一定時間で全ての需要を被覆する設備配置問題

YOSHIMURA, Nozomi / 吉村, 望

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院理工学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要. 理工学研究科編
(巻 / Volume)
64
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
4
(発行年 / Year)
2023-03-24
(URL)
https://doi.org/10.15002/00026444

一定時間で全ての需要を被覆する設備配置問題

LOCATION SET-COVERING PROBLEM TO COVER ALL DEMAND SITHIN A CERTAIN TIME

吉村望
Nozomi YOSHIMURA
指導教員　五島洋行

法政大学大学院理工学研究科システム理工学専攻修士課程

Decision making in facility allocation problems involves a variety of factors, such as facility cost, time, and distance. In the location set-covering problem (LSCP), facility siting is employed as decision variables with the number of facilities as a cost factor. The problem is to find the minimum number and location of facilities that satisfy the time or distance to demand criteria. It is possible to find the siting of emergency services such as fire stations, schools, and libraries. In this study, we formulate the timed location set-covering problem (T-LSCP), which takes into account the passage of time in the LSCP. The model is based on the assumption that facilities are movable over time. Once a demand point is covered, the effect of the coverage remains for a certain time. Therefore, the number of facilities can be reduced compared to LSCP, as they do not need to be covered all the time. This problem can be applied to police patrols.

Key Words *: location set covering, optimal deployment, facility location, coverage*

1. は じ め に

通信機器の基地局では，電波が地域全体に届くように配置する必要がある．しかし，設備を多数設置すると設置費用は大きくなる．とすると，少ない設備で地域全体を被覆することが必要となる．このような問題を Location Set-Covering Problem(以下，LSCP)という．LSCP は集合被覆問題に分類され，計算量理論的には NP 困難に属する．規模の大きな問題では一般的に数理計画法を用いて解くことは現実的ではなく，多くの研究において最適性では劣る近似解法，メタ解法が用いられている．

本研究では基地局の電波を人の視野と置き換えることにより，パトカーや放置車両などの巡回になり得ることに着目する．時間ごとに移動して地域全体を被覆する T-LSCP を解くことを目的とする．T-LSCP では決められた時間内に少なくとも 1 度，移動型の設備が全需要を巡回する制約が与えられるため，設備数の削減をすることができる．

本稿では，T-LSCP で問題を解くプログラムの作成，求解を試みる．また，求められた設備の配置点を巡回するプログラムの作成，比較を行う．

2. 先行研究

LSCP は需要を全て被覆する最小の設備数と設備を配置する場所を求める問題である．設備を多数配置すれば，他の設備と被覆する箇所が重なり，設置費用も大きくなる．T-LSCP は LSCP の条件に時間の概念を加えた問題である．

以下に本研究で使用するアルゴリズムの概要を示す．

(1) 集合被覆問題

集合被覆問題は，集合と部分集合が与えられ全てを被覆しコストを最小にする問題である．スケジューリング問題や設備配置問題はこの問題に属する．計算量理論的に NP 困難である．集合被覆問題は 0-1 整数計画問題として定式化を行うことができる．

集合被覆問題はm個の要素$i \in M = \{1,2,\cdots,m\}$と$n$個の集合$S_j \subseteq M$，$j \in N = \{1,2,\cdots,n\}$，$S_j$のコスト$c_j > 0$が与えられる．$j$の集合を全て被覆し，コストの総和が最小となるように求めると定義する[1][2]．定式化を以下に示す．

Minimize

$$W = \sum_{j=1}^{N} c_j x_j, \tag{1}$$

subject to

$$\sum_{i=1}^{N} a_{ij} x_j \geq 1 \quad \forall i \in M, \tag{2}$$

$$x_j \in \{0,1\}\ \forall j. \tag{3}$$

ここで, 評価関数(1)は全てを被覆しコストの最小化を示している．制約式(2)では，x_jは 1 ならば被覆され，それ以外なら被覆されてないことを表す．制約式(3)では，x_jは 0 か 1 の変数であることを表している．

(2) Location Set-Covering Problem

設備の配置ができる候補地がいくつかあるとし，候補地をjで表す．$j = 1,2,3,\cdots,n$としてnは候補地の個数である．また，被覆しなければならない需要が与えられる．需要はiで表す．$i = 1,2,3,\cdots,m$としてはm需要点の個数である．被覆の定義は，候補地が，需要に到達するための最大距離または時間以内に存在する場合，需要は候補地によって被覆されていると定義する．この問題は，最小な設備数で各需要を被覆するように配置することである．LSCP の定式化に必要な変数の定義と決定変数を表 1，2 に示す．

表 1 定式化に必要な変数と定数の定義.

