

超潤滑安定性解析による原子摩擦数理モデル の摩擦相図の精密化

KUBOTA, Yusaku / 久保田, 優作

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学研究科編

(巻 / Volume)

64

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

6

(発行年 / Year)

2023-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00026301>

超潤滑安定性解析による 原子摩擦数理モデルの摩擦相図の精密化

REFINEMENT OF FRICTION PHASE DIAGRAM OF ATOMIC FRICTION MATHEMATICAL MODEL
BY STABILITY ANALYSIS OF SUPERLUBRICITY

久保田優作

Yusaku KUBOTA

指導教員 平野元久

法政大学大学院理工学研究科機械工学専攻修士課程

Studying on the dynamics of friction phenomena at the atomic level. Friction is formulated as a problem of whether or not given kinetic energy for the translational motion dissipates into the kinetic energies for internal motions during sliding. From the study of the one-dimensional Frenkel-Kontorova model with kinetic energy terms, it is found that two different regimes appear in a parameter space specifying the model: the superlubricity and the friction regimes. Using the Floquet multiplier and make possible to quantitatively judge whether it is the superlubricity or not. Friction can occur even in regions that we had been judged the superlubricity.

Key Words : Superlubricity, Atomic Friction, Frenkel-Kontorova model, non-linear by dynamics

1. はじめに

持続可能な社会の実現が課題として注目される中で、摩擦を極力少なくする技術が大きな役割を担うことは明らかである。しかし、摩擦特性の研究については実験的な手法が多く、解析的手法による研究の確立が待たれている状態である。近年、原子レベルで発見された摩擦消失現象である超潤滑の原子論的機構は理論・実験の両面から解明されつつあり、注目を集めている。当研究室ではこれまでに、摩擦・超潤滑の原子論的機構の全貌解明および超潤滑応用の実現に向けて、摩擦の原子論的理解を深めるべく、解析的研究手法の提案に取り組んできた。摩擦理論構築を目的として、以下で述べる Frenkel-Kontorova モデル [1] を用いて、すべり速度と固体間相互作用の 2 つのパラメータ空間で摩擦領域と超潤滑領域を記述する“摩擦相図 (Friction Phase Diagram : Fig.1)”を作成し原子論モデルの摩擦特性を調べてきた [3,4]。摩擦相図に示された摩擦領域と超潤滑領域の考察から、超潤滑が発現するかどうかは初速度と固体間相互作用の 2 つのパラメータと原子間隔に強く依存していることが確かめられた。パラメータに依存して現れる摩擦特性を調べ考察することは、摩擦・超潤滑の発生機構解明の重要課題となる。これまでの研究では、パラメータを変化させて Fig.2 に示すように原子鎖のすべり速度、発生する力を観察し超潤滑発現の有無を判定してきた。ここで、超潤滑-摩擦遷移について定量的に判定する明確な基準がないことが課題となっていた。以上の背景を踏まえたうえで、本研究では次の事項について検討を行うことを目的としている。

- (1) 一次元 Frenkel-Kontorova モデルにより原子鎖のすべり運動シミュレーションを行い、超潤滑状態、摩擦状態の原子の運動状態を計算する。

- (2) 原子鎖のすべり運動について、フロケ乗数による安定性の解析を行う。
- (3) パラメータの変化による超潤滑の発現を定量的に判定、摩擦相図の再検討と高精度化を図る。

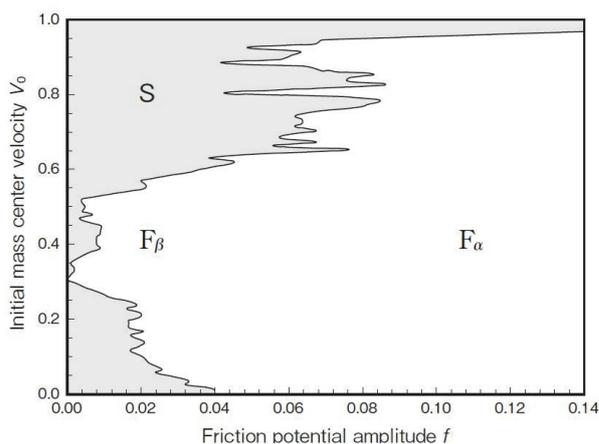


Fig. 1 Friction Phase Diagram (GM model)

