法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-07-11

非同期自律分散ロボット群に対する集合アルゴリズム

NAKAI, Rikuo / 中井, 陸雄

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院理工学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要. 理工学研究科編
(巻 / Volume)
63
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
8
(発行年 / Year)
2022-03-24
(URL)
https://doi.org/10.15002/00025384

非同期自律分散ロボット群に対する集合アルゴリズム

ASYNCHRONOUS GATHERING ALGORITHMS FOR AUTONOMOUS MOBILE ROBOTS

中井　陸雄
Rikuo NAKAI
指導教員　和田幸一　教授

法政大学大学院理工学研究科応用情報工学専攻修士課程

We consider a *Gathering* problem for n autonomous mobile robots in an asynchronous scheduler (ASYNC). We use two models of the robots that have the capability of detecting whether there is more than one robot or not at its current point called local weak multiplicity detection and persistent memory called *light*. The result has been provided that Gathering can be solved with strong multiplicity detection if and only if n is odd. In the light model, it is known that Gathering can be solved by robots with 10 colors.

This paper shows that Gathering can be solved by $n = 3, 4$ robots with local weak multiplicity detection. Additionally, we improve the result by reducing the number of colors 10 to 3. We also show that we can construct a simulation algorithm of any *unfair* SSYNC algorithm using k colors by ASYNC robots with $3k$ colors, where unfairness does not guarantee that every robot is activated infinitely often.

Key Words *: Autonomous Mobile Robots, Gathering, Asynchronous*

1　はじめに

複数のコンピュータが通信を行い，協調して処理を行うシステムを分散システムと呼ぶ．この分散システムの分野の１つとして，複数のロボットがそれぞれで計算し，協調することで目的を達成する自律分散ロボット群と呼ばれるシステムがある．分散システムで考えられている環境は様々なクラスがあるが，自律分散ロボット群のロボットは互いに通信を行わず，自身で計算し移動を行うという特徴がある．本論文では，ロボットを２次元ユークリッド空間での動く点として扱う理論モデル [6] に焦点を当てる．また自律分散ロボット群のロボットは個体差を持たないため，同じアルゴリズムで動き，外見で個体を識別することができない．ロボットは観測，計算，移動の命令を繰り返し行う．このサイクルを LCM サイクルと呼ぶ．観測命令では周囲の環境を観測し，計算命令では観測命令によって得た情報を元に目的地を計算する．移動命令では計算命令によって求めた目的に移動する．このロボットを利用して考えられている問題として集合問題やパターン形成問題 [7, 8]，円形成問題 [9, 12] などがある．本研究では集合問題についてのアルゴリズムを考案する．集合問題は，事前に知ることのできないある１点に全てのロボットを集める問題である．ロボットの台数が２台の場合の集合問題をランデブーと呼ぶ．また，初期配置で全てのロボットが異なる点にいる集合問題は distinct gathering [3]，他にも移動距離が最小となる集合問題を min-max gathering [1, 2] と呼ぶ．

ロボットのスケジューラとして３つのモデルがある．完全同期 (FSYNC) モデルでは LCM サイクルの各命令を全てのロボットが同時に行う．半同期 (SSYNC) モデルでは１台以上のロボットが各命令を同時に行う．非同期 (ASYNC) モデルでは命令を行うタイミングの同期が一切取られない．そのため，移動中のロボットを観測する可能性があり，これは完全同期と半同期モデルにはない特徴である．集合問題は完全同期スケジューラにおいて解けることは自明であり，半同期スケジューラ上では解けないことが明らかにされている [6]．そのため，非同期スケジューラ上でも解けないことが言える．

自律分散ロボット群のアルゴリズムの研究での目的は，問題を解決するために必要となる必要最低限の機能を明らかにすることである．ここで集合問題の可解性が変化する仮定について示す．まず移動命令でのロボット

の移動能力として3つのモデルがある．まず non-rigid は目的地にたどり着く保証がないが，少なくとも最小移動距離 $\delta > 0$ は移動する．次に non-rigid($+\delta$) では non-rigid の動きに加え，最小移動距離 δ をロボットは予め知っているという仮定である．最後の rigid では，ロボットが必ず目的地にたどり着くことができる能力を持つ．本論文でのロボットの移動能力は non-rigid と仮定している．

