

電磁鋼板の磁気異方性を考慮した非線形磁界解析に関する研究

HARASHIMA, Kazuya / 原島, 和也

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学研究科編

(巻 / Volume)

64

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

4

(発行年 / Year)

2023-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00026371>

電磁鋼板の磁気異方性を考慮した 非線形磁界解析に関する研究

STUDY ON NONLINEAR MAGNETIC FIELD ANALYSIS OF
ELECTROMAGNETIC STEEL SHEETS CONSIDERING MAGNETIC ANISOTROPY

原島 和也

Kazuya HARASHIMA

指導教員 岡本 吉史

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

To reduce carbon dioxide emissions, it is important to conserve energy and promote the spread and expansion of renewable energy. Therefore, it is important to improve the efficiency of electromagnetic transformers. Transformers have been designed to reduce losses by using high-performance materials such as amorphous alloys and by optimizing the winging design, but little consideration has been given to reducing losses by optimizing the geometry of the iron core. First, a linear analysis is performed using the finite element method, taking magnetic anisotropy into account. Then, nonlinear analysis is performed using the newton-raphson method. Therefore, I propose a nonlinear analysis that takes magnetic anisotropy into account. Since two-dimensional magnetic characteristics are taken into account, more accurate analysis is possible, and the analysis is also useful for other electromagnetic devices. In this paper, I compare and discuss the calculation accuracy and speed.

Key Words : Finite element method, BiCGStab method, and magnetic anisotropy

1. はじめに

現在、政府は 2050 年までに二酸化炭素をはじめとする温室効果ガスの排出と、森林などによる吸収量を合計でゼロにする、カーボンニュートラルを目指すことを宣言している^[1]。また、日本では電源構成のうち、二酸化炭素排出量の多い石炭火力発電が 3 割程度を占めている。二酸化炭素排出を抑えるには、省エネルギー化や再生可能エネルギーの普及や拡大が重要となる。変圧器には無負荷損と呼ばれる鉄心で発生する損失と、負荷損と呼ばれる巻線で発生する損失がある。無負荷損は、鉄心の磁気抵抗により、負荷に関係なく発生し、負荷損は巻線の電気抵抗により、負荷電流に依存して発生する。これらは、アモルファス合金などの高性能材料を用いることや、巻線の最適化設計などにより低損失化が行われているが、鉄心の形状を最適化することによる低損失化はあまり検討されていない。

変圧器は磁束が通る方向が決まっているため、通常の電磁鋼板に比べ、磁化容易方向の透磁率が数万倍にも及ぶ材料である異方性電磁鋼板がよく用いられる。そこで、磁気

異方向性を考慮することで、異方性電磁鋼板を用いた解析が可能となる。また、磁気異非線形性を考慮することで、より実現に近い条件で解析が可能となる。

電磁界解析を行う数値解析手法として、有限要素法 (FEM)^{[2]-[4]} がある。本論文では、FEM による線形解析で求められた磁束密度から、Newton-Raphson 法 (NRM) を用いて非線形磁界解析をする。NRM では、磁気異方性を考慮する際、磁気抵抗率を用いず、磁界をそのまま用いて定式化する。二次元磁気特性を考慮するため、磁束密度と磁界の向きは異なる。そこで、非線形解析により算出された磁束密度を用い、磁束密度と磁界の関係を示すデータから磁界の大きさと向きを求める。NRM で微小磁気ベクトルポテンシャルを求める際、連立一次方程式を解く必要がある。非線形解析では、左辺の行列が非対称となるため、非対称ソルバーを用いて計算を行う。非対称ソルバーには BiCG 法などがあるが、計算精度が低いことや計算が収束せず、時間がかかりすぎてしまうことが問題として取り上げられる。そこで、計算精度が比較的高い BiCGStab 法を用い、計算速度を上げるため、ILU 分解を施して計算を行

う。

そこで本論文では、磁気異方性を考慮した FEM による電磁界解析方法の解説及び、非線形性を考慮した異方性電磁鋼板を活用した変圧器構造の磁束の流れや磁界について解析が可能となり、今回の解析で用いる材料が磁気飽和する 0.5T 付近の値が得られたため、非対称ソルバーの反復回数や計算精度を併せて仔細を報告する。

2. 磁気異方性を考慮した非線形磁界解析

(1) 支配方程式

z 方向に対して磁束分布が一様である二次元場において、磁気ベクトルポテンシャル A を用いた静磁界のポアソン方程式を (1) 式に示す。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_x \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_y \frac{\partial A}{\partial y} \right) - J_0 = 0 \quad (1)$$