I	需要点の集合
i	需要点($i \in I$)
J	設備候補点の集合
j	設備候補点($j \in J$)
d_{ij}	需要点から設備候補点までの距離
S	設備候補点が被覆できる最大距離
N_i	需要点を被覆できる設備候補点の集合

表 2 決定変数の定義.

x_j	1	設備j番目が選択されるとき
	0	選択されないとき

以下に LSCP の定式化を示す.

Minimize

$$Z = \sum_{j \in J} x_j, \tag{4}$$

subject to

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq 1 \quad \forall i, \tag{5}$$

$$x_j \in \{0,1\}\ \forall j. \tag{6}$$

ここで，評価関数(4)は設備数の最小化を示している．制約条件(5)は，設備数は 1 以上である． 制約条件(6)は，x_jは 0 か 1 の変数であることを表している.

3. 提　案　方　式

(1) Timed Location Set-Covering Problem

T-LSCP は LSCP に対して，時間経過に伴い設備が移動する．

1. 需要点集合
2. 設備候補点集合
3. 各需要点を被覆する設備候補点集合
4. 単位時間で移動できる範囲
5. 被覆の効果が持続する時間

が与えられる.

(2) 移動可能範囲

T-LSCP では，ある設備候補点に単位時間で移動できる設備候補点集合R_{in}と，ある設備候補点から単位時間で移動できる設備候補点集合R_{out}が必要である．ノード A, B, C，D，E，F が与えられ，ノード A に単位時間で移動できるノードを B，C，E とする．このとき，ノード A に単位時間で移動できる設備候補点集合$R_{\mathrm{in}_A} = \{B, C, E\}$が与えられる．また，ノード A から単位時間で移動できるノードを B，C，D とする．ノード A から単位時間で移動できる設備候補点集合$R_{\mathrm{out}_A} = \{B, C, D\}$となる.

(3) 被覆の効果

T-LSCP では設備が通過した後，一定時間被覆の効果を残すことができる．3 時間被覆の効果が残すことができとする．時刻 1 で被覆する．時刻 2，3 では被覆されている状態である．T-LSCP は常に被覆されていることが条件であるので，時刻 4 で被覆する必要がある．時刻 5 でも被覆する場合，被覆の効果は時刻 5 から 3 時間となる.

(4) 定式化

T-LSCP の定式化に必要な変数と決定変数を以下の表 3，4 に示す.

表 3 定式化に必要な変数と定数の定義.

I	需要点の集合
i	需要点($i \in I$)
J	設備候補点の集合
j	設備候補点($j \in J$)
d_{ij}	需要点iから設備候補点jまでの距離
S	設備候補点が被覆することのできる最大距離
N_j	需要点を被覆することのできる設備候補点の集合$(i \mid S_{ij} \leq S)$
D	被覆が持続する時間
T	時刻集合
t	時刻
τ_{jl}	設備候補点jから設備候補点lの移動時間
R_{in_j}	設備候補点jに単位時間以内に移動できる設備候補点集合
R_{out_j}	設備候補点jから単位時間以内に移動できる設備候補点集合

表 4 決定変数の定義.

$x_{j,t}$	1	時刻tの設備j番目が選択される
	0	選択されない

以下に，T-LSCP の定式化を示す．

Minimize

$$Z = \sum_{j \in J} x_{j,1}, \tag{7}$$

subject to

$$\sum_{s=1}^{S} \sum_{j \in N_i} x_{j,(t-s)} \geq 1 \quad \forall i, t \in T | t > S\,, \tag{8}$$

$$\sum_{l \in R_{\mathrm{in}_j}} x_{l,(t-1)} - x_{j,t} \geq 0 \;\; \forall j, t \in T \setminus \{1\}\,, \tag{9}$$

$$x_{l,(t-1)} - \sum_{l \in R_{\mathrm{out}_j}} x_{l,t} \leq 0 \;\; \forall j, t \in T \setminus \{1\}\;, \tag{10}$$

$$\sum_{j \in J} x_{j,(t-1)} - \sum_{j \in J} x_{j,t} = 0 \;\; \forall i, t \in T \setminus \{1\}\;. \tag{11}$$

ここで，評価関数(7)は，$t = 1$のときの設備数の最小化を示している．制約条件(8)は設備数が 1 以上である．制約条件(9)と(10)は，設備が単位時間で移動できる範囲を表している．制約条件(11)は設備の数は常に一定である．

