rad2 はフィルタ半径 2 を与えた場合、rad5 はフィルタ半径 5 を与えた場合、PI_each は解析 B を用いて最適なフィルタ半径を探索した場合、dev_each は解析 C を用いて最適なフィルタ半径を探索した場合の値の推移を示している。以下の考察においても同様の記号を用いる。

解析 A において、rad1 の場合の形態を確認すると応力が集中する箇所が発生し、局所解に陥ってしまった。これはフィルタリングの範囲が小さいことから、構造物全体

で応力の均質化が不十分であるためだと考えられる。rad2 の場合、step44 で構造的に重要な役割を担っていた端部の材が破断したことで、PI 値が大きく低下した。その後、残った中央の部材を補強するような進化を遂げたが、スラストに抵抗する部材が無いため、PI 値は step45 以前の端部部材が破断する前の形態と比較して小さい値となった。rad5 の場合、広範囲で応力の均質化を行ったことで、要素を大胆に削除しながら進化した。しかし、step48 で構造上重要な役割を担う端部の部材が破断したことで、構造体として成立しなくなり、step52 で解析は終了した。

解析 B の解析結果を見ると、メインフレームとしてのアーチと束材から構成される形態を獲得した。PI 値を目的関数として適宜フィルタ半径を探索することで、適切に応力の均質化を行いながら、同体積内で非常に細かく形態を変化させるため、PI 値が大きく減衰することがなく、進化を続けた。獲得形態を見ると端部の束材は鉛直方向力が効率よく伝達する役割と共に、アーチに発生するスラストに抵抗する役割を担っており、PI 値は高い値で推移した。

解析 C の場合、進化の初期段階では繊細な進化を行い、細かい部材が多数生成された。細かい材を適切に配置することで応力のばらつきは抑制されたと考えられる。ただし、step43 では中央部の材が破断し、PI 値が大きく低下した。その後の進化で応力集中が発生した中央部に再び要素を付加したことで PI 値は上昇した。最終的な形態を見ると、端部の束材は荷重面に対して直角に生成され、アーチ部材との接合部付近は太く生成された。結果として、全ての解析手法の中で最も PI 値が高い形態となった。ただし、解析の安定性では解析 B を用いた場合の方が優れている。

(2) 解析例(2)：三次元壁面モデル

簡易的な解析条件は以下に示す。SA で用いる温度の設定について、解析 B では初期温度を 0.01℃、終了温度を 0.001℃とし、解析 C では初期温度を 0.005℃、終了温度を 0.0001℃とする。解析 step 数は 50 とする。

表 2 解析条件

設計領域(モデルサイズ)	X:5m Z:5m
壁厚	Y:0.2m
要素分割数	50×50×50
支持条件	底面周辺支持
荷重条件	上面等分布荷重
ヤング率	$2.1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$
ポアソン比	0.2
アニーリング数	3
温度更新係数	0.90
フィルタ半径範囲	1～5
目標体積	初期 step 体積の 50%
進化率	前 step 体積の 2%

