

電磁界・三相交流回路強連成解析と数理計画法の併用による時間領域特性を考慮したIPMSMのトポロジー最適化に関する研究

片山, 一哉 / KATAYAMA, Kazuya

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学研究科編

(巻 / Volume)

63

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

8

(発行年 / Year)

2022-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00025325>

電磁界・三相交流回路強連成解析と 数理計画法の併用による時間領域特性を考慮した IPMSM のトポロジー最適化に関する研究

A STUDY ON TOPOLOGY OPTIMIZATION OF IPMSM WITH TIME DOMAIN CHARACTERISTIC USING
COMBINATION USE OF ELECTROMAGNETIC FIELD ANALYSIS STRONGLY COUPLED WITH
THREE-PHASE AC CIRCUIT AND MATHEMATICAL PROGRAMMING

片山 一哉

Kazuya KATAYAMA

指導教員 岡本吉史

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

Since the interior permanent magnet synchronous motor (IPMSM) is essential for the driving of the hybrid-car and electric vehicle, the design of highly efficient IPMSM is enthusiastically requested by the industrial world from the viewpoint of the carbon neutrality. Because many design parameters are included in designing IPMSM, it is difficult to automatically determine all parameters. Regarding the determination of motor structure, the optimization techniques are indispensable. The topology optimization has the affinity for the deriving the novel structure of IPMSM because the topology of IPMSM is directly set to the design parameter. Although the sensitivity analysis based on the adjoint variable method is frequently applied to the topology optimization of IPMSM to reduce the elapsed time in the magnetostatic field, the sensitivity calculation in nonlinear time domain has not been applied to the transient analysis of IPMSM from the viewpoint of the difficult implementation caused by the rotor rotation and change of electromagnetic field in time domain. In this paper, to consider the accurate effect of three-phase AC circuit to the electromagnetic field characteristics in the steady-state of IPMSM, the time domain adjoint variable method with the magnetic nonlinearity is proposed. Furthermore, its method is applied to the topology optimization of IPMSM to enhance the motor output under the condition that the input power is kept less than the specified value defined in the reference model of IPMSM.

Key Words : *IPM Motor, mathematical programming, time domain adjoint variable method, time domain characteristic, voltage driven*

1. はじめに

近年、地球温暖化を抑制するため、世界各国で、自動車や航空機等の様々な輸送機械の電動化が促進されている^[1]。その際、大出力・高効率化の観点から、内部埋込式永久磁石同期電動機 (IPMSM) が積極的に活用されており、IPMSM のさらなる高効率・大出力化の要請が高まっている。

IPMSM の設計パラメータは、フラックスバリア・永久磁石の位置・形状、駆動条件、電流位相角、鉄芯素材、応力耐性等、多岐にわたっており、様々な設計因子を考慮した設計手法の確立が求められている。そこで、形状最適化手法を活用した IPMSM の自動設計に関する研究

が報告されている^{[2], [3]}。これらの報告では、形状最適化手法を活用することで、実用的な IPMSM の構造が得られており、実設計の重要な指針となる。しかし、ロータ内部のフラックスバリア、あるいは永久磁石のトポロジーを固定した状態での最適化であるため、特性改善の余地が残されている。その一方、モータ構造をトポロジーとして捉えるトポロジー最適化は、永久磁石やフラックスバリア等の位置・形状が設計パラメータとなる。そのため、IPMSM の革新的な磁気回路構造を獲得できる可能性がある。

トポロジー最適化手法は、進化型アルゴリズム、あるいは勾配法を用いたアプローチに大別される。進化型ア

ルゴリズムを最適化手法に活用する場合、様々な目的関数・制約条件、NGnet^[4]等の関数を採用して材料の配置を限定する必要がある。その一方、随伴変数法^[5]に基づく感度（目的関数、制約条件の設計変数に関する勾配）解析を援用した密度法^{[6], [7]}では、収束が速く順解析が長期化する問題に対して親和性が高い。しかし、随伴変数法が必携であることから、IPMSMに対する密度法の報告例では、静磁界が主体的であり、電機子反作用の影響が小さい低速回転時に対して検討がなされている^[8]。実際に電動機が使用される場合、三相交流回路に接続され電圧源から入力されるため、誘導起電力を考慮しなければならない。そのため、三相電源との連携を考慮した感度解析を礎とした数理計画法によるトポロジー最適化手法の開発が必要になる。

そこで本論文では、文献[9]、[10]で提案されている磁界解析と単相電気回路の強連成解析に基づく時間領域随伴変数法を、IPMSMの磁界解析と三相電気回路の強連成解析へ拡張し、入力電圧、トルク脈動を制約条件として考慮したトポロジー最適化手法を提案する。提案手法を車載用 IPMSM モデル^[11]へ適用し、提案手法の有効性を考察する。