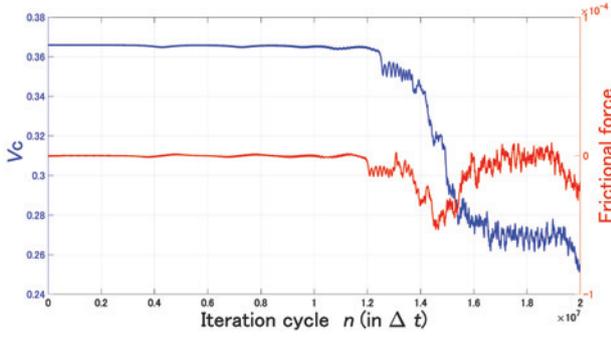


Fig. 2 Changes in the mass center velocity and friction force (GM model)

2. 摩擦の原子論モデル

2.1 原子モデルの摩擦と超潤滑発現

超潤滑発現の機構解析を行うために、清浄表面における結晶同士のすべり運動シミュレーションを行う。固体同士の接触面を原子スケールで考え、モデル化する。Fig.3に原子モデルを示す。単純格子で構成した固体表面の上を、同様な単純格子で構成した別の固体が滑る様子が表されている。この単純格子の原子の間隔は1として設定し、解析を行う。単純化のため、固体同士のすべり運動は一次元方向のみとする。原子の摩擦は、接触面の固体の原子配列に強く依存する。上下の固体の原子配列がすべり方向に対して同じで原子間隔比が有理数、つまり連分数となる整合接触の場合、各原子に作用する力の方向は、そろって逆向きとなり、その総和は有限となり摩擦力が発生する。一方、上下の固体の原子配列がすべり方向に対して異なる原子間隔比が無理数、つまり黄金数となる非整合接触の場合は、各原子に作用する力の向きと大きさは一様ではなく力が互いに打ち消し合う。これまでの超潤滑に関する研究によって、上下の固体の原子間隔比が無理数となる非整合接触系では、極限に摩擦ゼロの超潤滑が現れやすくなることが示されている [1]。本研究では超潤滑発現の機構解析をより効率的に行うために、非整合接触を前提として Frenkel-Kontorova 摩擦モデルを基に、原子スケールの摩擦現象の解析を行う。

2.2 Frenkel-Kontorova 摩擦モデルと運動方程式

摩擦モデルに、一次元 Frenkel-Kontorova モデルを用いる。Frenkel-Kontorova モデル (以下 FK モデル) は、弾性定数 k の線形バネによって連結された多数の質点がすべり方向に沿って周期ポテンシャルを受けて運動するというモデルである。Fig.3に参考図を示す。

原子摩擦運動では、これらの質点を原子としポテンシャルエネルギーは原子間に作用する弾性エネルギーと、上の固体が下の固体から受ける振幅 f の摩擦ポテンシャルの振幅の大きさを表す。上の固体の原子間力を定数 k の線形弾性力によって、下の固体が上の固体に及ぼす固体間相互作用を振幅 f の周期ポテンシャルによって

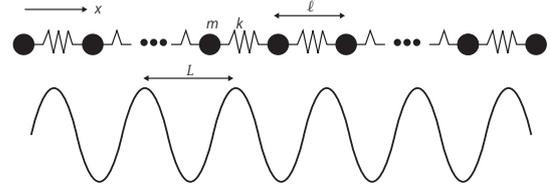


Fig. 3 Frenkel-Kontorova friction model

表現する。一次元 FK モデルのハミルトニアンは次式で表される。

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2} + \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{k}{2} (x_{i+1} - x_i - \ell)^2 + \frac{f}{2\pi} \sin(2\pi x_i) \right\} \quad (1)$$