(5) Timed Route Location Set-Covering Problem

T-LSCP では，設備の移動経路を求めることができない．移動設備点集合Kと移動候補点$k(k \in K)$を与えることによって，設備の移動経路を求める TR-LSCP を定式化する．移動設備点集合は，設備候補点の集合と同じ要素を持つ．以下に TR-LSCP の定式化を示す．

Minimize

$$Z = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k,1}\,, \tag{12}$$

subject to

$$\sum_{s=1}^{S} \sum_{j \in N_i} \sum_{k \in K} x_{j,k,(t-s)} \geq 1 \quad \forall i, k, t \in T | t > S\,, \tag{13}$$

$$\sum_{l \in R_{\mathrm{in}_j}} x_{l,k,(t-1)} - x_{j,k,t} \geq 0 \;\; \forall j, k, t \in T \setminus \{1\}\,, \tag{14}$$

$$x_{l,k,(t-1)} - \sum_{l \in R_{\mathrm{out}_j}} x_{l,k,t} \leq 0 \;\; \forall j, k, t \in T \setminus \{1\}\;, \tag{15}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k,(t-1)} - \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k,t} = 0 \;\; \forall i, k, t \in T \setminus \{1\}\;. \tag{16}$$

ここで，評価関数(7)は，$t = 1$のときの設備数の最小化を示している．制約条件(8)は設備数が 1 以上である．制約条件(9)と(10)は，設備が単位時間で移動できる範囲を表している．制約条件(11)は設備の数は常に一定である．

4. 実　験

設備配置点 125，需要点 42 として実験を行う．使用するデータを以下の図 1 に示す．

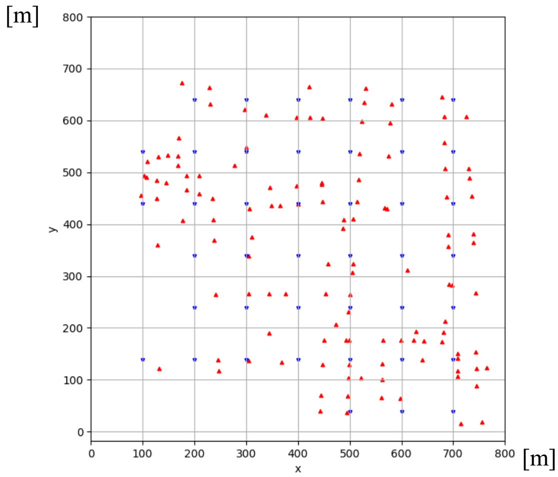

図 1 実験用データ．

被覆できる距離を半径 100[m]，移動できる距離を半径 150[m]とする．被覆の効果が持続する時間は 3，時刻 4 までの計算を行う．

以下の表 5 に LSCP，T-LSCP，TR-LSCP で解いた結果を示す．

表 5 配置数の結果．

手法	設備数
LSCP	14
T-LSCP	6
TR-LSCP	6

表 5 より，LSCP で解いた結果，設備数は 14 となった．T-LSCP，TR-LSCP で解いた結果，設備数は 6 となり，LSCP に比べ，約 57%の設備を削減することができた．

LSCP で解いた結果の配置位置を図 2，時刻 1 のときの T-LSCP で解いた結果の配置位置を図 3，時刻 1 のときの TR-LSCP で解いた結果の配置位置を図 4 に示す．