他にも可解性が変化するモデルとして，ロボットにライトと呼ばれる定数ビットの記憶領域を持つモデル [4] が提案されている．ライトの見え方には3種類ある．まず $\mathcal{LUMI}$ は自身のいる点と周囲の点の状態を観測することができる．次に $\mathcal{FCOM}$ は周囲の点の状態のみを観測することができる．最後に $\mathcal{FSTA}$ は自身のいる点の状態のみを観測することができる．また，ロボットに多重検知を搭載したモデル [6] も提案されている．多重検知により，ロボットがある点に複数台存在するか判別することができる．複数台のロボットがいる点のことを多重点 (dense point)，多重点にいるロボットの台数のことを多重度 (multiplicity) と呼ぶ．多重検知できる範囲によって2種類に分けられる．周囲の点と自身のいる点が多重点か認識できるものを広域的多重検知 (global multiplicity detection)，自身のいる点のみ多重点か認識できるものを局所的多重検知 (local multiplicity detection) と呼ぶ．さらに，この多重検知には強さがあり，強い多重検知では多重点の多重度を知ることができる．弱い多重検知では多重点であることを知ることができるが，多重度は知ることができない．

最後に，ロボットの持つ局所座標系は一致していない可能性があるが，ロボット間で時計回り，または反時計周りが合意されているという仮定をキラリティと呼ぶ．

従来の研究によって提案されたライト付きモデルで集合問題を解決するアルゴリズムを表1に示す．表の"-"はその仮定より弱い条件で可解であることを，"?"は未解決であることを表す．同様に，多重検知モデルで提案されている集合問題を解決するアルゴリズムを表2に示す．

本論文では，非同期スケジューラでの集合問題について扱う．多重検知モデルでは，先行研究として広域的多重検知を持つロボットで考えられており，それらより弱い仮定となる弱い多重検知を使用し，ロボットの台数が $n = 3$ と4についてのアルゴリズムを提案する．また，$\mathcal{LUMI}$ モデルでは移動能力が non-rigid の場合の10色から3色に減らしたアルゴリズムを提案する．その際に，制限された半同期のスケジューラ上の k 色使用するアルゴリズムを非同期のスケジューラ上で $3k$ 色使用してシミュレーションするアルゴリズムも新たに提案し使用する．

表1　ライト付きモデルでの集合問題の従来の結果

		$\mathcal{LUMI}$	$\mathcal{FCOM}$	$\mathcal{FSTA}$	-
完全同期	NR	-	-	-	○
半同期	R	-	$2^a, 3$	?	×
	($+\delta$)	-	?	$2^b, 3$	
	NR	2^c	?	?	
非同期	R	2^d	?	?	×
	NR	10^c, 4^e	?	?	

R：rigid，NR：non-rigid，($+\delta$)：non-rigid($+\delta$)
^{a} 局所的多重検知，^{b} 初期状態で異なる2点間の距離の最小値が δ 以上，^{c} キラリティの合意がある，^{d} スケジューラが CM-atomic，^{e} min-max gathering(n$\geq$ 5)

表2　多重検知モデルでの集合問題の従来の結果

	広域的		局所的		-
	強い	弱い	強い	弱い	
完全同期	-	-	-	-	○
半同期	$\circ^a$	?	?	?	×
非同期	?	$\circ^b$，$\circ^c$	?	?	×

^{a} ロボットの台数が奇数，^{b} distinct gathering(n$\geq$ 3)，^{c} min-max gathering(n$\geq$ 5)，

2　モデル

自律分散ロボット群で扱う最も基本的なモデルは $\mathcal{OBLOT}$ [6] と呼ばれ，ロボットは個体差を持たず，外見で識別することができず，同じアルゴリズムを実行する．またロボットは過去の記憶を持たないため，過去の行動や情報を利用することができない．システムは n 台のロボットの集合 $R = \{r_0, \cdots, r_{n-1}\}$ で構成され，ロボットはユークリッド平面 $\mathcal{R}^2$ の動く点として表される．ロボット r_i は自身が原点となる局所座標系を持つ．局所座標系は X 軸と Y 軸の2つの座標軸を持つ直交座標系であり，局所座標系での軸の向きと正負の方向，単位あたりの長さはロボットごとに異なる．この局所座標系に関する追加の仮定として全てのロボットで時計回りや反時計回りといった方向が一致するキラリティがある．

ロボットは観測 (Look)，計算 (Compute)，移動 (Move) という3つの命令を繰り返し行う．これを LCM サイクルと呼ぶ．

1. 観測 (Look)
   スナップショットを撮り，可視範囲にあるロボットの座標の集合を得る．
2. 計算 (Compute)
   観測で得た局所座標系からアルゴリズムに従い，自身の目的地を計算する．
3. 移動 (Move)
   計算した目的地に向かって移動を行う．