2. トポロジー最適化手法

(1) 電磁界・電気回路強連成解析

目的関数を評価するために、有限要素法を用いて電磁界・三相交流回路の強連成解析を行う。弱形式化された電磁界解析の支配方程式と三相交流回路方程式を次式に示す。

$$\begin{aligned} \Re_i = & \iint_{\Omega} \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right\} dS \\ & - \iint_{\Omega_m} v \left(M_x \frac{\partial N_i}{\partial y} - M_y \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) dS - \frac{n_u i_u(t) t_{zu}}{S_u} \iint_{\Omega_u} N_i dS \quad (1) \\ & - \frac{n_v i_v(t) t_{zv}}{S_v} \iint_{\Omega_v} N_i dS + \frac{n_w (i_u(t) + i_v(t)) t_{zw}}{S_w} \iint_{\Omega_w} N_i dS = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Re_{uw} = & e_{uw}(t) - (R_u + R_w) i_u(t) - R_w i_v(t) \\ & - \frac{l n_u t_{zu}}{S_u} \iint_{\Omega_u} \frac{\partial A_z(t)}{\partial t} dS + \frac{l n_w t_{zw}}{S_w} \iint_{\Omega_w} \frac{\partial A_z(t)}{\partial t} dS = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Re_{vw} = & e_{vw}(t) - (R_v + R_w) i_v(t) - R_w i_u(t) \\ & - \frac{l n_v t_{zv}}{S_v} \iint_{\Omega_v} \frac{\partial A_z(t)}{\partial t} dS + \frac{l n_w t_{zw}}{S_w} \iint_{\Omega_w} \frac{\partial A_z(t)}{\partial t} dS = 0 \quad (3) \end{aligned}$$

ここで、 N_i は形状関数、 v は磁気抵抗率、 A_z は z 方向成分の磁気ベクトルポテンシャル、 Ω は解析領域全域、 Ω_m は磁石領域、 Ω_u , Ω_v , Ω_w は各相のコイル領域、 n_u , n_v , n_w は各相のコイル巻数、 S_u , S_v , S_w は各相の一スロットあたりの面積、 i_u , i_v , i_w は各相に流れる電流、 l は積み厚、 t_{zu} , t_{zv} , t_{zw} は電流の z 方向成分の符号であり、1 または -1 を示す。また、 $\Re_{uw}$, $\Re_{vw}$ は $\Re_i$ に連立させる電

気回路方程式であり、 e_{uw} , e_{vw} は線間電圧、 R_u , R_v , R_w は各相の抵抗値である。(1) ~ (3) の方程式を連立した線形方程式は次式のようになる。

$$HX + G\dot{X} - F = 0 \quad (4)$$

ここで、 $X = \{A_z, i_u, i_v\}^T$, $\dot{X}$ は $\partial X / \partial t$, F は電圧源及び磁気ソースに基づく右辺ベクトルである。また、 H , G の各成分は次式のように定式化できる。

$$H = \begin{bmatrix} K & P_{i_u} & P_{i_v} \\ 0 & -(R_u + R_w) & -R_w \\ 0 & -R_w & -(R_v + R_w) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ P_{i_u}^T & 0 & 0 \\ P_{i_v}^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 K は剛性行列、 P は i の右辺ベクトル成分である。なお、(5), (6) 式より、 H , G は非対称行列となる。実際には、後退 Euler 法を適用後、電気回路方程式の両辺に時間刻み幅を乗じて、対称疎行列として (4) 式を解いている。

(2) 鉄芯構造のモデリング法

本論文では、最適化手法として最急降下法に基づく密度法 (DM) とレベルセット法 (LSM) の併用法 (DM-LSM)^[12]を使用する。設計領域内の材料密度を 0 から 1 の値とするために、(7) 式に示す 5 次関数で連続化へベイズド関数^[13]を用いて正規化を行う。

$$H(\phi) = \begin{cases} 0 & (\phi < -h) \\ \frac{3}{16} \left(\frac{\phi}{h} \right)^5 - \frac{5}{8} \left(\frac{\phi}{h} \right)^3 + \frac{15}{16} \left(\frac{\phi}{h} \right) + \frac{1}{2} & (-h \leq \phi \leq h) \\ 1 & (h < \phi) \end{cases} \quad (7)$$

ここで、 h は遷移幅である。磁気抵抗率 $\nu(\phi, |\mathbf{B}|)$ を (8) 式に示す。

$$\nu(\phi, |\mathbf{B}|) = (1 - H(\phi))\nu_0 + H(\phi)\nu_e(|\mathbf{B}|) \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{B}$ は磁束密度、 ν_0 は真空の磁気抵抗率、 $\nu_e(|\mathbf{B}|)$ は電磁鋼板の非線形磁気抵抗率を示す。