ここで、 N は上の固体の原子数、 p_i は各原子の運動量、 x_i は上の固体の各原子の位置、 k は弾性定数、 ℓ はバネの自然長 (上の固体の格子定数)、 f は原子間相互作用の大きさを表す。一次元 FK モデルの運動方程式はハミルトンの正準方程式から次式となる。

$$m \frac{d^2 x_i}{dt^2} = -k \{ (x_i - x_{i-1} - \ell) + (x_i - x_{i+1} + \ell) \} - f \cos 2\pi x_i = k(x_{i+1} + x_{i-1} - 2x_i) - f \cos 2\pi x_i \quad (2)$$

2.3 運動方程式の無次元化

式 (2) の運動方程式は、パラメータとして質量 m 、原子間相互作用を表す弾性定数 k を含む。これらの値は原子レベルで極めて小さいため、数値計算の精度確保のため運動方程式を無次元化する。そこで、上式に含まれる ℓ を長さの単位に選び、時間の単位を τ とする。無次元量には ' をつけ、座標成分 x_i 、時間 t に対応する無次元量をそれぞれ x_i' 、 t' とし次式を得る。

$$x_i = \ell x_i', \quad t = \tau t' \quad (3)$$

上式を代入して運動方程式を書き換えることで次式のようなになる。

$$m \frac{\ell}{\tau^2} \frac{d^2 x_i'}{dt'^2} = k\ell(x_{i+1}' + x_{i-1}' - 2x_i') - f \cos 2\pi x_i' \quad (4)$$

上式から $m/k\tau^2$ も無次元量となり、これを $m/k\tau^2=1$ とおくと、

$$\tau = \sqrt{\frac{m}{k}}$$

ポテンシャルについては、座標 x_i 、時間 t に対応する無次元量を次式とする。 σ は原子の直径に相当する。

$$x_i = \sigma x_i', \quad t = \tau t' \quad (5)$$

力 F_{ij} は次式から求められる。

$$F_{ij} = -\nabla_i \phi(r_{ij}) \quad (6)$$

力 F_{ij} の x 成分は次式となる.

$$X_{ij} = -\frac{d\phi(r_{ij})}{dr_{ij}} \frac{x_i - x_j}{r_{ij}} \quad (7)$$

以上よりレナード・ジョーンズポテンシャルと運動方程式から, 時間の単位は次式により定められる.

$$\tau = \sqrt{\frac{m\sigma^2}{n\epsilon_0}} \quad (8)$$

したがって, 単位の変更は以下ようになる.

$$\frac{r}{\sigma} \rightarrow r' \quad \sqrt{\frac{n\epsilon_0}{m\sigma^2}} t = \sqrt{\frac{48\epsilon}{m\sigma^2}} t \rightarrow t' \quad \frac{\phi}{\epsilon_0} \rightarrow \phi'$$

2.4 周期境界条件と原子間隔比

分子動力学シミュレーションでは周期境界条件を用いて計算されるのが一般的であり, 本研究でも同様に, 計算できる原子数に限りがあるため周期境界条件を用いた.

Fig.4 にその参考図を示す. 仮想的に 1 番目の原子と N 番目の原子も線形バネでつながれているものとして, 1 番目の原子は左から N 番目の原子の力を受け, N 番目の原子は右から 1 番目に原子の力を受けているものとして計算する. 本シミュレーションでは上下の固体が非整合接触となりすべり運動を行うために, 原子間隔とポテンシャルの山の間隔の比が無理数になるように設定するため, 黄金数を利用した.

パラメータの数値は線形バネの間隔比を $\ell = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (黄金数), ポテンシャルの山の間隔 $L = 1$ とした. このような周期境界条件を考慮した場合, 各原子に作用する働く力は次式で表される.

$$F_{ix} = \begin{cases} (x_2 - 2x_1 + x_N - N\ell) + f \cos(2\pi x_1) & (i = 1) \\ (x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}) + f \cos(2\pi x_i) & (1 < i < N) \\ (x_1 + N\ell - 2x_N + x_{N-1}) + f \cos(2\pi x_N) & (i = N) \end{cases} \quad (9)$$

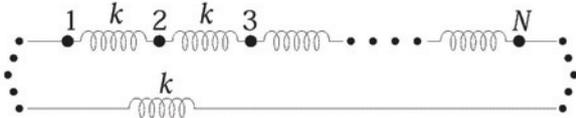


Fig. 4 Periodic Boundary Condition

3. 分子動力学による摩擦シミュレーション

3.1 摩擦シミュレーションの手順

すべり摩擦運動のシミュレーションの実施手順を以下に記す.