移動段階でのロボットの動きとして３つのモデルがある．計算された目的地に必ず到達する場合を rigid といい，目的地に到達しない可能性がある場合を non-rigid という．ただし，non-rigid の場合はある値 $\delta > 0$ が存在して，少なくとも δ は移動するものとする．そのため，目的地までの距離が δ 以下であれば必ず目的地までたどり着き，目的地までの距離が δ より大きければ少なくとも δ の位置まで移動する．また，non-rigid でロボットが δ の値を知っている場合を non-rigid($+\delta$) と表す．

ロボットに追加の機能を持つモデルがある．その１つとして多重検知を持つモデル [5] がある．この多重検知により，ロボットがある点に複数台存在するか判別することができる．複数台のロボットがいる点のことを多重点，多重点にいるロボットの台数のことを多重度と呼ぶ．多重検知できる範囲は 2 種類に分けられる．周囲の点と自身のいる点が多重点か認識できるものを広域的多重検知，自身のいる点が多重点か認識できるものを局所的多重検知と呼ぶ．さらに，この多重検知には強さがあり，強い多重検知では多重点の多重度を知ることができる．弱い多重検知では多重点であることを知ることができるが，多重度は知ることができない．本論文では弱い局所多重検知を持つロボットを使用する．

他にもライトと呼ばれる定数ビットの記憶領域を持つモデル [4] がある．ライトの状態は計算命令によって更新することができる．ライトの状態に対して異なる可視性を持つ 3 つのモデルがある．自身のいる点と周囲の点の状態を観測ができるものを $\mathcal{LUMI}$，周囲の点の状態のみを観測できるものを $\mathcal{FCOM}$，自身のいる点の状態のみを観測できるものを $\mathcal{FSTA}$ と呼ぶ．またその点を観測した時の見え方にも種類がある．その点に存在する全てのロボットの状態を認識できるものを multiset-view，重複要素を除いた状態の集合として認識するものを set-view，その点に存在するロボットのうち任意の１つの状態を認識するものを arbitrary-view と呼ぶ．本論文では $\mathcal{LUMI}$ ロボットを使用し，set-view を仮定する．

2.1 スケジューラのモデル

ロボットのスケジューリングとして基本的な 3 つのモデルが提案されている．

- 完全同期 (FSYNC)
  全てのロボットが起動され，同時刻に観測命令，計算命令，移動命令を行う．
- 半同期 (SSYNC)
  １台以上のロボットが起動され，起動されたロボットは完全同期と同様に同時刻に命令を行う．
- 非同期 (ASYNC)
  ロボットが命令を行うタイミングの同期が一切取られない．このとき観測，計算，移動にかかる時間は有限であるが，命令にかかる時間は予測することができない．

これらの 3 つのスケジューラは全てのロボットが無限回起動されるという公平性が保証されている．つまり，あるロボットが時刻 t に起動されたとき，そのロボットが起動される時刻 $t'(> t)$ が存在する．また，弱公平なスケジューラも考えられている．弱公平なスケジューラでは，全てのロボットが無限回起動されるという公平性が保証されず，より公平性の弱い保証がされる．ロボットが起動され LCM サイクルを実行したとき，そのロボットが自身の状態を変化させる (例えば目標点に移動するや，ライトを持っており，その色を変えるなど) ロボットを有効ロボット (enabled-robot) と呼ぶ．弱公平なスケジューラでは，ある時刻 t に 1 台以上の有効ロボットが存在するとき，有効ロボットのうち最低でも 1 台が時刻 $t'(> t)$ に起動されることが保証される．

また非同期モデルに制限を与えたクラスが提案されている [13,14]．

- LC-atomic
  観測命令と計算命令が同時刻に実行される．つまり，観測したが計算を終えていないようなロボットが存在しない．
- Move-atomic
  移動開始命令と移動終了命令が同時刻に実行される．移動前が移動後のロボットとしか観測されない．そのため，瞬間的に移動していることと同義である．
- CM-atomic
  計算命令と移動命令が同時刻に実行される．そのため計算命令を終え瞬間的に移動した後の状態のロボットを他のロボットは観測することとなる．

3 集合問題

$n(\geq 2)$ 台のロボットが任意の初期配置から，ロボットは事前に知らないある 1 点に集合する問題を集合問題と呼ぶ．この集合問題では初期配置で多重点が生まれる場合がある．初期配置で多重点がない場合の集合問題を distinct gathering と呼ぶ．また，$n = 2$ の集合問題をランデブー問題という．他にも移動距離が最小となる集合問題を min-max gathering と呼ぶ．