SDM-LS を用いたトポロジー最適化では、設計変数の更新式を次式に示す。

$$\phi^{(k+1)} = \phi^{(k)} + \alpha^{(k)} (\partial L / \partial \phi)^{(k)} \quad (9)$$

ここで、 $\alpha^{(k)}$ は設計の更新量を制御する変数、 L は次節にて記載する拡張ラグランジュ関数である。設計領域の有限要素節点で評価された設計感度 ($\partial L / \partial \phi$) を用いて更

新する. $\alpha^{(k)}$ は (10) 式のように定義される.

$$\alpha^{(k)} = \zeta^{(k)} h / \|\partial L / \partial \phi\|^{(k)}_{\infty} \quad (10)$$

ここで, $\zeta^{(k)}$ はムーブリミットを示している. これは, 目的関数の収束特性が振動した際, 次式に沿って更新することにより振動を抑制する.

$$\zeta^{(k)} = \begin{cases} \tau \zeta^{(k-1)} & (\delta W^{(k-1)} \delta W^{(k-2)} < 0) \\ \zeta^{(k-1)} & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (11)$$

ここで, τ は 1 未満のダンピング係数, $\delta W^{(k-1)}$ は $(k-1)$ 回目における目的関数の変化量を示す.

LS において, (9) 式に基づいて LS 関数を更新する場合, 符号付き距離関数の性質を失うため, $\|\text{grad } \phi^{(k)}\| = 1$ を満たすように初期化^[14]を行う必要がある.

(3) 拡張ラグランジュ乗数法

本論文では, 不等式制約条件の考慮法として拡張ラグランジュ乗数法^[11]を用いる. 不等式制約条件付き最適化問題を次式に示す.

$$\begin{aligned} \min. & W(\phi) \\ \text{s.t.} & g_i(\phi) \leq 0 \quad (1 \leq i \leq N_i) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで, $W(\phi)$ は目的関数, $g_i(\phi)$ は i 番目の不等式制約条件, N_i は不等式制約条件の個数である. 制約条件を考慮するため, 次式に示す拡張ラグランジュ関数を定義する.

$$L(\phi, t, \rho, y) = W(\phi) + \sum_{i=1}^{N_i} \left[\frac{1}{2\rho_i} \{ \max\{0, y_i + \rho_i(g_i(\phi) + t_i^2)\}^2 - y_i^2 \} \right] \quad (13)$$

ここで, 右辺第二項は不等式制約条件のペナルティ項を示す. パラメータ t_i , ρ_i , y_i は, それぞれ, i 番目の不等式制約条件に対する非負のスラック変数, ペナルティ係数, ラグランジュ乗数である.

(13) 式右辺第二項のパラメータ y_i , ρ_i は次式に基づいて更新される.

$$y_i^{(k+1)} = \max\{0, y_i^{(k)} + \rho_i^{(k)} g_i(\phi)\} \quad (14)$$

$$\rho_i^{(k+1)} = \gamma \rho_i^{(k)} \quad (15)$$

ここで, γ はペナルティ係数 ρ_i の更新量である. 次に, スラック変数 t に対する最小化を行うと次式が得られる.

$$t_i^2 = \begin{cases} -\frac{y_i}{\rho_i} - g_i(\phi), & (y_i + \rho_i g_i < 0) \\ 0, & (y_i + \rho_i g_i \geq 0) \end{cases} \quad (16)$$

よって, (16) 式よりスラック変数 t を導入した不等式制約条件は次式のようにになる.

$$g_i(\phi) + t_i^2 = \max\left\{g_i(\phi), -\frac{y_i}{\rho_i}\right\} \quad (17)$$

(4) 時間領域随伴変数法

本論文では, 磁界・三相電気回路強連成解析により目的関数を算出するため, 随伴変数法による設計感度解析を時間領域において導出する必要がある. (18) 式に目的関数を示す.

$$W = \int_0^{t_{\max}} w(\phi, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) dt \quad (18)$$

ここで, $t_{\max}$ は順解析の最終時刻ステップであり $w(\phi, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}})$ は時間によって変化する目的関数, $\mathbf{X}$, $\dot{\mathbf{X}}$ は有限要素法から得られた状態変数とその時間微分である. (18) 式の拡張目的関数を (19) 式のように定義する.

$$\overline{W} = \int_0^{t_{\max}} w(\phi, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) dt + \int_0^{t_{\max}} \{\lambda(t)^T (H\mathbf{X} + G\dot{\mathbf{X}} - \mathbf{F})\} dt \quad (19)$$

ここで, λ は随伴変数である. 時間領域随伴変数法 (TDAVM)^[15] において解くべき随伴方程式を (20), (21) 式に示す.

$$G^T \lambda(t_{\max}) = -\frac{\partial W}{\partial \dot{\mathbf{X}}} \Big|_{t=t_{\max}} \quad (20)$$

$$\left(H + \frac{\partial H}{\partial \mathbf{A}} \mathbf{A} \right)^T \lambda(t) - G^T \dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial w}{\partial \mathbf{X}} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial w}{\partial \dot{\mathbf{X}}} \right) \quad (21)$$

