

磁界・力学連携トポロジー最適化手法を用いた同期リラクタンスモータの設計最適化に関する研究

NAGAYAMA, Hibiki / 永山, 響

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学研究科編

(巻 / Volume)

64

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

6

(発行年 / Year)

2023-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00026365>

磁界・力学連携トポロジー最適化手法を用いた 同期リラクタンスモータの設計最適化に関する研究

A STUDY OF DESIGN OPTIMIZATION SYNCHRONOUS RELUCTANCE MOTORS
USING ELECTROMAGNETICS-MECHANICS COUPLED TOPOLOGY OPTIMIZATION METHOD

永山 響

Hibiki NAGAYAMA

指導教員 岡本 吉史

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

Recently, demand for higher efficiency of motor has increased due to global warming, the electrification of cars and others. the synchronous reluctance motors are inexpensive because they do not require magnets, the torque characteristic is lower than that of the interior permanent magnet motor. Furthermore, when the motor rotates on the high speed, it is necessary to enhance not only the high efficiency but also the high stiffness. When designing motors with high efficiency and high stiffness, "electromagnetics-mechanics coupled topology optimization" is useful to automatically estimate the machine geometry that satisfies the design goals. This paper investigates a electromagnetics-mechanics coupled topology optimization method for synchronous motors, which using density-level set method and structural mutation to prevent grayscale residuals and convergence to local minimum.

Key Words: density-level set method, electromagnetics-mechanics coupled topology optimization, SynRM

1. はじめに

近年、地球温暖化などの観点から、モータの高効率化が求められており、永久磁石同期モータ（PMSM）を中心に様々な研究が行われている。しかし、PMSMに用いられる永久磁石は、原料である希土類の価格が高く、変動しやすい。そのため、永久磁石を用いず、比較的安価で大量生産が可能な同期リラクタンスモータ（SynRM）が注目されている^[1]。しかし、SynRMは永久磁石を用いないため、PMSMと比較しトルク特性が劣るため、トルクの向上が求められている。さらに、高速回転のモータ設計においては、それらに加え、ミーゼス応力等の機械的な性能も要求される。そこで、電磁界のみでなく力学特性も同時に考慮した、電磁界・力学連携構造最適化が実設計において有用である。

構造最適化は大きく分けて、寸法最適化、形状最適化、トポロジー最適化（TO）^[2]に分類される。その中でも、TOは、位相を設計変数に設定する手法であるため、構造の自由度が高く、抜本的な構造の導出が可能である。TOの手法として、進化型アルゴリズム（EA）が用いられることが多いが、実現可能な構造を得るためには、NGnet^[3]や多段階遺伝的アルゴリズム^[4]などで、設計変数の数を低減する必要

がある。そのため、急変な構造の模擬が難しく、力学最適化において発生するリブやトラス構造など、複雑構造の導出が難しい。また、より多くの形状において、電磁界・力学解析を行うため、膨大な計算時間を要する^[5]。一方、勾配法によるTOの場合、EAによるTOと比較し、大幅に計算速度が速くなり、力学最適化で発生する複雑構造の導出にも親和性が高い。

しかし、勾配法を用いた電磁界・力学連携TOは、最終構造に中間材料が多く残る特性があり、実設計において問題となる。また、双方の特性を同時に考慮するため、局所解に陥ること多い。既存研究では、閾値によって中間材料を材料と空気の二値に振り分ける手法^[6]などが用いられる。しかし、閾値によって中間材料要素を材料又は空気要素に変化させるため、構造及び特性の変化が生じてしまう。また、局所解への収束を防ぐ方法として、最適化の初期構造に、電磁界のみの最適化結果を用いる手法^[7]が報告されている。しかし、最適化構造が初期構造である電磁界最適化結果に大きく依存することが考えられる。さらに、電磁界のみの最適化と力学込みの最適化を二段階に分けて行うため、同時考慮した最適化と比較し計算時間に対して親和

性が低い。

そこで本論文では、密度法・レベルセット法連携手法 (DMLSM) [8] を用いて中間材料低減させた。また、密度法からレベルセット法への移行する際に引き継ぎ構造に変異を与え、局所解への収束を防いだ。その結果、最終構造の中間材料が低減され、スタンダードモデル比較してトルク特性、力学特性がともに向上した構造が得られたため、その仔細を報告する。