3.1 集合アルゴリズムのクラス

自身のライトの色と他のロボットが持つライトの色のみで，2 点を通る直線上の目標点を決めるアルゴリズムをクラス $\mathcal{L}$ に属するアルゴリズムと言う [11]．ロボットの台数が 2 台の場合，クラス $\mathcal{L}$ に属するアルゴリズムでは，自身と相手を結ぶ直線上にある目標点をライトの色により決める．つまり，自身のいる位置を me.position，相手のいる位置を other.position，$\lambda \in \mathbb{R}$ としたとき，目標点を決める式は，

$$(1-\lambda) \cdot me.position + \lambda \cdot other.position$$

で表すことができる．λ は自身のライトの色と相手の色をのみで値を決めるとする．

本論文では，ロボットの台数が 2 台の場合にクラス $\mathcal{L}$ に属する集合アルゴリズムのクラスを $\mathcal{PL}$ と定義する．

3.2 従来の結果

$\mathcal{OBLOT}$ により集合問題は完全同期モデルでは解くことができるが，半同期モデル，非同期モデルでは解くことができないことが知られている [6]．

定理 1. 半同期，非同期スケジューラにおいて，集合問題は $\mathcal{OBLOT}$ では解くことができない [6]．

定理 1 より，半同期と非同期モデルではより強力な仮定を用いて集合問題を解く．まず，多重検知モデルで集合問題が可解となる条件を以下の定理で示す (表 2)．

定理 2.

1. 半同期スケジューラにおいて，強い広域的多重検知で集合問題を解けることの必要十分条件はロボットの台数 n が奇数であることである [5]．
2. 非同期スケジューラにおいて，$n \geq 3$ 台の弱い広域的多重検知を持つロボットで distinct gathering が可解である [3]．
3. 非同期スケジューラにおいて，$n \geq 5$ 台の弱い広域的多重検知を持つロボットで min-max gathering が可解である [2]．

次にライトモデルでの集合問題が可解となる条件を以下の定理で示す (表 1)．

定理 3.

1. 半同期スケジューラにおいて，移動能力が non-rigid で 2 色のライトとキラリティの合意がある $\mathcal{LUMI}$ ロボットで集合問題が可解である [10]．
2. 半同期スケジューラにおいて，移動能力が rigid で 2 色のライトと局所多重検知を持つ $\mathcal{FCOM}$ ロボットで集合問題が可解である [10]．
3. 半同期スケジューラにおいて，移動能力が rigid で 3 色のライトを持つ $\mathcal{FCOM}$ ロボットで集合問題が可解である [10]．
4. 半同期スケジューラにおいて，移動能力が non-rigid($+\delta$) で 2 色のライトを持つ $\mathcal{FSTA}$ ロボットで初期状態において異なる 2 点間の距離の最小値が δ 以上である場合に集合問題が可解である [10]．
5. 半同期スケジューラにおいて，移動能力が non-rigid($+\delta$) で 3 色のライトを持つ $\mathcal{FSTA}$ ロボットで集合問題が可解である [10]．
6. CM-Atomic の非同期スケジューラにおいて，移動能力が rigid で 2 色のライトを持つ $\mathcal{LUMI}$ ロボットで集合問題が可解である [13]．
7. 非同期スケジューラにおいて，移動能力が non-rigid で 10 色のライトを持つ $\mathcal{LUMI}$ ロボットで集合問題が可解である [4]．
8. 非同期スケジューラにおいて，移動能力が non-rigid で 4 色のライトを持つ $\mathcal{LUMI}$ ロボットで min-max gathering が可解である [2]．

4 局所的多重検知能力を持つロボットによる集合問題

非同期スケジューラ上で台数が n=3,4 の弱い局所的多重検知を持つ移動能力が non-rigid のロボットで集合問題に関するアルゴリズムを提案する．ロボットは弱い局所的多重検知のため，全体を見て多重点がどこか検知できない．そのため，多重点が作られる場所を初期構成から変化させず，常にロボットが最終的に多重点となる場所を目標点とすることで集合を行なった．この手法により以下の定理を示した．