- (1) 正規乱数を用いて, 等間隔に配置した全原子にマクスウェル・ボルツマンの速度分布を与える. 全原子の振動速度を徐々に減少 (つまり固体の温度を徐々に下げ平衡化処理) させた. この操作を, 固体温度が絶対零度に達するまで継続し, 固体全体の固体間相互作用エネルギーが最小となる原子の平衡位置を決定する.
- (2) 上記の平衡化処理で求めた原子配列を安定な初期配列とし, 次に, 固体間相互作用下で上の固体を所定の初速度ですべらせ, すべり運動下の全構成原子の運動の軌跡を計算する. Table 1 は計算条件を示す. 運動方程式の数値計算には速度ベルレ法を用いた.

Table 1 Simulation parameter

原子間隔比 $1:\ell$	$\ell = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (黄金比)
構成原子数	100
時間ステップ Δt	0.001
くり返し数	2×10^7
計算時間 (= $\Delta t \times$ くり返し数)	20000
初速度 v_0 ($\Delta v_0=0.050$)	0.050~1.000
固体間相互作用 f ($\Delta f=0.010$)	0.010~0.100

3.2 平衡化処理

等間隔に配置した各原子に正規乱数を用いて高温でのマクスウェル・ボルツマン分布に従うように速度を与える. この速度とは, 固体内の格子振動における各原子の速度を意味する. 統計熱力学によると, ある温度における各原子の温度分布はマクスウェル・ボルツマン分布となる. 高温状態の固体の各原子は平衡点周りに格子振動している. この状態から, 各原子の速度を徐々に減少させて固体の温度を低下し, 最終的に絶対零度に達する. そのときの原子配列が安定した初期配置と決定される. このようにして固体の原子間相互作用エネルギーが最小となる安定な原子の初期配置が決定される. マクスウェル・ボルツマンの速度分布を求めるために乱数の生成方法を述べる. 一様乱数の生成には, 乗算合同法を用いる. 0 から M までの値をとる一様乱数列 R_i を漸化式

$$R_i = \text{mod}(aR_{i-1}, M) \quad (10)$$

= (aR_{i-1} を M で割った余り)

を用いて発生させる. ここで, 定数 a と M は互いに素の値を用いる. R_0 は乱数の初期値である. 一様乱数から正規乱数を生成するには, -1 から 1 までの値をとる 2 個の一様乱数から正規乱数を生成する Box-Muller 法を用いる. ここで,

$$u_i = \frac{2R_i}{M} - 1 \quad (11)$$

を計算し, 一様乱数 R_i を -1 から 1 までの一様乱数に変換する. そして Box-Muller 法により, $2n$ 個の一様乱数 R_i から n 個の乱数 S_i を生成する.

$$S_i = \sqrt{-2\log u_{2i-1}} \cos(2\pi u_{2i}) \quad (12)$$

を計算すると, S_i は平均値 0, 分散 1 の正規乱数となる. この正規乱数を用いて, 設定温度において原子の速度分布がマックスウェル・ボルツマン分布となるように, 各原子の速度 v_i を

$$v_i = \sqrt{\frac{k_B T}{m}} S_i \quad (13)$$

と設定する. ここで, k_B はボルツマン定数, T は固体の絶対温度を表す. 今回のシミュレーションでは, $k_B T = 10$ となるように温度を与えた. 固体の構成原子の速度分布をマックスウェル・ボルツマン分布となるように固体を高温状態に設定すると, 原子は平衡点の周りで熱振動をする. この高温状態から, 徐々に固体の温度を低下し, 絶対零度まで冷却する. このような平衡化処理によって固体の原子間相互作用エネルギーが最小となるような安定な原子配列が決定される.