2. トポロジー最適化

(1) 有限要素法による磁界解析

z 方向において磁束分布が一様な場合の 2 次元ポアソン方程式の弱形式を (1) 式に示す。

$$G_i = \iint_S \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right\} dS - \iint_{S_0} N_i J_{0z} dS = 0 \quad (1)$$

ここで、 S は解析領域、 N_i は節点 i における形状関数、 ν は磁気抵抗率、 A_z は z 方向のベクトルポテンシャル、 S_0 は電流領域、 J_{0z} は z 方向の強制電流密度を示す。

(2) 有限要素法による力学解析

z 方向における変位を零とした場合の、2 次元弾性体支配方程式の弱形式を (2) 式に示す。

$$\int_{\Omega_s} B^T D B \, dx dy \, d = \int_{\Omega_s} N^T b \, dx dy + \int_{\Gamma_s} N^T t \, dx dy \quad (2)$$

ここで、 Ω_s は解析領域、 B は B マトリクス [9]、 D は D マトリクス [9]、 d は節点変位、 b は物体力、 t は表面力、 Γ_s は表面力の働く領域を示す。

(3) トポロジーのモデリング手法

トポロジーのモデリング手法として設計変数 ϕ を用いる。また、設計変数 ϕ からなる連続化ヘビサイド関数を用いて中間材料の低減を行う。

$$H(\phi) = \begin{cases} 0 & (\phi < -h) \\ \frac{3}{16} \left(\frac{\phi}{h} \right)^5 - \frac{5}{8} \left(\frac{\phi}{h} \right)^3 + \frac{15}{16} \left(\frac{\phi}{h} \right) + \frac{1}{2} & (-h \leq \phi \leq h) \\ 1 & (\phi > h) \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 h は遷移幅を示す。また、連続ヘビサイド関数を用いて磁気抵抗率は次式のように定義できる。

$$\nu(\phi, |B|) = \{1 - H(\phi)\} \nu_0 + H(\phi) \nu(|B|) \quad (4)$$

ここで ν_0 は空気の磁気抵抗率、 $\nu(|B|)$ は非線形を考慮した材料の磁気抵抗率である。同様に、ヤング率、材料密度を以下のように表す。

$$e(\phi) = \{1 - H(\phi)\} E_{\min} + H(\phi) E_0 \quad (5)$$

$$d(\phi) = \{1 - H(\phi)\} D_{\min} + H(\phi) D_0 \quad (6)$$

ここで、 E_0 は材料のヤング率、 $E_{\min}$ はヤング率の下限值、 D_0 は材料の密度、 $D_{\min}$ は空気の密度である。

(4) 随伴変数法による感度解析

感度解析手法として随伴変数法を用いる。目的関数、制約に対する全ての感度算出に使用したが、簡略化のため本誌では平均コンプライアンスに対する定式化のみを記述する。平均コンプライアンス W が、設計変数 ϕ と節点変位 d で表せるとき、拡張目的関数を次式のように定義する。

$$\bar{W} = P^T d + \lambda(Kd - P) \quad (7)$$

ここで、 λ は随伴変数、 K は剛性行列を示す。次に (7) 式を偏微分すると次式が得られる。

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial \phi} = (P - \lambda^T K) \frac{\partial d}{\partial \phi} - \lambda^T \left(\frac{\partial K}{\partial \phi} - \frac{\partial P}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial P^T}{\partial \phi} d \quad (8)$$

ここで、第一項を零とする λ は力学解析時の変位に等しくなり、感度は次式となる。

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial \phi} = d^T \frac{\partial K}{\partial \phi} d - 2 \frac{\partial P^T}{\partial \phi} d \quad (9)$$

