法政大学学術機関リポジトリ

HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-07-04

誤差修正法によるコギングトルクの計算精度 改善手法に関する検討

朱, 穎浩 / SYU, Eikou

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院理工学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要.理工学研究科編
(巻 / Volume)
63
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
7
(発行年 / Year)
2022-03-24
(URL)
https://doi.org/10.15002/00025337

誤差修正法によるコギングトルクの計算精度

改善手法に関する検討

IMPROVEMENT OF CALCULATION ACCURACY IN COGGING TORQUE CALCULATIONS BY USING ERROR CORRECTION METHOD

朱 穎浩 Eikou SYU 指導教員 岡本 吉史

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

The permanent magnet motor has many advantages, such as high efficiency, small bulk, light quality, fine characteristic. Although permanent magnet motor has many advantages, there are still some problems as an emerging technology, cogging torque which always produces a pulsating torque ripple. It has a certain influence on the accuracy and performance of the speed control system and a position control system. Therefore, the research on the method of reducing cogging torque is of great significance to improve the performance of permanent magnet machines. In this paper, a calculation method that corrects the error component of cogging torque in multiple stages has been proposed. Firstly, the cogging torque is calculated with all magnetic sources taken into consideration. Next, the magnetic flux density in the iron core region is preserved, and the cogging torque is obtained with the permanent magnet, the iron core on the rotor side, and the iron core on the stator side defined only for the magnetic source. This is a method of subtracting the obtained torque (error component) from the initial cogging torque. This method removes the error component contained in the cogging torque derived from the nodal force method, and improves the accuracy of the cogging torque calculation.

Key Words : Finite element method, Nodal force method, Cogging torque, Error correction

1. はじめに

世界中の工業の進歩と地球温暖化防止のため再生可能 エネルギーの普及^[1]により,自動車や航空機等の様々な 産業機械の電動化^{[2][3]}が進んでいる.その際,永久磁石 モーターは広く使用されている.永久磁石モーターには, 小型,軽量,高エネルギー密度,および高効率という利点 がある^[4].ただし,永久磁石モーターでは,永久磁石と スロット付き歯コアの相互作用によりコギングトルクが 発生し,それが振動と騒音を発生させ,システムの制御精 度に影響を与える^[5].高性能永久磁石モーターで考慮す べき重要な問題の一つとして,コギングトルクは永久磁石 モーターの研究の重要な部分である^[6].

モーターを設計する時にコギングトルクを正確に推定 するには、電磁界解析技術が不可欠である. コギングトル クの値は大きくないので、誤差があると推定に大きな影響 を与える.したがって、コギングトルクを解析する際には、 高精度に推定することが重要である.^[7]

コギングトルク解析手法として,エネルギー変位法,マ クスウェル応力法^[8],節点力法^[9]等がある.エネルギー 変位法は,ローターとステータの間に蓄えられる磁気エネ ルギー変化から,電磁力が求められる.マクスウェル応力 法は,積分面を設定して,電磁力を計算するが,磁性体等 の近くに積分面をとると誤差が大きくなる.節点力法は, マクスウェル応力を積分し,各節点の電磁力を求めで総電 磁力を求める手法である.しかし,節点力法は積分面の位 置,磁東密度の計算精度等と関係があるので,計算精度向 上の必要がある.^[10]

そこで本論文では、コギングトルクの誤差成分を多段階 に補正する計算手法を提案する^[11].補正する計算手法は、 まず、全ての磁気ソースを考慮した状態でコギングトルク を求める.次に、鉄芯領域の磁束密度を保存して、永久磁 石, ローター側の鉄心, ステータ側の鉄芯を磁気ソースの みを定義した状態でコギングトルクを求める.得られたト ルク(誤差成分)を最初のコギングトルクから差し引く手 法である.提案手法を補助溝なし、補助溝あり、SPM モー ターのコギングトルク解析へ適用した結果、コギングトル クの計算精度が改善されたので、その子細を報告する.