定理 4. 非同期スケジューラ上で移動能力が non-rigid で弱い局所的多重検知を持つ 3 台のロボットの場合，集合問題を解くことができる．

定理 5. 非同期スケジューラ上で移動能力が non-rigid

で弱い局所的多重検知を持ちキラリティの合意がある 4 台のロボットの場合，distinct gathering を解くことができる．

5 シミュレーションアルゴリズムの提案とその活用

弱公平な半同期スケジューラのアルゴリズムを非同期スケジューラにおいて 3 色の $\mathcal{LUMI}$ ロボットでシミュレーションするアルゴリズム SIM-for-Unfair を提案する．それにより，弱公平な半同期スケジューラの k 色の $\mathcal{LUMI}$ アルゴリズムを非同期スケジューラにおいて $3k$ 色の $\mathcal{LUMI}$ ロボットでシミュレーションできるという定理 6 が得られる．アルゴリズムでの色の遷移を図 1 に示す．アルゴリズムでは S(tay), M(ove), E(nd) の 3 色を使用し，A_{unfair} はシミュレーションされる弱公平な半同期スケジューラとする．全てのロボットの色が col の場合の集合を $\forall col$ と表し，全てのロボットの色が col_1 または col_2 のどちらかである場合の集合を $\forall col_1, col_2$ と表す．アルゴリズムは $\forall S \rightarrow \forall M \rightarrow \forall E$ の構成を繰り返す．本論文では，このサイクルをカラーサイクルと呼ぶ．このカラーサイクルの $\forall S$ において，A_{unfair} で有効なロボット以外は起動されても何もせず，A_{unfair} の有効ロボットは A_{unfair} を実行する．そのため，カラーサイクルで A_{unfair} を実行する A_{unfair} の有効ロボットが 1 台以上存在し，弱公平な半同期アルゴリズムを非同期スケジューラにおいてシミュレーションしているといえる．

定理 6. k 色の $\mathcal{LUMI}$ ロボットを用いた弱公平な半同期スケジューラ上のアルゴリズムは非同期スケジューラ上の SIM-for-Unfair で $3k$ 色の $\mathcal{LUMI}$ ロボットを用いてシミュレーションできる．

次に，集合アルゴリズムに対し SIM-for-Unfair によりシミュレーションを行う．定理 3.1 の半同期スケジューラ上でのアルゴリズムを使用する．半同期アルゴリズムのため，単調減少するポテンシャル関数を定義し弱公平な半同期スケジューラ上で動作することを示す．定理 3.1 のアルゴリズムは，さらに 2 つのアルゴリズムに分けられる．一つは初期状態から全てロボットが直線上に存在する onLDS の状態を作る ElectOneLDS アルゴリズム，もう一つは onLDS の状態から集合を行う $\mathcal{LUMI}$-Gather アルゴリズムである．それぞれに単調減少するポテンシャル関数を定義し，以下の定理が得られた．

定理 7. ElectOneLDS は単調減少するポテンシャル関数が存在する．

定理 8. $\mathcal{LUMI}$-Gather は単調減少するポテンシャル関数が存在する．

定理 3.1 と定理 6-8 より次の定理を得ることができる．

定理 9. 非同期スケジューラ上で移動性が non-rigid で 6 色のライトを持ち，キラリティの合意がある $\mathcal{LUMI}$ ロボットによって集合問題を解くことができる．

6 ライト付きロボットによる集合問題

非同期スケジューラ上で 3 色使用し，集合問題が解けることを示す．定理 3.1 の ElectOneLDS，SIM-for-Unfair，そして本章で提案する $\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC の 3 つのアルゴリズムを使用する．まず，初期状況から onLDS の構成を ElectOneLDS を SIM-for-Unfair でシミュレーションすることで作る．次に，onLDS から $\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC を使用し集合を行う．シミュレーションで onLDS を作った際に，onLDS に一度なると onLDS の構成を維持できる．そのため，2 つのアルゴリズムを組み合わせることが可能となり，非同期スケジューラ上での集合問題が 3 色で解くことができる．

使用するロボットの状態の表記法について示す．A と B をロボットの色としたとき，A は色 A のロボットが停止している状態を表し，A[pc→B] は色 A のロボットが観測した時刻から計算命令を実行し色 B に変え終わる時刻までの状態を表し，これを色保留状態と言う．A[pm] は，色 A のロボットが移動命令により移動を開始する時刻から移動が終了した時刻までの状態を表し，これを移動保留状態と言う．また，時刻 t の構成 $\mathcal{C}(t)$ を n 個の $(l_i(t), p_i(t))$ の多重集合で表す．構成は曖昧さがない場合は t を省略して $\mathcal{C}$ と表す．ロボットが一直線上に並んでいるとき，$dis(\mathcal{C}(t))$ は時刻 t の 2 つの端点間の距離とする．また，時刻 t の構成 $\mathcal{C}(t)$ において直線上にいるロボットの色構成を $cc(\mathcal{C}(t))$ とし，正規表現に似た表記法を使用して表す．1 つのグループは，α と β をロボットの状態とした時，α の状態のロボット達のみ存在する場合は α，α または β の状態のロボット達が存在する場合は $(\alpha|\beta)$ と表す（α のみと β のみの状態も含む）．さらに複数の場合が存在する場合は縦棒 | を使用し追加する．全てのロボットが直線 pq 上に存在したとき，p 上の全てのロボットの状態のグループを f，q 上の全てのロボットの状態のグループを h，pq の開線分上のロボット