(5) 逐次線形計画法

不等式制約を考慮した目的関数の最適化手法として逐次線形計画法を用いる。反復回数 k 回目における、目的関数と制約不等式を (10) 式に示す。

$$\begin{aligned} \min. \quad & W(\phi^{(k)}) \\ \text{s.t.} \quad & g(\phi^{(k)}) \leq g_0 \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、制約 g_0 は制約指定値を示す。次に、(10) 式のテイラー展開による近似式を (11) 式に示す。

$$\begin{aligned} \min. \quad & W(\phi^{(k)}) + (\partial W / \partial \phi^{(k)})^T \delta \phi^{(k)} \\ \text{s.t.} \quad & g(\phi^{(k)}) + (\partial g / \partial \phi^{(k)})^T \delta \phi^{(k)} \leq g_0 \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 $\partial W / \partial \phi$ と $\partial g / \partial \phi$ は、前節より求めた設計変数に対する感度を示す。(11) 式より、反復回数 k 回目の更新量 df は (12) 式の線形計画問題の解となる。

$$\begin{aligned} \min. \quad & (\partial W / \partial \phi^{(k)})^T \delta \phi^{(k)} \\ \text{s.t.} \quad & (\partial g / \partial \phi^{(k)})^T \delta \phi^{(k)} \leq g_0 - g(\phi^{(k)}) \end{aligned} \quad (12)$$

(12) 式の線形計画問題を線形計画法により逐次解き、目的関数の最適化を行う。

(6) 密度法・レベルセット法

最終構造のグレースケール低減に向けて、密度法とレベルセット法の併用手法 (DM-LSM) を用いる。DM-LSM における設計変数 ϕ の更新式を (13) 式に示す。

$$\phi^{(k+1)} = \phi^{(k)} + \delta \phi^{(k)} \quad (13)$$

ここで k は反復回数、 $\delta \phi$ は前節によりもとめた設計変数の更新量を示す。DM を用いたトポロジー最適化では設計変数は材料密度となり、(13) 式のみで変化させる。一方、LSM を用いたトポロジー最適化では、設計変数をレベルセット関数として扱うため、(13) 式の更新式に加え、(14)

式に示すレベルセット関数の条件を付加する．

$$\|\text{grad}\phi_i^{(k)}\|_2=1 \quad (i=1,2) \quad (14)$$

設計変数を更新する度に，(14) 式の条件を満足するように，レベルセット関数の初期化^[10]を行う．なお，LSMでの最適化ではグレースケールが材料界面のみに現れる特性があるため，DMの最適化と比較して構造の変化が乏しく，コアの分断が起こりやすくなる．そこで，LSM最適化初期ステップでは遷移幅を通常よりも大きく設ける．

(7) 鉄心構造の変異

構造の局所解への収束を防ぐため，密度法からレベルセット法への移行する際に引き継ぎ構造に変異を与える．(15) 式構造の変異式を示す．

$$\phi_i = \begin{cases} h & (i \in R) \\ \phi_{iDM} & (i \notin R) \end{cases} \quad (15)$$

ここで， R は構造変異に含まれる節点集合， ϕ_{iDM} は構造変異前段階の密度法で算出された節点 i の材料密度を示す．なお，変異後設計変数はレベルセット関数として扱うため，(15) 式適用後，前節と同様に (14) 式を満足するようなレベルセット関数の初期化を行う．

(8) トポロジー最適化

本節ではトポロジー最適化全体の流れを説明する．図 1 にトポロジー最適化のフローチャートを示す．まず，DMにおける初期値を決定する (step 1)．次に，FEMを用いて目的関数 W を計算する (step 2)．その後，AVMにより設計感度 $\partial W / \partial \phi$ を計算する (step 3)．さらに，設計感度を用いて LP により設計変数の更新量 $\delta\phi$ を計算し (step 4)，設計変数 ϕ を更新する (step 5)．step 2 ~ step 5 を反復回数 k が DM の指定反復回数 k_{DM} に到達するまで繰り返す (step 6)．次に，DM の収束構造に指定の構造変異を加える (step 7)．前ステップでの材料密度 ϕ を用いて材料境界面を生成し， ϕ を初期化し，LSM の初期構造を決定する (step 8)．ここで，DM から LSM の初期構造への変換の一例を図 2 に示す．図 2 (a) は DM の収束構造である．図 2 (b) は，図 2 (a) の ϕ の値から零等位線を割り出し，レベルセット関数の初期化を適用して，LSM の初期構造として受け渡す構造である．そして，反復回数 k をリセットし (step 9)，step 9 ~ step 12 は step 2 ~ step 5 と同様の手順を行う．次に，レベルセット関数の初期化を行う (step 13)．step 9 ~ step 14 を反復回数 k が LSM の指定反復回数 k_{LSM} に到達するまで繰り返す．