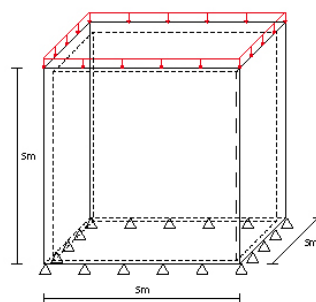


図 8 解析モデル・三次元壁面モデル

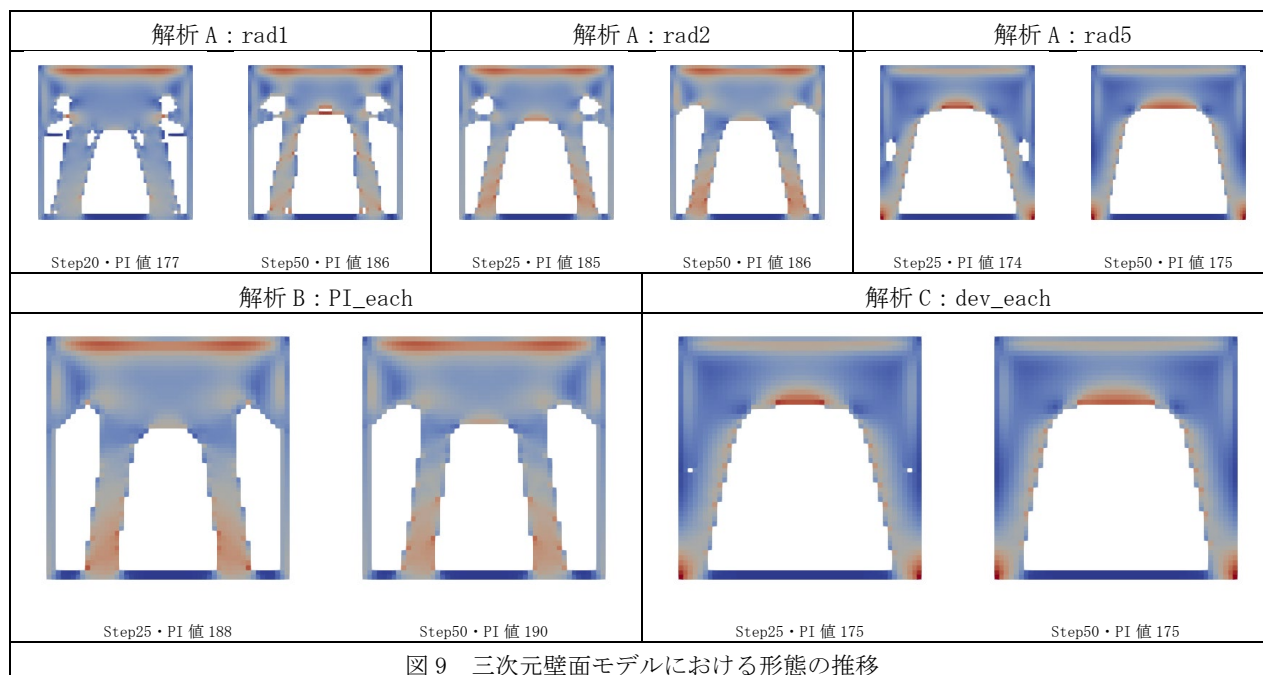


図 9 三次元壁面モデルにおける形態の推移

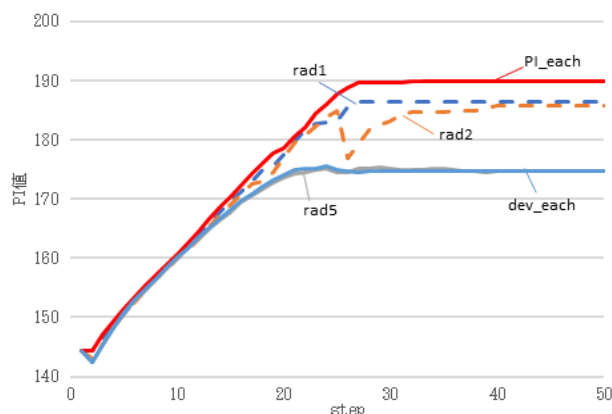


図 10 三次元壁面モデルにおける PI 値の推移

獲得した形態と PI 値の推移は図 9, 図 10 に示す。三次元壁面モデルにでは、目標体積を大きく設定したため、進化過程で構造体に応力集中箇所は発生せず、全体的に PI 値が上昇し続けるような進化を行った。

解析 A において、rad1 の場合は構造体中央付近に有機的な柱と細かい部材から構成される形態が得られた。rad2 では、支持面中央付近に柱状の形態を獲得したが、細かい部材が無い明快な形態を獲得した。一方で rad5 の場合、中央部に大きな開口を持つ形態が得られた。rad1, rad2 では端部の骨組と面の中央部に力を分散して伝達するため PI 値は高い値を示したのに対し、rad5 では力が構造体の四隅にのみ伝達するため、PI 値は低い値を示した。