ここで, $\dot{\lambda}$ は $\partial \lambda / \partial t$, $\lambda(t_{\max})$ は終端時刻の随伴変数であり (20) 式から求められる. また, (21) 式は $\lambda(t_{\max})$ を終端値とした終端値問題である. それゆえ, (20), (21) 式を λ について連立して解く場合, ロータの回転方向は順解析時と逆方向となる. 結果 (20), (21) 式から求めた λ を (22) 式に代入することで設計感度を算出する.

$$\frac{\partial W}{\partial \phi} = \int_0^{t_{\max}} \left\{ \frac{\partial w}{\partial \phi} + \lambda(t)^T \left(\frac{\partial H}{\partial \phi} \mathbf{X} + \frac{\partial G}{\partial \phi} \dot{\mathbf{X}} - \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \phi} \right) \right\} dt \quad (22)$$

本論文では, 定常状態における設計感度を使用するため, 順解析の最終時刻ステップまでの設計感度を (20) ~ (22) 式より算出する. 次に, 過渡状態の最終時刻ステップまでの設計感度を (20) ~ (22) 式より算出し,

順解析の最終時刻ステップまでの設計感度から、過渡状態の最終ステップまでの設計感度を差し引くことにより、定常状態における設計感度を導出する。また、得られた感度は前進差分法と比較を行う。次式に前進差分法の式を示す。

$$\frac{\partial W}{\partial \phi} \approx \frac{W(\phi + \Delta\phi) - W(\phi)}{\Delta\phi} \quad (23)$$

ここで、 $\Delta\phi$ は設計変数の微小変動量である。

3. IPM モータの設計最適化モデル

(1) 解析モデル

図 1 に IPMSM の解析モデルを示す。図 1 (a) は文献 [11] を参考とした IPM モデルである。図 1 (b) は TDAVM の計算精度検証モデルである。ロータとステータのコア材料として、30JNE1500 を適用し、シャフトの比透磁率を 1,000 とした。図 1 (c) は最適化モデルである。ロータ部では設計変数の鏡面境界条件を適用するため、斜線で示された領域を実際の設計領域とする。また、ステータ部では半スロットの領域を基準とした鏡面境界条件を適用し、さらに、一スロット分の領域を基にした周期境界条件を適用するため、斜線で示された領域が実際の設計領域とする。図 1 (d) は IPMSM に接続する三相交流回路である。

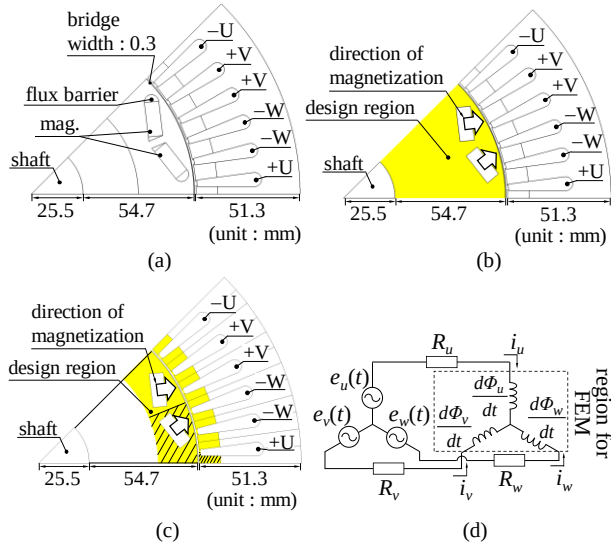


Fig. 1. Analysis model for IPMSM. (a) Reference model. (b) Sensitivity analysis model. (c) Optimization model. (d) Three-phase electric circuit.

(2) 最適化問題

本論文の設計目標は、目的関数に平均トルク最大化、制約条件に u 相電流実効値、トルク脈動とする。それゆえ、次式のように最適化問題を定式化できる。

$$\begin{aligned} \max. W(\phi, \mathbf{X}) &= t_a^{\text{steady}}(\phi, \mathbf{X}) \\ \text{s.t. } g_1 &= i_{urms}^2 - I_u^2 \leq 0 \quad \left(i_{urms}^2 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i_u(t)^2 dt \right) \\ g_2 &= t_{rip}^2 - T_{rip}^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

ここで $t_a^{\text{steady}}(\phi, \mathbf{X})$ は定常状態における平均トルクである。 i_{urms} は u 相電流実効値であり、 I_u は u 相電流実効値の指定値、 T は電流一周期の時刻、 t_0 は過渡状態の最終時刻、 t_{rip} はトルク脈動、 T_{rip} はトルク脈動の指定値である。