3. SynRM 最適化モデル

(1) 解析・最適化モデル

図 3 (a) に SynRM の解析モデル (b) に最適化モデルを示す．ロータとステータの磁性材料は，50A1300 を使用し，シャフトの比透磁率を 1,000 とした．また，図 (b) の線分 1 において鏡面对称を考慮するため，実際の設計領域は斜線部黄色の領域とする．次に，表 1 に電磁界解析条件，

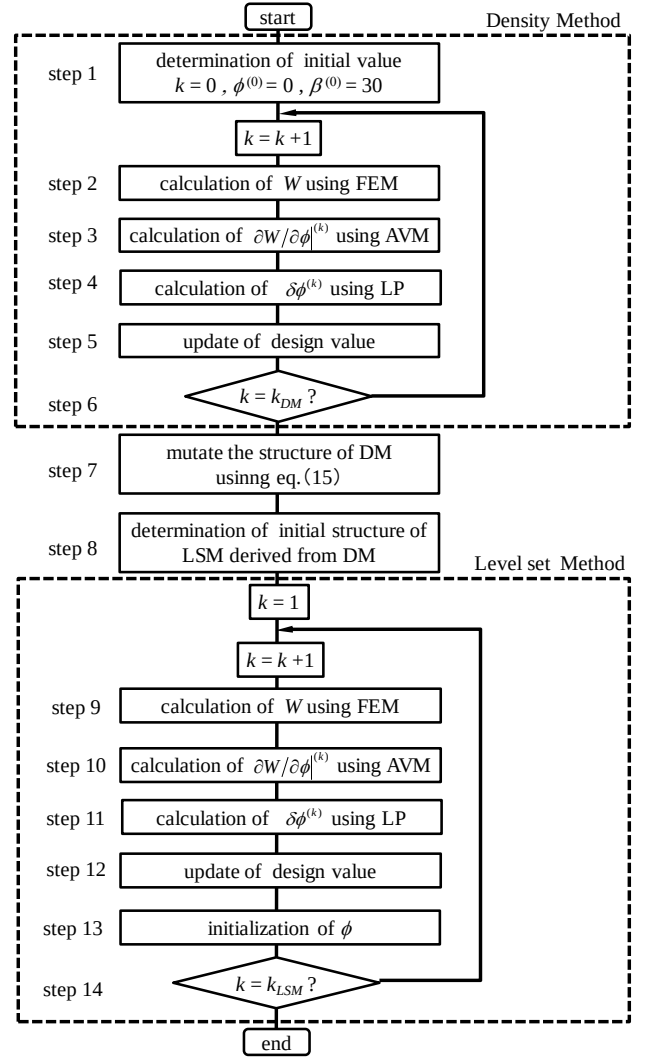
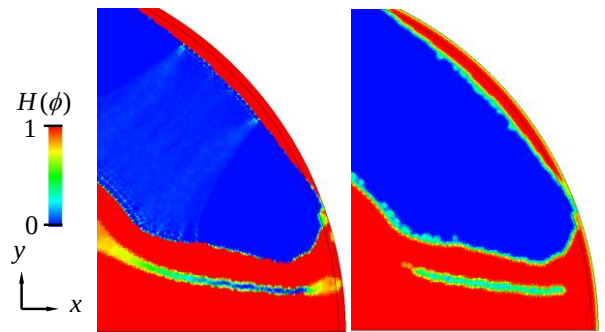


Fig. 1. Flowchart for TO



(a) Convergence structure of SDM. (b) Initial structure of LSM.

Fig. 2. Transformation of rotor structure derived from DM into initial structure for LSM.