3.3 すべり運動

すべり運動では, 全固体の重心に一樣な速度を与えるために, 時間ステップごとの全原子の重心速度の時間変化を算出する. ここで, 固体の縦波の音速 v は, $v = \sqrt{E/\rho} = \sqrt{k/ma}$ と表されるので速度の単位となる. 固体の音速は $v \sim 5000$ m/s 程度である. したがって, 固体が速度 0.1 で 10^5 時間等速ですべる場合, すべり速度は 500 m/s, すべり距離は $5 \mu\text{m} (= 0.1 \times 5000 [\text{m/s}] \times 10^5 \times 0.1 \text{ ps})$ 程度となる. 時間ステップごとの全原子の速度算出に速度ベレ法を用いた. 分子動力学計算を行うにあたって, 各原子の位置と速度の経時変化を求める数値計算法について述べる. 各原子の運動方程式は,

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = \frac{\mathbf{F}_i}{m}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

$$\left(\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i), \quad \mathbf{F}_i = (F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}) \right)$$

で表され, \mathbf{F}_i は (6) 式ですでに示した. 速度ベレ法は, テイラー展開による多項式近似を利用した数値積分法で, (14) 式から直接原子の位置と速度の時間発展を求める差分式を作る. まず, 現在の時刻 t での原子 i の位置を $\mathbf{r}_i(t)$, 速度を $\mathbf{v}_{0i}(t)$ とし, Δt 秒後の位置 $\mathbf{r}_i(t+\Delta t)$ と Δt 秒前の位置 $\mathbf{r}_i(t-\Delta t)$ を, 時刻 $t = t$ のまわりでテイラー展開する.

$$\mathbf{r}_i(t+\Delta t) = \mathbf{r}_i(t) + \Delta t \mathbf{v}_i(t) + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{r}}_i(t) + O(\Delta t^3) \quad (15)$$

$$\mathbf{r}_i(t-\Delta t) = \mathbf{r}_i(t) - \Delta t \mathbf{v}_i(t) + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{r}}_i(t) + O(\Delta t^3) \quad (16)$$

この両辺の和と差を作ると,

$$\mathbf{r}_i(t+\Delta t) + \mathbf{r}_i(t-\Delta t) = 2\mathbf{r}_i(t) + \Delta t^2 \ddot{\mathbf{r}}_i(t) + O(\Delta t^4) \quad (17)$$

$$\mathbf{r}_i(t+\Delta t) - \mathbf{r}_i(t-\Delta t) = 2\Delta t \mathbf{v}_i(t) + O(\Delta t^2) \quad (18)$$

を得る. この両式と, (14) 式, また $d\mathbf{r}_i/dt = \mathbf{v}_i$ を利用すると, 時刻 $t + \Delta t$ の座標と時刻 t での速度が

$$\mathbf{r}_i(t+\Delta t) = 2\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_i(t-\Delta t) + \frac{\Delta t^2}{m} \mathbf{F}_i(t) \quad (19)$$

$$\mathbf{v}_i(t) = \frac{\mathbf{r}_i(t+\Delta t) - \mathbf{r}_i(t-\Delta t)}{2\Delta t} \quad (20)$$

で与えられる. この方法では, 時刻 $t + \Delta t$ での位置を求めるには 2 つの時刻 t と $t - \Delta t$ での位置が必要となり, 時間発展させる際に一番最初のステップだけは, (15) 式で $t = 0$ とおいた式から $\mathbf{r}_i(t + \Delta t)$ を求めなければならない. また, (19), (20) 式の差分式では, 位置と速度の時刻が Δt ずれている. これらの難点を改良したのが速度ベレ法である.

$$\mathbf{r}_i(t+\Delta t) = \mathbf{r}_i(t) + \Delta t \mathbf{v}_i(t) + \frac{\Delta t^2}{2m} \mathbf{F}_i(t) \quad (21)$$

$$\mathbf{v}_{0i}(t+\Delta t) = \mathbf{v}_i(t) + \frac{\Delta t}{2m} \left\{ \mathbf{F}_i(t+\Delta t) + \mathbf{F}_i(t) \right\} \quad (22)$$

で与えられる. 以上が速度ベレ法の差分式である. これらの手順によって, すべり運動シミュレーションを行った.