4. トポロジー最適化結果

計算機は CPU : Intel Core i7-9700K 3.6 GHz & Memory 32GB が搭載された PC を使用する。

(1) TDAVM による設計感度の妥当性検証

TDAVM による設計感度の妥当性を示すため、前進差分法 (FDM) により導出された設計感度と比較を行う。図 2 に感度解析より得られた感度分布を示す。図 2 (a) に FDM から得られた感度分布図を、図 2 (b) に TDAVM から得られた感度分布図を示している。図 2 の (a)、(b) ともに TDAVM から得られた設計感度分布と FDM から得られた設計感度分布はよく一致している。また、両手法の感度解析に必要な計算時間は、FDM では 232.98 h、TDAVM では 0.19 h となった。これより TDAVM による感度解析は精度よく、かつ高速で実行できていることが確認された。

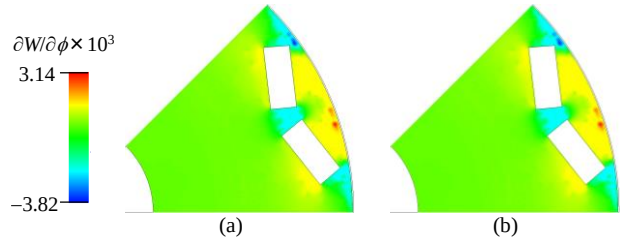


Fig. 2. Comparison of sensitivity analyses. (a) FDM. (b) TDAVM.

(2) 低速回転時におけるトポロジー最適化

ここでは、低速回転 (3500 rpm) 時の最適化を行う。表 1 に最適化パラメータを示す。ここで、 k_{DM} は DM の最大反復回数、 k_{LSM} は LSM の最大反復回数、 l は積み厚、 n_u 、 n_v 、 n_w は各相のコイル巻数、 $|\mathbf{M}|$ は装荷する永久磁石の磁化の大きさである。また、本節では、Reference モデルの各相に 100 Arms の電流が流れるように、各相の抵抗値を調節した。

表 2 に最適化条件を示す。ここで、case (a) では、 u 相電流実効値の制約を課した平均トルク最大化の最適化を、case (b) では、 u 相電流実効値の制約、トルク脈動の制約を課した平均トルク最大化の最適化を行った。

図 3 に、トポロジー最適化後の構造を示す。図 3 (a) に、表 2 case (a) の条件から得られた最適化構造を示す。

図 3 (b) に、表 2 case (b) から得られた最適化構造を示す。case (a), case (b) ともにトルクを上昇させるために磁石の両端にフラックスバリアが分布し、磁石間に d 軸磁束を強めるため空気層が得られている。また、ステータ部はエアギャップを狭めるように鉄ですべて埋まっている構造が得られた。

図 4 に最適化後のトルク波形を示す。case (a), case (b) ともに Reference の特性よりも上昇している。case (b) ではトルク脈動制約を課しているためトルク脈動が低減している。

図 5 にトルクおよび電流の収束特性を示す。実線は平均トルク、破線は u 相電流実効値を示している。制約を満たすように、振動しながら収束へ遷移していることが分かる。

図 6 に電流波形を示す。図 6 (a) に case (a) から得られる電流波形を示す。また、図 6 (b) に case (b) から得られる電流波形を示す。実線で示されている電流波形は、最適化構造に電圧源入力した場合の電流波形であり、破線で示されている電流波形は Reference に電圧源入力した場合の電流波形である。case (a), case (b) ともに電流制約を課しているため Reference と同等の電流が流れている。

表 3 に最適化結果を示す。目的関数として平均トルク最大化を定義しているため、case (a), case (b) ともに平均トルクは Reference より上昇している。また、case (a) では u 相電流の実効値制約条件を満たしており、case (b) では u 相電流の実効値およびトルク脈動の制約条件を満たしている。

(3) 高速回転時におけるトポロジー最適化

ここでは、高速回転 (6000 rpm) 時の最適化を行う。表 4 に最適化パラメータを示す。また、本節では、Reference モデルの各相に 134 Arms の電流が流れるように、各相の抵抗値を調節した。

表 5 に最適化条件を示す。ここで、case (c) では、 u 相電流実効値の制約を課した平均トルク最大化の最適化を、case (d) では、 u 相電流実効値の制約、トルク脈動の制約を課した平均トルク最大化の最適化を行う。

TABLE I OPTIMIZATION PARAMETER

k_{DM}	k_{LSM}	l [m]	n_u, n_v, n_w	$ M $ [T]	h [mm]	e_{wu}, e_{vw} [V]	f [Hz]	τ	$\zeta^{(0)}$
50	50	0.05	11	1.04	0.187	250	233.3	0.98	1.0