ここで、 ν_x 、 ν_y はそれぞれ x 方向、 y 方向の磁気抵抗率、 A は z 方向の磁気ベクトルポテンシャル、 J_0 は電流密度を表す。

(2) 有限要素法弱形式の導出

FEM による線形解析を行う。重み付き残差法により、残差を重み付き積分したものを G^* とし、(2) 式に示す。

$$G^* = \iint_S R N dx dy = 0 \quad (2)$$

ここで、 R は残差、 N は補間関数を表す。(2) 式をグリーンの定理を用い、整理し、(3) 式に示す。

$$G^* = \iint_S N_i \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_x \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_y \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right) dx dy - \iint_S N_i J_0 dx dy \quad (3)$$

要素係数マトリクスから全体係数マトリクス K 及び、右辺ベクトル F を作成すると、(4) 式のような線形方程式が得られる。

$$KA - F = 0 \quad (4)$$

(4) 式を解くことで、磁気ベクトルポテンシャル A を算出し、その値を用いて磁束密度を算出する。

(3) Newton-Raphson 法による等方性磁性材料を用いた非線形磁界解析

Newton-Raphson 法 (NRM) とは、非線形方程式を反復法により解く手法である。等方性磁性材料を用いるので、 x 方向と y 方向の磁気抵抗率を同じ値にする。また、磁気透磁率は非線形となるため、BH データを用いることで磁気抵抗率を算出する。(3) 式の G^* を用い、以下の (5) 式を解くことで、微小磁気ベクトルポテンシャルを求める。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial A_1} & \dots & \frac{\partial G_1}{\partial A_n} \\ \vdots & \frac{\partial G_i}{\partial A_j} & \vdots \\ \frac{\partial G_n}{\partial A_1} & \dots & \frac{\partial G_n}{\partial A_n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta A_1 \\ \vdots \\ \delta A_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -G_1 \\ \vdots \\ -G_n \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここで、等方性磁性材料を用いるので、 ν_x と ν_y の値は等しい。これにより算出された δA を用い、(6) 式から磁気ベクトルポテンシャルの近似値を求める。

$$A_i^{(k+1)} = A_i^{(k)} + \delta A_i^{(k)} \quad (6)$$

ここで、 k は NRM の反復回数、 i は節点番号を表す。

(4) Newton-Raphson 法による異方性磁性材料を用いた非線形磁界解析

異方性材料を用いる場合、二次元磁気特性を考慮する必要がある。等方性材料を扱っていたときは、磁束と磁界の向きは統一していたが、異方性材料を扱うときは、磁束と磁界の向きを統一しない。

そこで、磁界を用いた定式化が必要となり、残差を重み付き積分した G^* を以下の (7) 式で表す [5] - [9]。

$$G^* = \iint_{\Omega_{\text{air}}} \nabla \times N \cdot H(B) dS - \iint_{\Omega_c} N \cdot J dS \quad (7)$$

ここで、(5) 式の左辺項を、以下の (8) 式に示す。

$$\frac{\partial G_i}{\partial A_j} = \iint_{\Omega_{\text{air}}} \nabla \times N \cdot \frac{\partial H}{\partial B} \nabla \times \delta A dS \quad (8)$$

ここで、 $\partial H / \partial B$ のテンソルが必要となる。これらの値は、磁束密度の大きさと向きから磁界の大きさと向きを算出し、それらの値を用いることで求めることが出来る。磁束密度 B と磁界 H の関係をベクトル図にし、図 1 に示す。

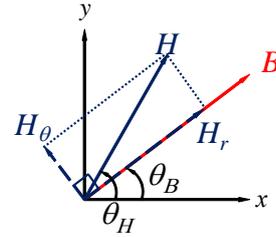


Fig. 1. Two-dimensional magnetic properties

ここで、 θ_H は磁界の角度、 θ_B は磁束の角度を表す。まず、 B と同様な向きに生じる磁界の成分を H_r 、それに対し、垂直な成分を H_θ とし、以下の (9)、(10) 式で表す。