4. 固体重心の運動形態

超潤滑状態の場合, 固体は一定速度で並進運動を行う. 対して摩擦力が発生すると抵抗となり固体重心の速度が低下し重心の並進運動が停止する. 超潤滑が現れるか否かは, 固体のすべり速度と上下の摩擦ポテンシャル振幅によって決まるため, この 2 つのパラメータの様々な組み合わせに対して固体のすべり運動のシミュレーションを行い, 各時刻における固体重心の位置と速度, 摩擦力, エネルギーを計算した. 例として, 固体間相互作用 $f=0.020$ における固体の重心速度の時間変化を Fig.5 に示す. 次に初速度 $v_0=0.500$ で固定し, 固体間相互作用 f を変化した結果を Fig.6 に示す. $v_0 = 0.500$ では固体間相互作用 f を上げる毎に速度の現象が急なものになっている. 2 つのグラフから, 原子鎖の初速度と固体間相互作用の 2 つのパラメータが摩擦現象に及ぼす影響の大きさが確認出来る.

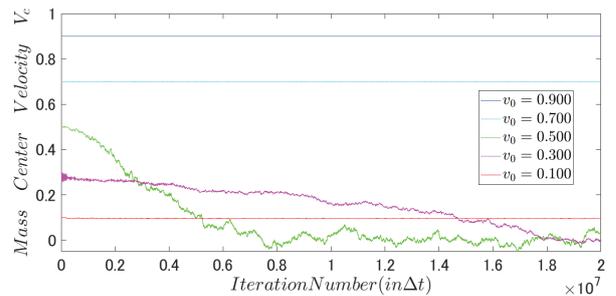


Fig. 5 Velocity change due to change in initial velocity: $f=0.020$. (GM model)

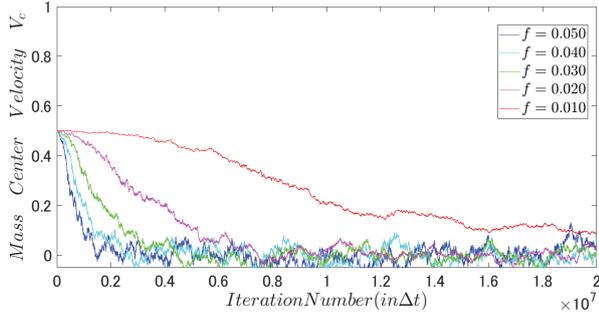


Fig. 6 Velocity change due to change in friction potential amplitude: $v_0 = 0.500$ (GM model)

5. フロケ乗数による超潤滑の判別

超潤滑の定量的判定を行うため、フロケ乗数の計算を行った。フロケ乗数とは、周期解の安定性を評価する指標である。原子鎖の運動の安定性を評価し、安定性が高いものであれば超潤滑状態が長時間持続していくものと考え、判定を行った。

5.1 原子振動の FFT 解析

まずは原子鎖の速度変化、重心位置の変化の時間的发展を観察しやすくするため、ポアンカレ断面を設置した。ポアンカレ断面を適切に設置するため、解析高速フーリエ変換 (FastFourierTransform, 以下 FFT 解析) を行った。信号波形は一般に三角関数の和で表現され、FFT 解析によって代表的な周波数成分を特定することが出来る。固体の重心に対する原子の相対速度の経時変化の FFT 解析を実施した。サンプリング周期には $\tau=0.01$ を用いた。例として、固体間相互作用 $f=0.020$ において初速度 $v_0=0.300, 0.900$ の場合の FFT 解析を行った結果を Fig.7 に示す。メインピークは f_1 が 106 の位置に振幅を確認でき、メインピークと高調波スペクトルが観測された。また、メインピークの前に非線形と見られる小さな周波数がいずれの速度でも観測された。線形バネで繋がれている原子の運動にも関わらず基本周波数と高調波以外に乱雑なスペクトルが発生することが確認された。特に、Fig.7 の $v_0 = 0.300$ のように超潤滑でない場合はより無秩序なスペクトルとなることが確認出来た。