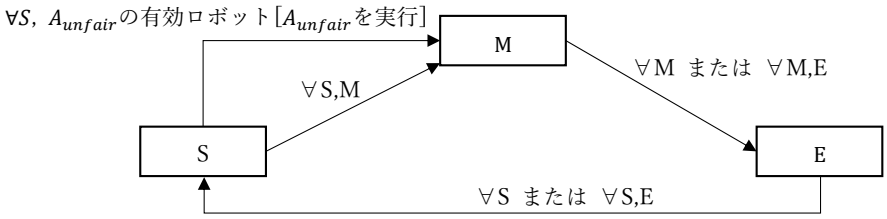

図 1　SIM-for-Unfair でのアルゴリズムの遷移図

の状態のグループを g としたとき，$cc(\mathcal{C}(t))$ は次のように表現する．

1. fh：pq の開線分上にはロボットが存在しない構成を表す．
2. $fg^{+}h$：pq の開線分上にはロボットが 1 台以上存在する構成を表す．(中点にのみ存在する場合は含まない)
3. $fg_{m}h$：pq の開線分上には p と q の中点にのみロボットが 1 台以上存在する構成を表す．
4. $fg^{*}h$：(1)〜(3) までの構成のいずれかであることを表す．

6.1　シミュレーションにより onLDS が作られた時の状況

SIM-for-Unfair により ElectOneLDS がシミュレーションされ，onLDS の構成が作られたときの状況を示す．

補題 1. 時刻 t に，SIM-for-Unfair が ElectOneLDS をシミュレーションし構成が onLDS となった場合，以下のいずれかが満たされる．

(1) $cc(\mathcal{C}(t)) = SS^{*}S$
(2) $cc(\mathcal{C}(t)) = (S|S[pc \to M]|M|M[pm])(S|S[pc \to M]|M|M[pm])^{*}(S|S[pc \to M]|M|M[pm])$ かつ最低でも一台 M を持つ
(3) $cc(\mathcal{C}(t)) = (M|M[pm, pc \to E]|E)(M|M[pm, pc \to E]|E)^{*}(M|M[pm, pc \to E]|E)$ かつ最低でも一台 M を持つ．
(4) $cc(\mathcal{C}(t)) = (S|S[pc \to M]|M)$ かつ最低でも一台 M を持つ．
(5) $cc(\mathcal{C}(t)) = (M|M[pc \to E]|E)$ かつ最低でも一台 M を持つ．

(2)，(3) では全ての $M[pm]$ は $\mathcal{C}(t)$ の onLDS の直線上に目標点を持つ．

6.2　$\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC の正当性

本章では初期状態を補題 1 のいずれかとし，3 色の $\mathcal{LUMI}$ ロボットで集合問題を解く $\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC を提案する．$\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC は SIM-for-Unfair と同様のカラーサイクルを使用することにより非同期スケジューラ上で onLDS から集合を行う．S，M，E の 3 色を使用しておりカラーサイクルは $\forall S(SS) \to \forall M \to \forall E(EE) \to \forall S(SS)$ となる．丸括弧内は構成が 2 点のみになることを示している．$\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC ではカラーサイクルを抜ける場合があることから，サイクルでは丸括弧内の構成に限定される．

補題 1 を初期構成としたとき，以下の補題が得られることを証明した．

補題 2. $cc(\mathcal{C}(t))$ が補題 1 の (1)-(5) の場合，以下の (ア) または (イ) の構成となる時刻 $t'(\geq t)$ が存在する．

(ア) $cc(\mathcal{C}(t')) = EE^{*}E$,
(イ) $cc(\mathcal{C}(t')) = E$.

また，初期状態を $cc(\mathcal{C}) = SS$ としたとき，以下の補題が得られることを証明した．これにより，カラーサイクルが繰り返された場合であっても，2 つの端点間の距離が短くなり，いずれ端点間の距離が 2δ 以下まで近づき集合が達成されることが言える．

補題 3. $cc(\mathcal{C}(t)) = SS$ の場合，以下のようになる時刻 $t' > t$ が存在する．

(1) $cc(\mathcal{C}(t')) = E$，または
(2) $cc(\mathcal{C}(t')) = EE^{*}E$ かつ $dis(\mathcal{C}(t)) \leq dis(\mathcal{C}(t'))$-$2\delta$.