TABLE II OPTIMIZATION CONDITIONS

case	constraints	I_u [Arms]	T_{rip} [Nm]
(a)	$g_1 \leq 0$	100	–
(b)	$g_1 \leq 0, g_2 \leq 0$	100	10

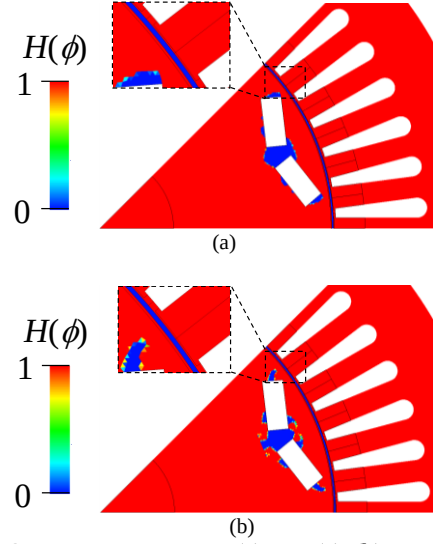


Fig. 3. Optimization structure. (a) case (a). (b) case (b).

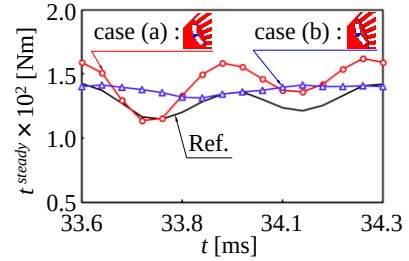


Fig. 4. Torque characteristics.

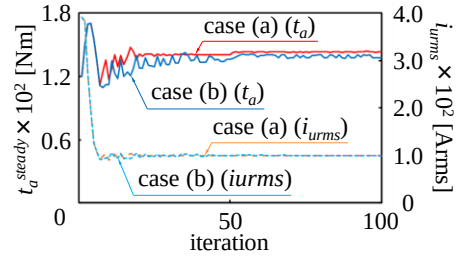


Fig. 5. Convergence characteristics.

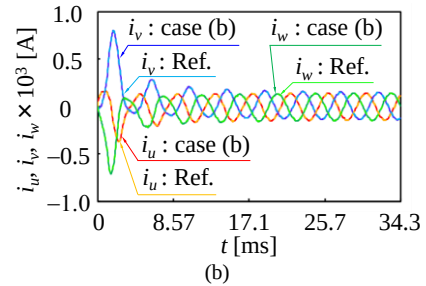
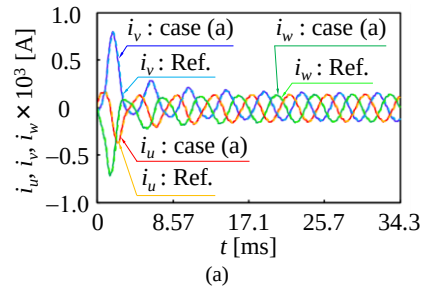


Fig. 6. Current characteristics. (a) case (a). (b) case (b).

TABLE III OPTIMIZATION RESULTS

model	constraint	t_d [Nm]	t_{rip} [Nm]	i_{urms} [Arms]	elapsed time [h]
Reference	—	128.7	27.35	99.8	—
case (a)	$g_1 \leq 0$	142.9	48.61	99.9	42.08
case (b)	$g_1 \leq 0, g_2 \leq 0$	137.8	9.664	99.8	46.54

図 8 に、トポロジー最適化後の構造を示す。図 8 (a) に、表 5 case (c) の条件から得られた最適化構造を示す。図 8 (b) に表 5 case (d) にて得られた最適化構造を示す。低速回転と比べ磁石間に鉄芯が分布している。これは、回転数が増加したことにより、電機子反作用の影響を低減するため d 軸磁束を弱めているためだと考えられる。また、ステータ部はエアギャップを狭めるように鉄ですべて埋まっている構造が得られた。

図 9 に最適化後のトルク波形を示す。case (c)、case (d) ともに Reference の特性と同程度であり、case (d) ではトルク脈動制約を課しているためトルク脈動が低減している。

図 10 にトルクおよび電流の収束特性を示す。実線は平均トルク、破線は u 相電流実効値を示している。制約が入るため振動しながら収束へ遷移していることが分かる。

図 11 に電流波形を示す。図 11 (a) に case (c) から得られる電流波形を示す。また、図 11 (b) に case (d) から得られる電流波形を示す。実線で示されている電流波形は、最適化構造に電圧源入力した場合の電流波形であり、破線で示されている電流波形は Reference に電圧源入力した場合の電流波形である。case (c)、case (d) ともに電流制約を課しているため Reference と同等の電流が流れている。

表 6 に最適化結果を示す。case (c) において、平均トルクは Reference よりも増加し、 u 相電流実効値の制約も満たしている。また、case (d) において、平均トルクは Reference と同等になり、 u 相電流実効値の制約条件を満たしている。しかしトルク脈動の制約条件を満たしていない。これは、最適化反復が短いためだと考えられる。