$$H_r = H \cos(\theta_H - \theta_B) \quad (9)$$

$$H_\theta = H \sin(\theta_H - \theta_B) \quad (10)$$

これらの値を用いて、 H_x 、 H_y は以下の (11)、(12) 式で表せられる。

$$H_x = H_r \cos \theta_B - H_\theta \sin \theta_B \quad (11)$$

$$H_y = H_r \sin \theta_B - H_\theta \cos \theta_B \quad (12)$$

これらを用いることで、 $\partial H / \partial B$ のテンソルを算出する。各成分を (13) ~ (16) 式で表す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial B_x} &= \cos \theta_B \left(\frac{\partial H_r}{\partial B} \cos \theta_B - \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \sin \theta_B \right) \\ &\quad - \frac{\sin \theta_B}{B} \left(\frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \cos \theta_B - \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \sin \theta_B - H_r \sin \theta_B - H_\theta \cos \theta_B \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial B_y} &= \sin \theta_B \left(\frac{\partial H_r}{\partial B} \cos \theta_B - \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \sin \theta_B \right) \\ &\quad - \frac{\cos \theta_B}{B} \left(\frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \cos \theta_B - \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \sin \theta_B - H_r \sin \theta_B - H_\theta \cos \theta_B \right) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial B_x} = \cos\theta_B \left(\frac{\partial H_r}{\partial B} \sin\theta_B + \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \cos\theta_B \right) - \frac{\sin\theta_B}{B} \left(\frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \sin\theta_B + \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \cos\theta_B + H_r \cos\theta_B - H_\theta \sin\theta_B \right) \quad (15)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial B_y} = \sin\theta_B \left(\frac{\partial H_r}{\partial B} \sin\theta_B - \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \cos\theta_B \right) - \frac{\cos\theta_B}{B} \left(\frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \sin\theta_B - \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \cos\theta_B - H_r \cos\theta_B - H_\theta \sin\theta_B \right) \quad (16)$$

これらの値を用いて、(8) 式の左辺項を算出し、微小磁気ベクトルポテンシャルを求める。

(5) 前処理付き非対称線形ソルバー

異方性材料を考慮した非線形解析を行う場合、(5) 式の行列が非対称となる。そのため、ICCG 法などの対称行列にのみ解析が可能なソルバーは使用できない。そこで、非対称行列に対しても解析可能である BiCGStab 法を用いる。BiCGStab 法のアルゴリズムを図 2 に示す。

$$\begin{aligned} r_0 &= b_0 - Ax_0, \quad r^*_0 = r_0, \quad p_0 = r_0 \\ k &= 1, 2, \dots \text{ until } \|r_k\|_2 / \|b_k\|_2 < \epsilon_{CG} \\ \alpha_k &= (r^*_0, r_k) / (r^*_0, Ap_k) \\ s_k &= r_k - \alpha_k Ap_k \\ w_k &= (As_k, s_k) / (As_k, As_k) \\ x_{k+1} &= x_k + \alpha_k p_k + w_k s_k \\ r_{k+1} &= s_k - w_k As_k \\ \beta_k &= \alpha_k / w_k + (r^*_0, r_{k+1}) / (r^*_0, r_k) \\ p_{k+1} &= r_{k+1} + \beta_k (p_k - w_k Ap_k) \end{aligned}$$

Fig. 2. Algorithm for BiCGStab method

3. 解析モデル

(1) 変圧器モデル

図 3 に解析モデルを示す。鉄心の磁性材料の性質を図 4、5 に示す。B、 θ_B と H の関係を示したデータを図 4 に示す。また、B、 θ_B と θ_H の関係を示したデータを図 5 に示す。図 4、5 の磁束密度 0.5T 以上の領域は、線形近似を行っている。