補題 2，3 で得られた結果を元にした $\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC の色構成の遷移を図 2 に示す．図では，$\curvearrowleft$ は開始位置を示し，箱についた番号は補題 1 の番号に対応している．

定理 10. $\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC は初期状態を onLDS または補題 1 としたとき，移動能力が non-rigid の 3 色のライトを持つ $\mathcal{LUMI}$ ロボットによって集合問

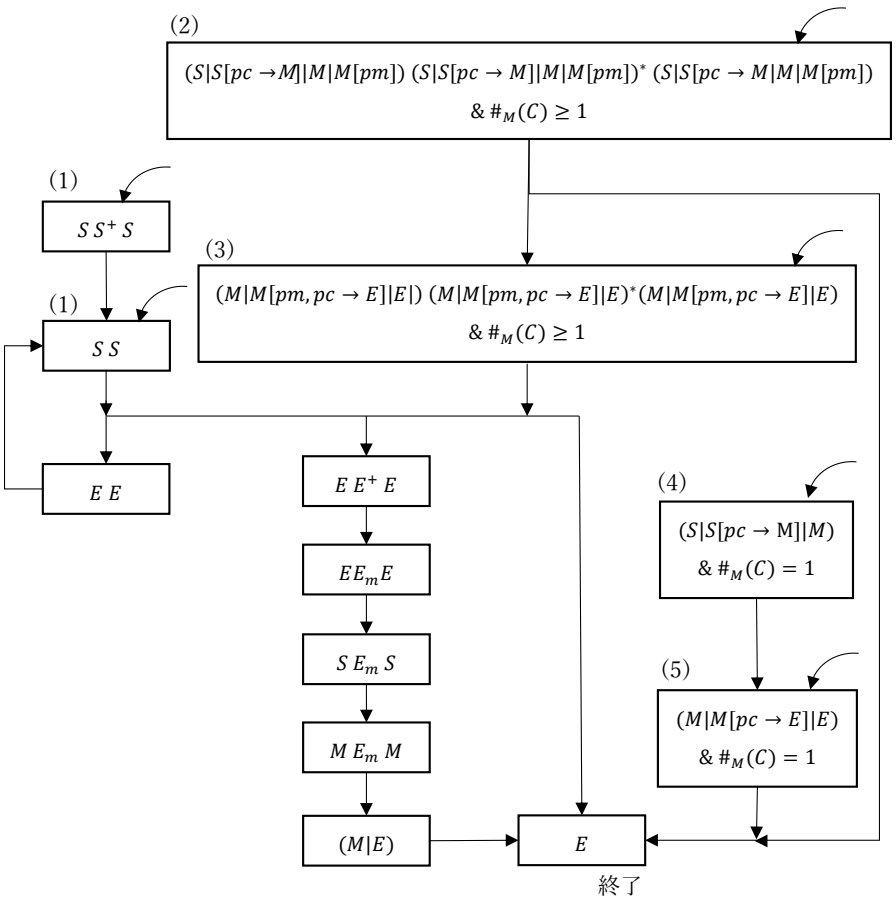

図 2　$\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC において，補題 1 の $\mathcal{C}$ を初期構成としたときの色構成の遷移図

題を解くことができる．

定理 6，7，10 より以下の定理が得られる．

定理 11. 非同期スケジューラ上で集合問題は移動能力が non-rigid でキラリティの合意と 3 色のライトを持つ $\mathcal{LUMI}$ ロボットにより解くことができる．

6.3　2 色での不可能性

$\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC では 3 点以上にロボットがいる際に，自身がその直線の端点であるや中点にいるといった位置の情報を使っている．しかし，2 点にロボットがいるときは，端点や中点にいるといった情報を使わないため，2 台に限定したときは集合するまで，ライトの色のみで動作を決めていると言える．そのため以下の定理が得られた．

定理 12. $\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC はクラス $\mathcal{PL}$ に属する．

そして，[11] より以下の定理が知られている．

定理 13. 2 台のロボットの集合は非同期スケジューラ上で移動能力が non-rigid である $\mathcal{LUMI}$ ロボットの場合，クラス $\mathcal{L}$ に属するアルゴリズムでは 2 色で解けない．

定理 12 と 13 より，クラス $\mathcal{PL}$ において $\mathcal{LUMI}$-Gather-in-ASYNC の色数が最適であると言える．

7　結論

本論文では，弱い局所的多重検知モデルとライトモデルを使用し，非同期スケジューラにおいてロボットの移動能力を non-rigid とした集合アルゴリズムを提案した．まず，弱い局所的多重検知モデルでは，台数が 3 台の場合は集合問題が可解であり，台数が 4 台でキラリティの合意がある場合は dinstinct gathering が可解であることを示した．次に，ライトモデルでは k 色の $\mathcal{LUMI}$ ロボットを使用する弱公平な半同期アルゴリズムを非同期スケジューラ上で $3k$ 色の $\mathcal{LUMI}$ ロボットでシミュレーションするアルゴリズムを提案した．このシミュレーションアルゴリズムを先行研究で提案されている半同期スケジューラ上の集合アルゴリズムに適用するため，単調減少するポテンシャル関数を定義し，弱公平な半同期スケジューラ上で動くことを示した．これにより，集合問題は 6 色のライトを持ちキラリティの合意がある $\mathcal{LUMI}$ ロボットで可解であることを明らかにし