2. コギングトルク解析手法

(1) **有限要素法による磁界解析**^[12]

磁束の発散は常に0であるから磁気ベクトルポテンシャ ルAが(1)式ように定義される.

$$\boldsymbol{B} = \operatorname{rot} \boldsymbol{A} \tag{1}$$

Maxwell 方程式から, 式(2)になる.

$$\operatorname{rot}(v \operatorname{rot} A) = \boldsymbol{J}_0 \tag{2}$$

磁束密度 Bの x, y, z 方向成分は(1)式より(3)式にな る.

$$B_{x} = \frac{\partial A_{z}}{\partial y} - \frac{\partial A_{y}}{\partial z}$$

$$B_{y} = \frac{\partial A_{x}}{\partial z} - \frac{\partial A_{z}}{\partial x}$$

$$B_{z} = \frac{\partial A_{y}}{\partial x} - \frac{\partial A_{x}}{\partial y}$$
(3)

ベクトルポテンシャル A は z 方向のみにあるので,二次 元場の磁束密度は次式となる.

$$B_{x} = \frac{\partial A_{z}}{\partial y}$$

$$B_{y} = -\frac{\partial A_{z}}{\partial x}$$
(4)

二次元場における静磁界の方程式は(5)式のようにな る.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v_y \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_x \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = -J_{0z} \qquad (5)$$

(2) 節点力法によるコギングトルクの算出

磁性体領域 Vmag を囲む閉曲面を S1, 閉曲面磁界による S₁を有限要素 1 層分で取り囲む閉曲面を S₂, 閉曲面と S₁ と S2 に取り囲まれた領域を Vn と設定する. マクスウェル 応力法により、磁性体全体に働く電磁力fを式(6)に示す.

$$\boldsymbol{f} = \int_{S_2} \boldsymbol{T} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{6}$$

fは磁性体に働く電磁力,Tはマクスウェルの応力テンソ ルである. Tは式(7)のようになる.

$$T = \frac{1}{2} v_0 \begin{bmatrix} B_x^2 - B_y^2 - B_z^2 & 2B_x B_y & 2B_x B_z \\ 2B_y B_x & B_y^2 - B_z^2 - B_x^2 & 2B_y B_z \\ 2B_z B_x & 2B_z B_y & B_z^2 - B_x^2 - B_y^2 \end{bmatrix}$$
(7)

次に、節点形状関数を用いて、式(8)の関係が成り立つ.

$$\sum_{i \in S_2} N_i \bigg|_{S_1} = 0, \qquad \sum_{i \in S_2} N_i \bigg|_{S_2} = 1$$
(8)

ここで、N_iは節点形状関数, i∈S₂は節点 i が積分面 S₂上に 存在することを示す.(7)式を(8)式に適用すると、次 式が得られる.

ie

$$\boldsymbol{f} = -\int_{S_1} \left(\sum_{i \in S_2} N_i \right) \boldsymbol{T} \cdot d\boldsymbol{S} + \int_{S_2} \left(\sum_{i \in S_2} N_i \right) \boldsymbol{T} \cdot d\boldsymbol{S}$$
(9)
$$= \sum_{i \in S_2} \left(-\int_{S_1} N_i \boldsymbol{T} \cdot d\boldsymbol{S} + \int_{S_2} N_i \boldsymbol{T} \cdot d\boldsymbol{S} \right)$$

ここで, 積分面 S₁と S₂に取り囲まれた領域 V_nの境界面外 向き法線方向に dSn を設定すると(9) 式は次式となる.

$$\boldsymbol{f} = \sum_{i \in S_2} \int_{S_1 + S_2} N_i \boldsymbol{T} \cdot \mathbf{d} \boldsymbol{S}_n \tag{10}$$

次に、(10) 式にガウスの発散定理を用いると次式とな る.

$$f = \sum_{i \in S_2} \int_{V_n} \mathrm{d} \, \mathbf{i} \, \mathbf{v}(N_i T) \, \mathrm{d} V \tag{11}$$

ここで,空気中では divT=0 であるため,(11) 式から次 式が得られる.

$$\boldsymbol{f} = \sum_{i \in S_2} \int_{V_n} \boldsymbol{T} \operatorname{grad} N_i \, \mathrm{d} V \tag{12}$$

物体を取り囲む空気一層分で体積積分を行い、空気層の 外側表面上の節点で計算された節点力を集積することに より,解析対象全体の電磁力を算出できる.

コギングトルクを算出するには、各節点で求まった節点 力に対し、 ローターの中心からその節点までの距離ベクト ルriとの外積をとり,次式のように算出できる.

$$F = \sum_{S_2} \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{f}_i \tag{13}$$

(3) コギングトルクの誤差補正手法

駆動トルクの値が大きいため相対誤差が小さいがコギ ングトルクの値が小さいため相対誤差が大きいので、誤差 補正を行う必要がある.

理論的には、永久磁石や鉄心のみの場合、コギングトル クを生成しないが解析時に、解析結果が0ではない.この の値は解析の誤差になる. 高精度コギングトルクを計算す るために、この誤差を補正する方法を提案する.