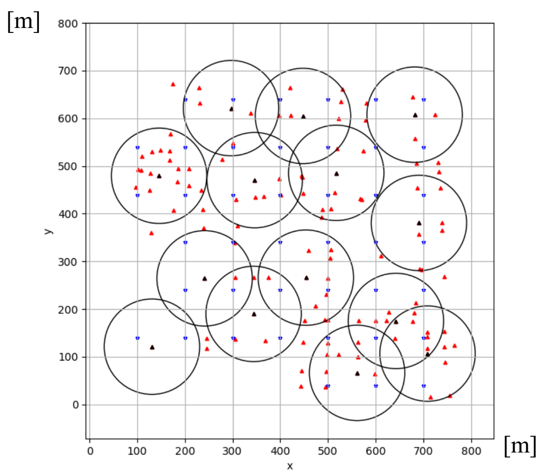

図 2 LSCP で解いた配置位置．

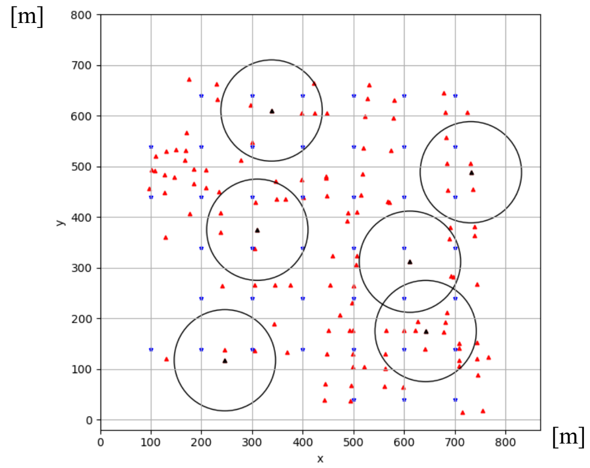

図 3 T-LSCP で解いた配置位置.

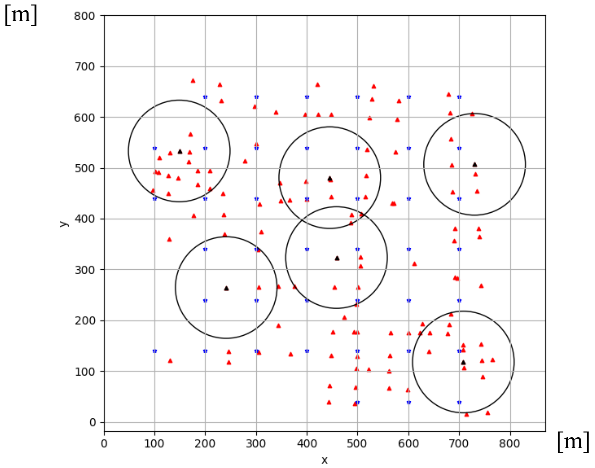

図 4 TR-LSCP で解いた配置位置.

T-LSCP と TR-LSCP では，設備数は同じだが設備を配置した位置は違う．解が複数あり，初めに見つけた解を最適解としているため，配置位置が異なった.

移動できる距離を半径 50[m]，100[m]，150[m]として T-LSCP で解いた結果を以下の表 6 に示す.

表 6 移動距離による設備数の変化.

半径[m]	設備数
50	12
100	9
150	6

表 6 より，半径 50[m]のとき，設備数は 12 となり，LSCP に比べ約 14%の設備を削減した．設備配置位置から移動できるノードが少ないため，設備の削減数が少ない．半径 100[m]のときは，設備数は 9 となり，約 36%の設備の削減する．半径 150[m]のときは，より遠くのノードに移動できるため削減した設備数が多い.

図 1 のデータで，被覆できる距離を半径 150[m]，移動できる距離を半径 150[m]として T-LSCP を用いて解く.

以下の表 7 に LSCP で解いた結果と T-LSCP で解いた結果を示す.

表 7 被覆距離 150[m]のときの配置数の結果.

手法	設備数
LSCP	8
T-LSCP	4

表 7 より，LSCP で解いた結果，設備数は 8 となった．T-LSCP で解いた結果，設備数は 4 となり，50%の設備を削減することができた.

移動できる距離を半径 50[m]，100[m]，150[m]として T-LSCP で解いた結果を以下の表 8 に示す.

表 8 被覆距離 150[m]の移動距離による設備数の変化.

半径[m]	設備数
50	7
100	5
150	4

半径 50[m]のとき，設備数は 7 となり，約 13%の設備を削減した．半径 100[m]のとき，設備数は 5 となり，約 38%の設備を削減した．被覆できる距離が半径 100[m]のときと比較すると，削減した設備数の割合は近い値である.

5. お わ り に

本稿では T-LSCP を用いた解析を行なった.

T-LSCP や TR-LSCP が LSCP より，配置する設備数を削減することができたことを示した．移動できる距離が短いと約 14%の設備しか削減することができないが，移動できる距離が長いと 50%以上の設備を削減することができた.

時刻$T = 1$のときにある設備候補点を出発し，一定の時刻でもどるように定式化を行えば，より現実に近いモデルを作成することができる.

参考文献

[1] C.Toregas，R.Swain:”The Location of Emergency Service Facilities”，Operations Research，vol. 19，no. 6，pp.1363-1373，1971.

[2] A.T.Murray，R.Wei:”A computational approach for eliminating error in the solution of the location set covering problem”，European Journal of Operational Research，vol.224，no.1, pp.52-64，2013.