TABLE IV OPTIMIZATION PARAMETER

k_{DM}	k_{LSM}	l [m]	n_u, n_v, n_w	M [T]	h [mm]	e_{wu}, e_{vw} [V]	f [Hz]	τ	$\zeta^{(0)}$
50	50	0.05	11	1.04	0.187	350	400	0.98	1.0

TABLE V OPTIMIZATION CONDITIONS

case	constraints	I_u [Arms]	T_{rip} [Nm]
(c)	$g_1 \leq 0$	134	—
(d)	$g_1 \leq 0, g_2 \leq 0$	134	10

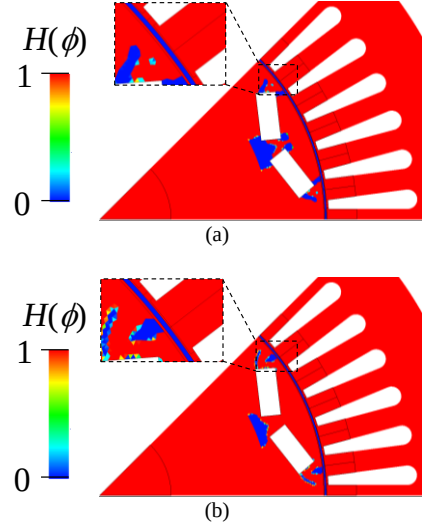


Fig. 8. Optimization structure. (a) case (c). (b) case (d).

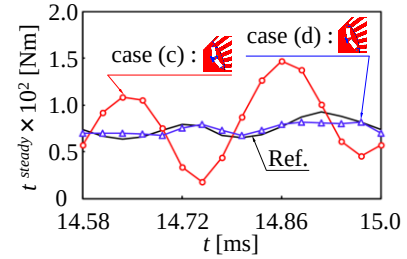


Fig. 9. Torque characteristics.

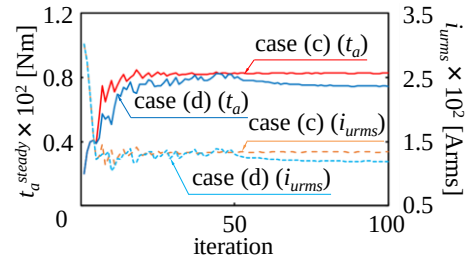


Fig. 10. Convergence characteristics.

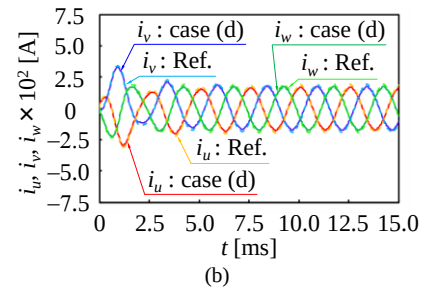
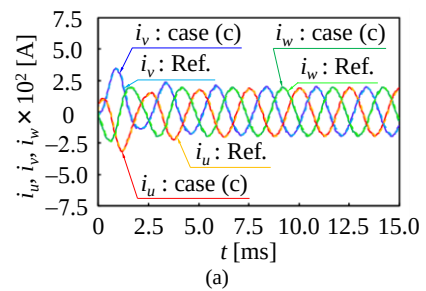


Fig. 11. Current characteristics. (a) case (c). (b) case (d).

TABLE VI OPTIMIZATION RESULTS

model	constraint	t_a [Nm]	t_{rip} [Nm]	i_{urms} [Arms]	elapsed time [h]
Reference	–	75.15	28.80	132.3	–
case (c)	$g_1 \leq 0$	82.63	129.1	133.9	35.69
case (d)	$g_1 \leq 0, g_2 \leq 0$	74.55	14.58	119.0	35.41

5. まとめ

本論文では、磁界・三相電気回路強連成解析により回路特性を考慮した条件下で時間領域随伴変数法を用いた密度法とレベルセット法の併用に基づくポロジ-最適化を行った。本論文から得られた結果を要約すると、以下のようになる。

- (1) 磁界・三相電気回路強連成解析に基づく時間領域随伴変数法による定常状態における設計感度解析結果は前進差分法から得られた設計感度と一致しており、その妥当性が確認できた。また、感度解析に必要な計算時間は時間領域随伴変数法の方が、差分法と比べ高速で解析できている。
- (2) 3,500 rpm 運転時において、目的関数に平均トルク最大化、制約条件に u 相電流実効値とトルク脈動制約とした最適化を行った。その結果、Reference の解析条件としている入力電力と同程度の入力電力に対し、トルク特性が向上した構造が得られた。
- (3) 6,000 rpm 運転時において、目的関数に平均トルク最大化、制約条件に u 相電流実効値とトルク脈動制約とした最適化を行った。結果、Reference の解析条件としている入力電力と同程度の入力電力に対し、Reference と同等のトルク特性が得られた。