Table I. PARAMETERS FOR MAGNETIC FIELD ANALYSIS

n	I_m [Arms]	β [deg.]	N_{EM} [rpm]	L [mm]	s [%]
35	3.0	45	1500	60	95

Table II. PARAMETERS FOR MECHANICAL ANALYSIS

E_0 [GPa]	E_{min} [GPa]	n_i	D_0 [kg/m ³]	D_{min} [kg/m ³]	N_{ST} [rpm]
210	2.1×10^{-4}	0.3	7650	1.29	9,000

表 2 に構造解析条件を示す．ここで， n はコイル巻数， I_m は電流実効値， β は電流位相角， N_{EM} は電磁界解析時の回転数， L は積厚， s は占積率， E_0 は材料のヤング率， E_{min} はヤング率の下限値， D_0 は材料の密度， D_{min} は空気の密度， n_i は材料と空気のポアソン比， N_{ST} は構造解析時の回転数を

示す。

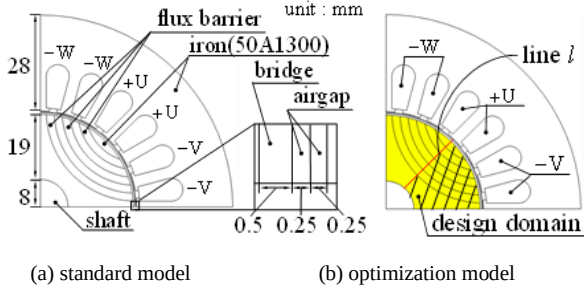


Fig. 3. SynRM model.

(2) 最適化問題

目的関数を平均トルク最大化と平均コンプライアンス最小化とし、制約条件としてトルクリプル制約、最大ミーゼス応力制約を課す。

$$\begin{aligned} \min. \quad & W = -T_a + \alpha_{ST} \mathbf{P}^T \mathbf{d} \\ \text{st.} \quad & \mathbf{g}_1 = t_{rip}^2 - t_0^2 \leq 0 \\ & \mathbf{g}_2 = \sigma_M^2 - \sigma_0^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 T_a は平均トルク、 α_{ST} は重み係数、 $\mathbf{P}$ は力学解析から得られる弱形式の右辺項、 $\mathbf{d}$ は節点変位、 t_{rip} はトルクリプル、 t_0 はトルクリプル指定値、 σ_M は最大ミーゼス応力、 σ_0 はミーゼス応力指定値を示す。

4. トポロジー最適化結果

本章では、CPU : Intel Core i9-11900K 3.5 GHz & Memory 128GBが搭載されたPCを用いて、最適化計算を実行した。

(1) DM-LSM による最適化

表 3 に DM-LSM による最適化条件を示す。ここで k_{DM} は DM の反復回数、 k_{LSM} は LSM の反復回数である。case 1 では平均トルク最大化のみを、case 2 では平均トルク最大化と平均コンプライアンス最小化の双方を行う。

TABLE III OPTIMIZATION CONDITIONS

case	t_0 [Nm]	σ_0 [Mpa]	k_{DM}	k_{LSM}	α_{ST}	$\beta^{(0)}$ [deg.]
case 1	0.1	70	100	200	0	30
case 2	0.1	70	100	200	1.0×10^7	30

図 4 に最適化構造、図 5 にミーゼス応力分布を示す。case1, 2 ともに q 軸に大きなフラックスバリアを設けることで d 軸とのインダクタンス差を大きくし、トルクを増大させている。また、ブリッジ付近のコアをスタンダードモデルのブリッジよりも薄く設けることで、さらにトルクの増大をさせていると考えられる。一方で、双方ともブリッジ付近のコアがグレースケールで繋がっており実用する上では難しい形状となっている。case 2 では case1 でみられるコア層の容量を抑え、内側の鉄心と結合することで応力の低減を行っている。また、最大ミーゼス応力部がグレースケール要素から構成されることで応力が低く見積もられていることが考えられる。

表 5 に最適化結果、図 6 にトルク特性を示す。case1, case2 ともにスタンダードモデルと比較して平均トルクが向上し、最大ミーゼス応力が低減する結果となった。

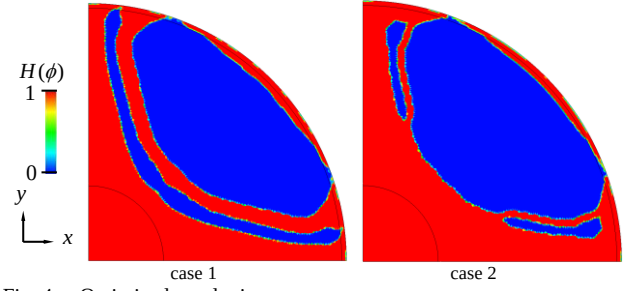


Fig. 4. Optimized topologies.