5.2 モード座標への変換

原子鎖のすべり運動について、実座標のまま安定性の計算を行うと計算量が大きくなるため、モード座標への変換を行った。Fig.8 は固体間相互作用は $f = 0.020$ における $v_0 = 0.300, v_0 = 0.900$ の場合で原子鎖の運動をモード座標に変換して表示したものである。左側の実座標で表示したものと比較して右側のモード座標で表示したものでは運動の周期性の有無が視覚的にも分かりやすいものとなっている。Fig.5, Fig.7 から明らかなように、 $f = 0.020, v_0 = 0.300$ をパラメータとしたとき、超潤滑は発現していないのだが、モード座標で表示すると

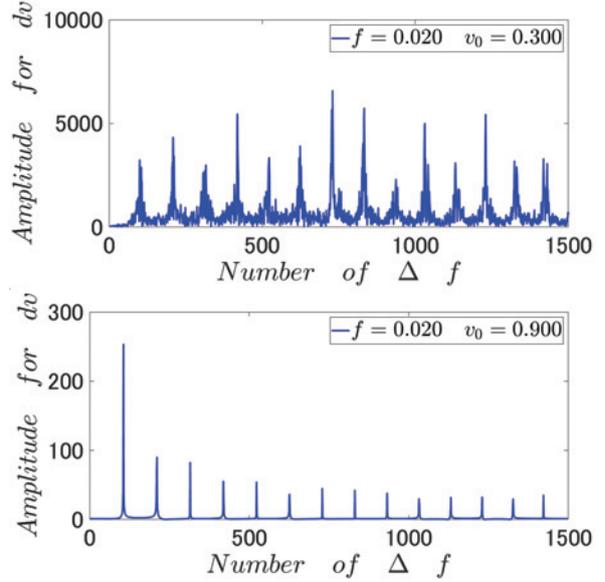


Fig. 7 FFT for friction regime(GM model)

運動の無秩序さが分かりやすいものとなっている。

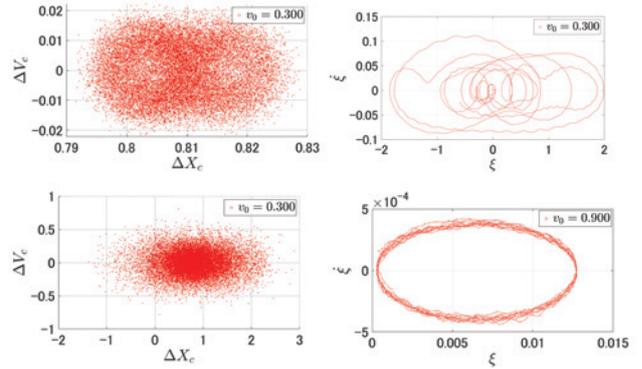


Fig. 8 Velocity and displacement in real and modal coordinates.(GM model)

5.3 フロケ乗数の計算

FFT 解析の結果からモード座標の時間的发展を観察するためにポアンカレ断面を設置。周期毎のモード速度 $\dot{\xi}$ とモード変位 ξ について固有値 A を用いて

$$\begin{Bmatrix} \dot{\xi}_{k+1} \\ \xi_{k+1} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \dot{\xi}_k \\ \xi_k \end{Bmatrix} \quad (23)$$

と表し、固有値 A を算出した。この結果からフロケ乗数 λ を計算した。ここで、 $|\lambda| < 1$ の場合、解は安定であり、 $|\lambda| > 1$ の場合、解は不安定、というように周期解の安定性を定量的に判定できる。フロケ乗数により評価した原子鎖の安定性を Fig.9 に示す。