電流を流れないため $J_U = J_V = J_W = 0$ になる. 永久磁石を 装荷し順解析コギングトルクT(Mrotor, Mstator, Mmag)を算出す る.鉄芯領域のBを保存し、磁化Mを算出する.

$$\boldsymbol{M} = \frac{\boldsymbol{v}_0 - \boldsymbol{v}}{\boldsymbol{v}_0} \boldsymbol{B}$$

(14)

次に,磁気ソースをローター鉄芯の磁化ベクトルとして, トルク T(M_{rotor},0,0)を算出する.次に,磁気ソースをステータ 鉄芯の磁化ベクトルとして,トルク T(0,M_{stator},0)を算出する. 次に,鉄芯の磁化ベクトルを零とし,永久磁石のみを磁気ソ ースとしてトルク T(0,0,M_{mag})を算出する. 誤差補正したコ ギングトルクは次式になる.

$$T_{cor} = T(M_{rotor}, M_{stator}, M_{mag}) - T(M_{rotor}, 0, 0)$$

-T(0, M_{stator}, 0) - T(0, 0, M_{mag}) (15)
誤差補正のフローチャートは図1に示す.

3. 解析モデル

(1) In-rotor SPM $\mathbf{E} - \mathbf{g} - \mathbf{g}$

図2にIn-rotor SPM モーターの解析モデルを示す.本モ デルにおいて、ローターとステータの磁性材料として、 50A1300を適用し、shaftの比透磁率を1,000,エアギャップ は0.5mmと設定した.



Fig. 2. In-rotor SPM motor model.



Fig. 1. Flowchart for error correction method.

要素分割によって引き起誤差を回避するため,モデルは 粗い,細かい,超細かいメッシュで解析する.粗いメッシ ュの節点数 5,362,要素数 11,368,細かいメッシュの節点数 14,252,要素数 27,884,超細かいメッシュの節点数 17,122, 要素数 33,518 を使用する.

2) Out-rotor SPM $\neq - \not > -$

図3にOut-rotor SPM モーターの解析モデルを示す.本 モデルにおいて、ローターとステータの磁性材料として、 50A1300を適用し、shaftの比透磁率を1,000,エアギャップ は0.4mmと設定した.



(a) rotor and stator

Fig. 2. In-rotor SPM motor model.

要素分割によって引き起誤差を回避するため,モデルは 粗い,細かい,超細かいメッシュで解析する.粗いメッシ ュの節点数 1,956,要素数 3,600,細かいメッシュの節点数 28,637,要素数 56,452,超細かいメッシュの節点数 46,957, 要素数 92,842.

4. 解析結果

(1) In-rotor SPM $\neq -$

図3に、In-rotor SPM モーターの有限要素メッシュ(粗い、 細かい、超細かい)を示す.図4に、補助溝ないモーターの ローター外側とステータ内側両方でトルクを集積して、計 算する。ここで、コギングトルクの正しさを確認した。

メッシュ分割から影響を減らすために、モデルは粗い、 細かい、超細かいッシュで解析する。計算結果を対比して、 図5に示す.



(a) rotor-coarse mesh



(b) rotor-fine mesh



(c) rotor-ultra fine mesh



(d) stator-coarse mesh



(e) stator-fine mesh



(f) stator- ultra fine mesh

Fig. 3. Mesh diagram.



Fig. 4. Torque comparison of stator and rotor



Fig. 5. Torque comparison of different mesh divisions

TABLE I ERROR COMPONENT OF COGGING TORQUE

	T(Mrotor, Mstator, Mmag)	T (Mrotor,0,0)	T(0,Mstator,0)	T(0,0,Mmag)	Tcor
Max	0.002727411	0.00000067	0.000030051	0.000017494	0.002722676
Min	-0.002735826	-0.00000066	-0.000026451	-0.000018588	-0.002734520

表1に、細かいメッシュを使用するモデルの誤差補正前 のコギングトルク、ローター側、ステータ側、永久磁石の 誤差成分、誤差補正後のコギングトルクを示す。永久磁石 の誤差が一番大きいことが分かる。誤差の値が小さいがコ ギングトルクの計算精度を向上することを確認した。

(2) Out-rotor SPM $\pm - 9 -$

図6に、Out-rotor SPM モーターの有限要素メッシュ(粗 い、細かい、超細かい)を示す.図7に、補助溝ないモータ ーのローター外側とステータ内側両方でトルクを集積し て、計算する。ここで、コギングトルクの正しさを確認し た。

メッシュ分割から影響を減らすために、モデルは粗い、 細かい、超細かいッシュで解析する。計算結果を対比して、 図8に示す.