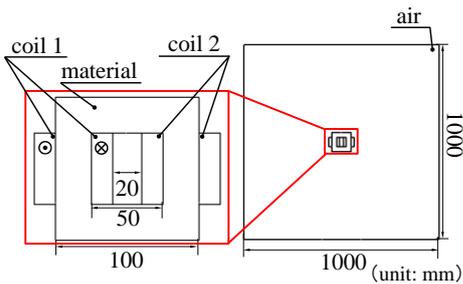


Fig. 3. Transformer model

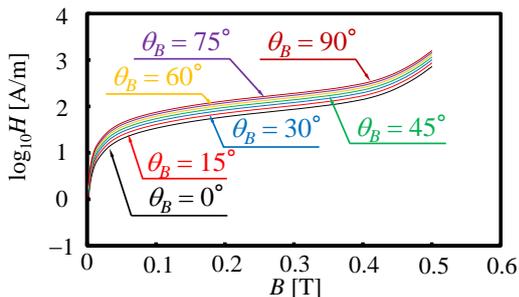


Fig. 4. B, θ_B -H data

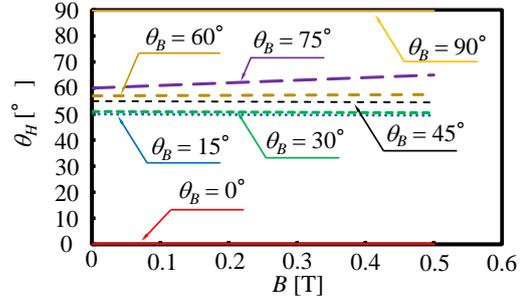


Fig. 5. B, θ_B - θ_H data

(2) 変圧器モデル解析問題

各 case における磁束密度と磁界を算出する。各 case における解析条件を表 1 に示す。 ϵ_{CG} は BiCGStab 法の収束判定条件、 ϵ_{NR} は NRM の収束判定条件を表す。case 1 は、磁化容易方向を x 方向とし、電流密度 J_0 の値を 100A/m² に設定した。case 2 は磁化容易方向を x 方向とし、電流密度 J_0 の値を 10A/m² に設定して解析を行う。また、今回行う解析のフローチャートを図 6 に示す。まず、透磁率や電流密度などの初期値を決定する (step 1)。次に FEM を用いて線形解析を行い、磁束密度を算出する (step 2)。次に図 3、4 のデータを用いて磁界を算出する (step 3)。この時、 θ_B が 20° のような、データには存在しない値を持つとき、その前後 (15° と 30°) のデータを用い、内分することで算出している。次に NRM を用いて、 δA を算出する (step 4)。そして、収束判定条件を満たしたら解析を終了し、条件を満たさない場合、step 3 から繰り返す (step 5)。

TABLE I ANALYSIS CONDITIONS

case	Rolling direction	$\mu_{xx}^{(0)}$	$\mu_{yy}^{(0)}$	$\mu_{zz}^{(0)}$	$\mu_{yx}^{(0)}$	J_0	ϵ_{CG}	ϵ_{NR}
1	x	100	1,000	0	0	100	10^{-6}	10^{-5}
2	x	100	1000	0	0	10		

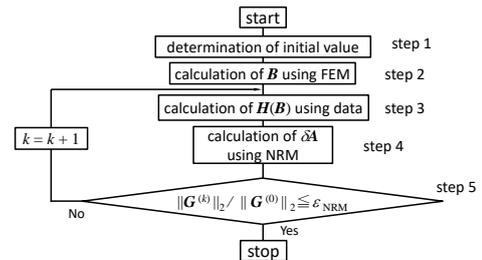


Fig. 6. Flowchart

4. 磁気異方性を考慮した非線形解析結果

本章では、CPU : Intel Core i7-9700K 3.6 GHz & Memory 64GB が搭載された PC を用いて、計算を実行した。

(1) 非対称ソルバーの反復回数の検討

図 7 に case1, 図 8 に case2 の BiCGStab 法、また、NRM の収束特性を示す。case 1 は NRM の反復 2 回目において、BiCGStab 法の収束条件の値が大幅に上昇している部分が見られる。これは、線形から非線形になる際に、磁気飽和が原因だと考えられる。それに対し、case 2 は電流密度の値が小さいため、安定して収束に向かっていくことが分かる。

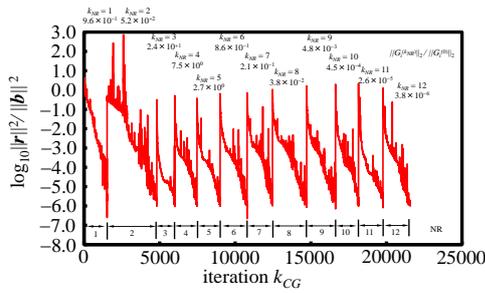


Fig. 7. Analysis results for BiCGStab method and NRM in case 1

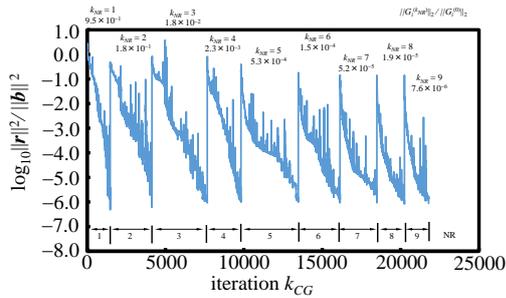


Fig. 8. Analysis results for BiCGStab method and NRM in case 2

(2) 計算精度に関する解析結果

case 2 における任意の点の磁束密度と磁界の解析結果を表 2 に示す. 図 4, 5 のデータから B と θ_B の値に対する H と θ_H の値は, 正しく値が算出出来ていると考えられる.