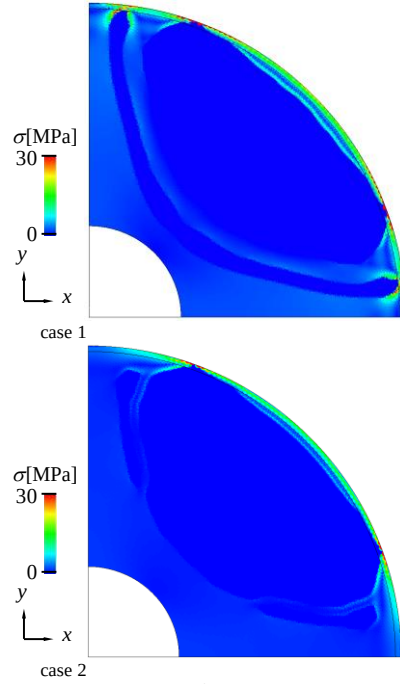


Fig. 5. Distribution of von Mises stress.

TABLE IV OPTIMIZATION RESULT

case	T_a [Nm]	T_{rip} [Nm]	σ_M [Mpa]	β [deg.]	elapsed time[h]
standard	0.516	0.077	128.3	45.0	4.1
case 1	0.563	0.139	62.8	43.1	
case 2	0.523	0.171	58.1	44.6	3.3

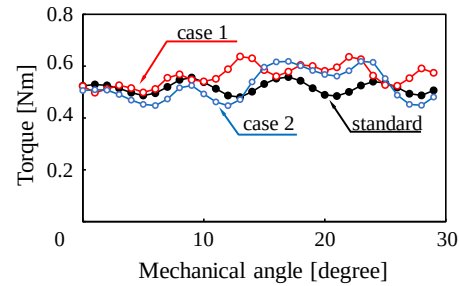


Fig. 6. Torque characteristic.

(2) DM-LSM とコア変異による最適化

本節では DM-LSM 使用時、DM から LSM へ移行する際に引き継ぎ構造に変異を与える。最適化条件は前節と同様に表 3 で示す case 1,2 を用いる。

次に図 6 にコア変異の構造を示す。(a) は standard モデルのコア層の太さを直径とした円を規則的に配置した変異構造である。(b) は q 軸コア層とシャフト側コアの分断を避けるため、q 軸にコア層と円を複数配置した変異構造である。

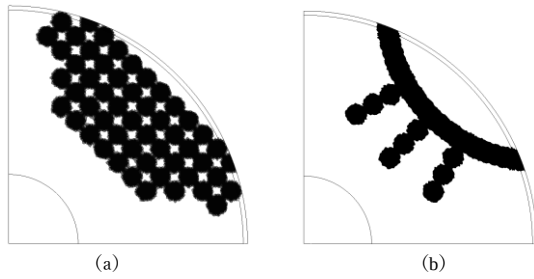


Fig. 6. Structural mutation

図 7, 図 8 に case1, 2 において変異構造 (a) を付加した最適化構造, ミーゼス応力分布を示す. case2 (a) は d 軸 q 軸ともにトラス構造を用いることで応力に強い形状応力に強い形状が現れていることが分かる. 特に, q 軸のトラス構造は, 外周の最も遠心力に寄与するコアを少なくし, q 軸 d 軸のインダクタンス差を出すコア層の役割もあるため有用な構造であると考えられる. 双方, 変異構造 (a) により, LSM 切り替え時に比較的規則正しい材料境界面となるため, 収束構造に直線的なコア層が多く見られる. また, DM-LSM のみで最適化した case1,2 と比較して, コアがつながる結果が得られた. さらに, 変異構造によりトルク特性が大きく上昇している.

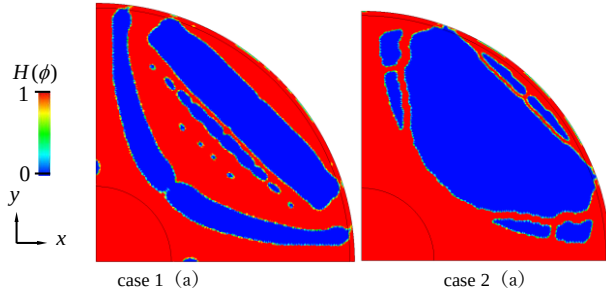


Fig. 7. Optimized topologies.