(e) stator-fine mesh



(f) stator- ultra fine mesh

Fig. 6. Mesh diagram.



Fig. 7. Torque comparison of stator and rotor

メッシュ分割から影響を減らすために、モデルは粗い、 細かい、超細かいッシュで解析する。計算結果を対比して、 図8に示す.



Fig. 8. Torque comparison of different mesh divisions

表2に、細かいメッシュを使用するモデルの誤差補正前 のコギングトルク、ローター側、ステータ側、永久磁石の 誤差成分、誤差補正後のコギングトルクを示す。永久磁石 の誤差が一番大きいことが分かる。コギングトルクの計算 精度を向上することを確認した。

TABLE I I ERROR COMPONENT OF COGGING TORQUE

	T(Mrotor, Mstator, Mmag)	T(Mrotor,0,0)	T(0,Mstator,0)	T(0,0,Mmag)	Tcor
Max	0.007153	0.000018	0.000001	0.001740	0.005700
Min	-0.007558	-0.000476	-0.000007	-0.001886	-0.005573

5. まとめ

本論文で,コギングトルクの誤差成分を多段階に補正する 計算手法を提案し, IPM モーターへ適用した.本論文から 得られた結果を要約すると,以下のようになる.

- コギングトルク誤差成分を多段階に補正すること
 で、永久磁石からの誤差がトルクに影響が強い.
- (2) 今回の解析モデルに、In-rotor SPM モーターに対して、誤差が小さいが Out-rotor SPM モーターに対して、20%の誤差を補正して、コギングトルクの計算 精度を向上することになった。

謝辞

本稿で提案した誤差補正手法に対してご議論また,ご助 言を頂いた,指導教官の法政大学理工学部電気電子工学科 岡本吉史教授、先輩たち山下祐輝様、飯野智也様、研究室 の片山一哉様に厚く御礼申し上げます.

参考文献

- [1] 永友佑、本藤祐樹、工藤祐揮、森本慎一郎、小澤暁人:「地方 における雇用創出効果を考慮した 2050 年までの再生可能エ ネルギー発電の普及可能性」、日本エネルギー学会大会講演 要旨集, No. 29, pp. 174-175 (2020)
- [2] 竹内国貴:「電気自動車(EV)の現状と今後の展望」,電気
 設備学会誌,41 巻 5 号 pp. 271-275 (2021)
- [3] 安部秀紀,袈裟丸勝己,谷泰寛:「小型・高トルクモータの 設計による電動航空機の可能性と課題の研究」,電気関係学 会九州支部連合大会講演論文集,巻 06-2A-05 (2011)
- [4] 小林孝司,鈴木利文,佐藤和雄,李東偉:「小型・高効率の永 久磁石モータ」,最近の産業用モータドライブ機器とその応 用,pp.47-50 (2001)
- [5] 王本礼,李光友「永磁电机齿槽转矩的产生机理与抑制方法」, 电机技术, 2016,6, pp. 18-21,25 (2016)
- [6] 電磁界解析による回転機の実用性能評価技術調査委員会: 「電磁界解析による回転機の実用的性能評価技術」(2012)
- [7] 中田高義,高橋則雄,藤原耕二,森分俊雅:「電磁力解析用 改良エネルギー変位法の精度の検討」,計算電気・電子工学 シンポジウム論文集,13th,pp.107-112(1992))
- [8] J. L. Coulomb, "A Methodlogy for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torques and stiffness," *IEEE Trans. Magn.*, vol. MAG-19, no. 6, pp. 2514-2519, Nov. (1983)
- [9] 亀有昭久:「節点力法による電磁力解析」,静止器・回転機 合同研究会資料, SA-93-11, RM-93-49, pp. 95-104 (1993)

- [10] 回転機の三次元電磁界解析高度化調査専門委員会:「回転機の電磁界解析高度化技術」(2004)
- [11] 田島 文男, 宮下 邦夫, 伊藤 元哉, 田村 昭, 今野 猛夫:「有 限要素法による電磁界計算に基づくコギングトルク解析」, 電気学会技術報告, 電学論誌 D, 107, 5, pp. 635-641 (1987)
- [12] 中田高義,高橋則雄:「電気工学の有限要素法」,森北出版 株式会社 (1986)