た．最後に，onLDS から集合を 3 色で行えるアルゴリズムを提案した．このアルゴリズムとシミュレーションを組み合わせ，初期状態から onLDS までをシミュレーションにより作り，onLDS から集合をこのアルゴリズムで行うことで集合問題が 3 色のライトを持ちキラリティの合意がある $\mathcal{LUMI}$ ロボットで可解であることを示した．

謝辞

本研究を行うにあたりご指導を頂いた和田幸一教授，ならびに情報科学部の首藤裕一准教授に深く感謝いたします．また様々な面において貴重なご意見，ご指導頂いた本研究室の皆様に感謝いたします．

参考文献

[1] S. Bhagat and A.R. Molla. Min-max gathering of oblivious robots. In K. Agrawal and Y. Azar, editors, *SPAA '21: 33rd ACM Symposium on Parallelism in Algorithms and Architectures, Virtual Event, USA, 6-8 July, 2021*, pages 420–422. ACM, 2021.

[2] S. Bhagat and K. Mukhopadhyaya. Optimum gathering of asynchronous robots. In *Algorithms and Discrete Applied Mathematics (CALDAM 2017)*, pages 37–49, 2017.

[3] M. Cieliebak, P. Flocchini, G. Prencipe, and N. Santoro. Distributed computing by mobile robots: Gathering. *SIAM Journal on Computing*, 41(4):829–879, 2012.

[4] S. Das, P. Flocchini, G. Prencipe, N. Santoro, and M. Yamashita. Autonomous mobile robots with lights. *Theoretical Computer Science*, 609:171–184, 2016.

[5] Y. Dieudonné and F. Petit. Self-stabilizing gathering with strong multiplicity detection. *Theor. Comput. Sci.*, 428:47–57, 2012.

[6] P. Flocchini, G. Prencipe, and N. Santoro. *Distributed Computing by Oblivious Mobile Robots*. Morgan & Claypool, 2012.

[7] P. Flocchini, G. Prencipe, N. Santoro, and P. Widmayer. Arbitrary pattern formation by asynchronous oblivious robots. *Theoretical Computer Science*, 407:412–447, 2008.

[8] N. Fujinaga, Y. Yamauchi, H. Ono, S. Kijima, and M. Yamashita. Pattern formation by oblivious asynchronous mobile robots. *SIAM Journal on Computing*, 44(3):740–785, 2015.

[9] M. Mondal, S.G. Chaudhuri, A. Dutta, K. Mukhopadhyaya, and P. Chatterjee. Uniform circle formation by oblivious swarm robots. *CoRR*, abs/2012.07113, 2020.

[10] S. Terai, K. Wada, and Y. Katayama. Gathering problems for autonomous mobile robots with lights. *arXiv.org*, cs(ArXiv:1811.12068), 2018.

[11] G. Viglietta. Rendezvous of two robots with visible bits. In *10th International Symposium on Algorithms and Experiments for Sensor Systems, Wireless Networks and Distributed Robotics (ALGOSENSORS)*, pages 291–306, 2013.

[12] G. Viglietta. Uniform circle formation. In P. Flocchini, G. Prencipe, and N. Santoro, editors, *Distributed Computing by Mobile Entities, Current Research in Moving and Computing*, volume 11340 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 83–108. Springer, 2019.

[13] 亀田勇気. 状態を持つ自律分散ロボット郡に対する集合問題に関する研究. 修士論文, 法政大学大学院応用情報工学専攻, 2020.

[14] 奥村太加志. 状態を持つ 2 台の自律分散ロボットのランデブーアルゴリズムに関する研究. 修士論文, 法政大学大学院応用情報工学専攻, 2017.

本論文に関する発表

1) 中井 陸雄, 和田 幸一, 非同期自律分散ロボット群に対する集合問題の可解性について, 第 16 回情報科学ワークショップ, 2020
2) Rikuo Nakai, Yuichi Sudo, Koichi Wada, Asynchronous simulation of unfair semi-synchronous schedulers and its application to gathering algorithms, 第 17 回情報科学ワークショップ, 2021 (優秀研究賞受賞)
3) Rikuo Nakai, Yuichi Sudo, Koichi Wada, Asynchronous Gathering Algorithms for Autonomous Mobile Robots with Lights, The 23rd International Symposium on Stabilization, Safety, and Security of Distributed Systems, 2021