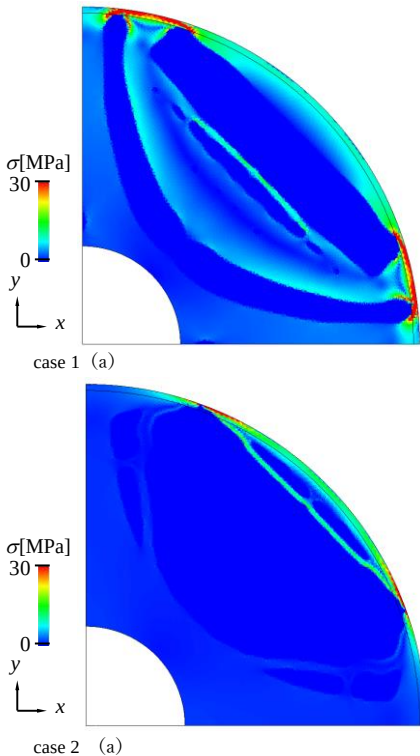


Fig. 8. Distribution of von Mises stress.

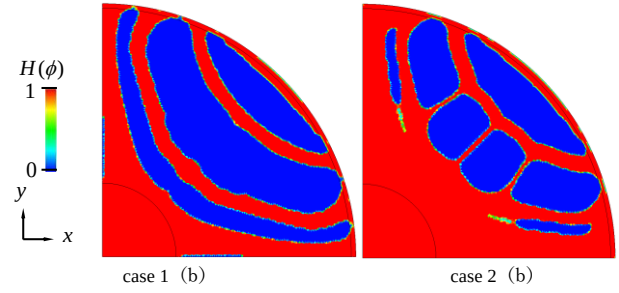


Fig. 9. Optimized topologies.

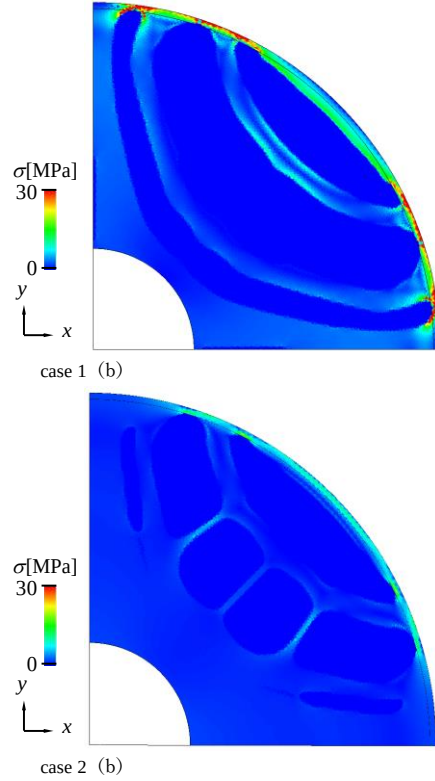


Fig. 10. Distribution of von Mises stress.

TABLE V OPTIMIZATION RESULT

case	T_a [Nm]	T_{pl} [Nm]	σ_M [Mpa]	β [deg.]	elapsed time[h]
standard	0.516	0.077	128.3	45.0	3.9
case 1(a)	0.586	0.119	78.1	45.0	
case 2(a)	0.546	0.164	61.8	45.2	3.5
case 1(b)	0.629	0.093	68.9	45.1	3.8
case 2(b)	0.445	0.108	21.8	42.1	3.5

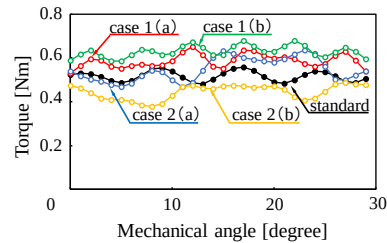


Fig. 11. Torque characteristic.