解析 B の場合、rad2 と似た形態を獲得したが、PI 値の推移を見るとわずかながら違いが確認できる。rad2 と比較して、PI 値が高い値を推移しながら進化した、解析の安定性が向上したことが分かる。また rad2 と比較して、わずかに柱状の構造体が中心部分に生成された。四隅部分の骨組によって十分な耐力を確保しており、わずかに内側に寄った柱状の部材が支持面に対して力を均等に伝達しているため PI 値が高い値を示したと考えられる。

解析 C の場合、rad5 の形態とほぼ同様の形態を得られた。進化過程において、応力のばらつきを抑制するためのフィルタ半径を探索することで、開口が一つのみと局所応力が発生しない形態を獲得したが、構造体の力の伝達は四隅のみ行われるため、PI 値は低い値を推移した。

(3) 解析時間の比較

解析 B と解析 C の解析に要する時間を表 3 にまとめる。

表 3 解析時間の比較

		解析 B	解析 C
(1)	二次元モデル	12 時間	2 時間
(2)	三次元壁面モデル	84 時間 30 分	22 時間 40 分

解析 B では非常に多くの時間を要することが分かる。これは、BESO 法の 1step の間に複数回の形態操作が行われるため、膨大な量の計算が必要になるためである。対して、解析 C では BESO 法の 1step に対して形態操作は一度

のみであるため、解析時間は短縮できたと考えられる。

6. 結論

(1) 統括

本研究では、SA によりフィルタ半径の探索を行い、PI 値が高くなるような構造形態創生を行った。フィルタ半径探索の目的関数の違いによって、進化の過程、最終的な形態共に異なる解が得られることが分かる。そのため、代替手法として用いることは難しいと考えられる。そして、フィルタ半径が形態に与える影響は大きいことが分かったため、他の目的関数を導入した場合、新たな解の獲得が期待できる。

(2) 今後の展望

PI 値を目的関数として、最適なフィルタ半径の探索を行うことで、応力集中を解消しながら材料効率の良い新しい形態を獲得したが、一度の計算に膨大な時間を要した。解析時間を効率的に短縮することで、解析試行回数を増やすことによる解析精度の向上、より要素数が大きいモデルにおける解析の実行が期待できる。

謝辞: 本研究における解析において、法政大学情報メディア教育センターが提供するラボラトリの計算資源の提供を受け実施しました。厚く感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 小西勇汰: BESO 法による構造形態創生—近傍半径操作による位相獲得に関する研究—, 2014
- 2) 高程杰: 画像認識フィルタリングを導入した BESO 法による構造形態創生, 2018
- 3) Pasi Tanskanen: The evolutionary structural optimization method, *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.191, No47-48, pp.5485-5498, 2002
- 4) N.Metropolis et al: Equation of state calculations by fast computing machines., *Journal of Chemical Physics*, 1953.
- 5) V Young, O.M Querin, G.P Steven, and Y.M Xie. : 3D and multiple load case bi-directional evolutionary structural optimization (BESO). *Structural Optimization* , Vol.18, No. 2-3, pp.183-192, 1999
- 6) 高程杰: 画像認識フィルタリングを導入した BESO 法による構造形態創生, 2018
- 7) 渡邊颯汰: 焼き鈍し法を用いた BESO 法における最適な均質化近傍半径の探索, 2022
- 8) 大石達郎: シミュレーテッドアニーリングによる自由曲面シェル構造の構造形態創生に関する研究—パラメータ自動決定法の導入—, 2011.
- 9) 三井 和男/大崎 純/大森 博司/田川 浩/本間 俊雄【共著】: 発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム, 2004.