TABLE II ANALYSIS RESULTS AN ARBITRARY POINT

Element Number	B [T]	θ_B [°]	H [A/m]	θ_H [°]
4,115	0.162	15.580	57.762	49.833
9,365	0.171	16.864	61.128	49.809
15,929	0.163	15.583	15.805	49.831
21,179	0.172	16.868	61.436	49.808

(3) 磁束密度・磁界に関する解析結果

図 9 に各 case における磁束密度分布の解析結果を示す.

(a) に case 1, (b) に case 2 の結果を示し, case 1 は, 磁気飽和が生じ, 鉄心全体に磁束が生じていることが分かる. また, case2 では, 磁気飽和が生じておらず, 鉄心の内側と外側に磁束密度の大きさに差が生じている. 図 10 に各 case における磁界分布の解析結果を示す. (a) に case 1, (b) に case 2 の結果を示し, case 1 では, 鉄心の内側に大きな磁界が生じていることが分かる. これは, 磁気飽和が生じたときに, 磁束密度が 0.5T 以上の場合, 磁界を線形近似により算出しているからだと考えられる. 最大値や, 発生する向きは, データと比べることで正しくデータから算出されていると考えられるが, 0.5T 以上の領域の近似方法に改善の余地が見られる.

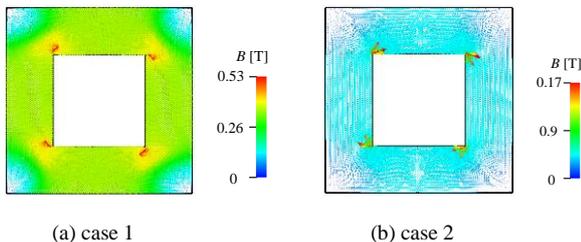


Fig. 9. Analysis result of magnetic flux density

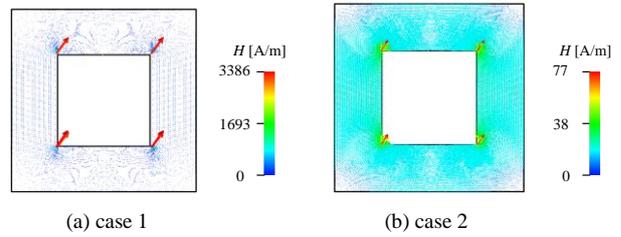


Fig. 10. Analysis result of magnetic field

5. まとめ

本論文では, 電磁気器に使用される電磁鋼板の磁気異方向性を考慮し, 変圧器モデルの非線形電磁界解析を行った. 本論文から得られた結果を要約すると, 以下のようになる.

- (1) 非対称ソルバーを用いることで, 非線形方程式を解くことが出来, 線形解析から非線形解析に切り替わるとき, 収束が悪くなることが分かった.
- (2) 磁気異方向性を考慮することで, 異方向性電磁鋼板を用いた解析を, より実現現象に近づけて解析することが出来た.
- (3) より精度の高い解析を行うには, より滑らかなデータを用いる必要があることが分かった.

参考文献

- [1] https://ondankataisaku.env.go.jp/carbon_neutral/about/
- [2] 中田高義, 高橋則雄: 「電気工学の有限要素法」, 森北出版 (1986)
- [3] 高橋則雄: 「磁気工学の有限要素法」, 朝倉書店 (2013)
- [4] 畔上秀幸: 「形状最適化問題」, 森北出版 (2016)
- [5] T. Tamaki, K. Fujisaki, K. Wajima and K. Fujiwara, "Comparison of Magnetic Field Analysis Methods Considering Magnetic Anisotropy," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 2, pp. 187-190, Feb. 2010, doi: 10.1109/TMAG.2009.2033558.
- [6] Y. Yao, K. Fujiwara and C. S. Koh, "The modelling method of 2D magnetic properties of grain-oriented electrical steel sheet," *2008 World Automation Congress*, Waikoloa, HI, USA, 2008, pp. 1-4.
- [7] H. S. Yoon, P. -S. Shin, K. Fujiwara and C. S. Koh, "Finite element analysis of a very large-scale permanent magnet BLDC motor considering two-dimensional magnetic properties of electrical steels," *INTELEC 2009 - 31st International Telecommunications Energy Conference*, Incheon, Korea (South), 2009, pp. 1-4, doi: 10.1109/INTLEEC.2009.5351864.
- [8] K. Fujiwara, T. Adachi and N. Takahashi, "A proposal of finite-element analysis considering two-dimensional magnetic properties," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 38, no. 2, pp. 889-892, March 2002, doi: 10.1109/20.996229.
- [9] A. Kameari and K. Fujiwara, "FEM computation of magnetic fields in anisotropic magnetic materials," *IEEJ Trans.*, vol. 126-B, no. 2, pp. 141-146, 2006.