図 9, 図 10 に case1, 2 において変異構造 (b) を付加した最適化構造, ミーゼス応力分布を示す. case 1 (b) では目的関数に平均トルク最大化のみを考慮しているため, 構造変異時の径方向に並べた円構造が無くなり, コア層のみが残る結果となった. ブリッジ付近のコア層に太さを設けることで最大ミーゼス応力を低減している. case2 (b) では平均コンプライアンスを考慮しているため, コア層が変

異構造に近い構造で結合する最適化構造が得られた。これにより他のケースと比較して大きく最大ミーゼス応力が低減していることが分かる。表 5 に最適化結果、図 11 にトルク特性を示す。

5. まとめ

本論文では、磁界・力学連携トポロジー最適化におけるグレースケールの低減に向けて DM-LSM を導入した。また、DM から LSM への移行する際に引き継ぎ構造に変異を与え、局所解への収束を防いだ。本論文から得られた結果を要約すると、以下のようになる。

- (1) DM-LSM を用いて最適化を行うことで、グレースケールの低減でき、スタンダードモデルと比較してトルク特性、力学特性が向上し、良好な構造が得られた。
- (2) 構造変位を用いた最適化では、DM-LSM のみを用いた最適化結果、スタンダードモデルと比較して、トルク特性が大きく向上した。加えて、コアの分裂抑制にも効果的であった。
- (3) 最大ミーゼス応力低減制約のみの最適化は、応力低減の効果はあるが、コアの分裂が頻繁に発生する。平均コンプライアンスと同時考慮することで、コアの分裂を防ぎ、より実应用的な構造が導出できる。

参考文献

- [1] A. Credo, G. Fabri, M. Villani and M. Popescu, "Adopting the topology optimization in the design of high-speed synchronous reluctance motors for electric vehicles," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 56, no. 5, pp. 5429-5438, Sept.-Oct. 2020.
- [2] S. -i. Park, S. Min, S. Yamasaki, S. Nishiwaki and J. Yoo, "Magnetic Actuator Design Using Level Set Based Topology Optimization," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 11, pp. 4037-4040, Nov. (2008).
- [3] JY. Otomo, H. Igarashi, T. Sato, Y. Suetsugu and E. Fujioka, "2.5-D Multi-Phase Topology Optimization of Permanent Magnet Motor Using Gaussian Basis Function," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 58, no. 9, pp. 1-4, Sept. (2022)
- [4] Y. Okamoto, Y. Tominaga, S. Wakao, and S. Sato, "Topology optimization of rotor core combined with identification of current phase angle in IPM motor using multistep genetic algorithm," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, Feb. (2014).
- [5] Kyu Byun, Ju-Hyun Lee, Il-Han Park, Hyang-Beom Lee, Kyung Choi and Song-Yop Hahn, "Inverse problem application of topology optimization method with mutual energy concept and design sensitivity," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1144-1147, Mar. (2020)
- [6] F Guo and I. P. Brown, "Simultaneous magnetic and structural topology optimization of synchronous reluctance machine rotors," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 56, no. 10, Oct. 2020, Art. no. 8101612.

- [7] A. Credo, G. Fabri, M. Villani, and M. Popescu, "Adopting topology optimization in the design of high-speed synchronous reluctance motors for electric vehicles," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 56, no. 5, Sep. 2020, Art. no. 5429.
- [8] Y. Yamashita, R. Koda, K. Katayama, and Y. Okamoto, "Multi-material structural optimization of IPM motor using phased application of density and level-set Method," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol.141, No.9, pp.729-737, 2021.
- [9] 竹内則雄, 樫山和男, 寺田堅二郎: 「計算力学有限要素法の基礎」, 電気学会 (2012)
- [10] S. Yamasaki, S. Nishiwaki, T. Yamada, K. Izui, and M. Yoshimura, "A structural optimization method based on the level set method using a new geometry-based re-initialization scheme," *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 83, pp. 1580-1624, Mar. (2010)

研究業績

- [1] ○永山響, 伊藤慧, 望月幸祐, 岡本吉史: 「同期リラクタンスモータの磁界・力学連携トポロジー最適化」, 電気学会産業応用部門大会, 8-9 月, 2022.
- [2] H. Nagayama, K. Ito, K. Mochizuki, and Y. Okamoto, "Electromagnetics-mechanics Topology Coupled Optimization of Synchronous Reluctance motors," The 20th International IGTE Symposium, online, September 2022.