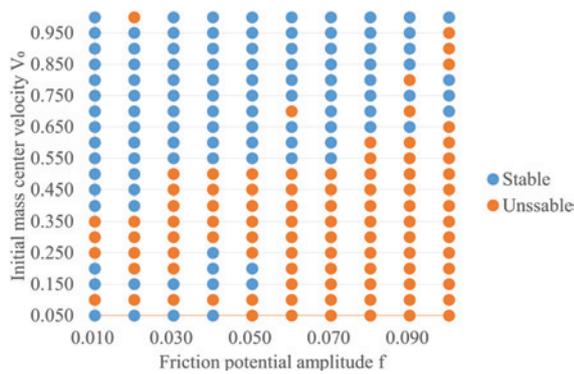


Fig. 9 Stability of superlubricity by Floquet multiplier (GM model)

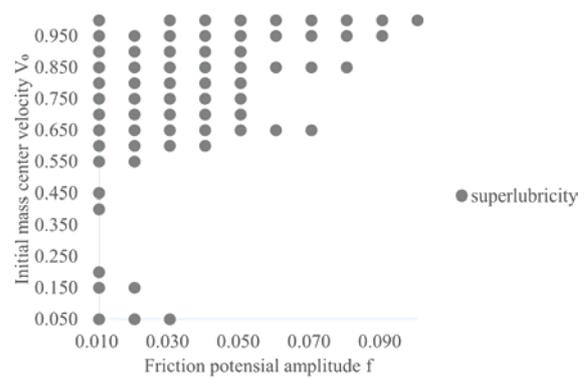


Fig. 10 Friction Phase Diagram by Floquet multiplier (GM model)

6. 結論

一次元 FK モデルにおける超潤滑発現の条件を定量的に評価するためにフロケ乗数を用いてすべり運動の周期的な超潤滑安定性解析を行った。以下に結論を示す。

- (1) FK モデルにおける超潤滑発現中の運動について、完全に周期的な運動をしているのではなく、基本的かつ特徴的な波の他にランダムな揺れを持って運動していることを確認した。
- (2) 原子鎖の運動の周期性について、モード座標に変換することで周期性の有無がより顕著に現れた。
- (3) フロケ乗数により原子鎖の運動の周期的安定性を定量的に判定した。これまで超潤滑発現が確認されていたパラメータ領域よりも広く周期的安定性を持つことを確認した。
- (4) 周期的安定性の観点から、従来の判定方法では超潤滑とされていたパラメータでも摩擦が発生する可能性が示された。計算回数を増やすなどしてそのようなパラメータではどのように摩擦発生に至るのか観察することが今後の課題となる。
- (5) 安定な運動をしていても、すべり速度の低下がみられる場合は超潤滑は発現していない。また、一見視覚的には安定な運動をしていてもフロケ乗数により周期的安定性を保証できない場合も超潤滑が恒久的に続くとは考えずらい。フロケ乗数による周期的安定性の評価とすべり速度低下の論理積をとり超潤滑と判定するのが妥当と考えられる。以上を踏まえて判定の高精度化を図り、新たに作成した摩擦相図を Fig.10 に示す。

- (6) 判定の高精度化に伴い、一部で超潤滑領域は減少する結果となった。

以上、超潤滑発現の定量的評価方法を提案し、摩擦相図の高精度化を図った。

謝辞

本研究の遂行にあたり、コロナウイルスの影響で満足に研究に勤しむことが出来ない中、ご指導くださり、多大なるご尽力をいただきました平野元久教授に心より感謝申し上げます。

参考文献

- [1] マシュー メイト: "マイクロ・ナノスケールのトライボロジー: 摩擦, 潤滑, 摩耗へのボトムアップ的研究" (光也保永, 小野京右訳), 吉岡書店 (2013).
- [2] M. Hirano, *Friction at the Atomic Level: Atomistic Approaches in Tribology* (Wiley-VCH, Weinheim, 2018).
- [3] 小塩 ゆかり: "Frenkel-Kontrova モデルの摩擦と超潤滑に関する研究", 日本機械学会東海学生会第 37 回学生員卒業研究発表会, 愛知工業大学 (2006).
- [4] 金 淳力: "摩擦原子論モデルの摩擦相図と動摩擦波形の周波数解析", 法政大学 (2015).
- [5] 安田 仁彦: "振動工学 基礎編", コロナ社 (2000).