参考文献

- [1] リラクタンストルク応用電動機の技術に関する調査専門委員会：「リラクタンストルク応用モータ」，電気学会 (2016)
- [2] K. Yamazaki, and Y. Kato, “Optimization of high-speed motors considering centrifugal force and core loss using combination of stress and electromagnetic field analyses,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, pp. 2181-2184, May 2013.
- [3] K. Yamazaki, M. Kumagai, T. Ikemi, and S. Ohki, “A novel rotor design of interior permanent-magnet synchronous motors to cope with both maximum torque and iron-loss reduction,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 49, no. 6, pp. 2478-2486, Nov. 2013.
- [4] S. Sato, T. Sato, and H. Igarashi, “Topology optimization of synchronous reluctance motor using normalized gaussian network,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 3, Art. ID 8200904, Mar. 2015.
- [5] I.-H. Park, B.-T. Lee, and S.-Y. Hahn, “Design

sensitivity analysis for nonlinear magnetostatic problem using finite element method,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 28, no. 2, pp. 1533-1536, Mar. 1992.

- [6] Y. Yamashita, and Y. Okamoto, “Design optimization of synchronous reluctance motor for reducing iron loss and improving torque characteristics using topology optimization based on level-set method,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 56, no. 2, Mar. 2020. Art. ID 7510704.
- [7] J.-K. Byun, J.-K. Lee, I.-H. Park, H.-B. Lee, K. Choi, and S.-Y. Hahn, “Inverse problem application of topology optimization method with mutual energy concept and design sensitivity,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1144-1147, Jul. 2000.
- [8] Y. Hidaka, T. Sato, and H. Igarashi, “Topology optimization method based on on-off method and level set approach,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, Feb. 2015 Art. ID 7015204.
- [9] I.-H. Park, I.-G. Kwak, H.-B. Lee, K.-S. Lee, and S.-Y. Hahn, “Optimal design of transient eddy current systems driven by voltage source,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 33, no. 2, pp. 1624-1629, Mar. 1997.
- [10] 片山一哉，山下祐輝，山野真輝，岡本吉史：「時間領域随伴変数法を用いた磁界・電気回路強連成解析における設計感度解析に関する検討」，電気学会全国大会，WEB24-B1, 5-121 (2021)
- [11] 浅野能成：「高効率モータ用磁性材料技術研究組合におけるモータ解析・設計の取り組み」，JSOL CORPORATION，JMAG Users Conference (2019)
- [12] 山下祐輝，子田陸，片山一哉，岡本吉史：「密度法・レベルセット法の段階的使用による IPM モータのマルチマテリアル構造最適化」，*IEEJ Trans. IA*, vol. 141, no. 9, pp. 729-737 (2021)
- [13] J. A. Sethian, and A. Wiegmann, “Structural boundary design via level set and immersed interface method,” *J. Comp. Phys.*, vol. 163, no. 2, pp. 489-528, Nov. 1999.
- [14] S. Yamasaki, S. Nishiwaki, T. Yamada, K. Izui, and M. Yoshimura, “A structural optimization method based on the level set method using a new geometry-based re-initialization scheme,” *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 83, pp. 1580-1624, Mar. 2010.
- [15] I.-H. Park, I.-G. Kwak, H.-B. Lee, S.-Y. Hahn, and K.-S. Lee, “Design sensitivity analysis for transient eddy current problems using finite element discretization and adjoint variable method,” *IEEE Tran. Magn.*, vol. 32, no. 3, pp. 1242-1245 (1996).

研究業績

A. 国際会議論文 (査読無し，○印：発表者)

- [1] ○K. Katayama, M. Yamano, Y. Okamoto, “Sensitivity

Analysis Using Time Domain Adjoint Variable Method for Topology Optimization of IPM Motor Supported by Finite Element Analysis Coupled with Three-phase Voltage Source,” *The 23rd International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG 2021)*, OC2-447, Cancun, Mexico, Jan. 2022.

B. 口頭発表論文（査読無し、○印：発表者）

- [1] ○片山一哉，山野眞輝，岡本吉史：「時間領域随伴変数法を用いた磁界・電気回路強連成解析における設計感度解析に関する検討」，令和3年電気学会全国大会講演文集，WEB，2021年3月
- [2] ○片山一哉，山野眞輝，岡本吉史：「電磁界・三相交流回路強連成解析に基づく時間領域随伴変数法を用いたIPMモータのトポロジー最適化」，電気学会静止器・回転機合同研究会資料，SA-21-073/RM-21-094，2021年9月
- [3] ○片山一哉，山下祐輝，山野眞輝，岡本吉史：「電磁界・三相交流回路強連成解析と数理計画法の併用による時間領域を考慮したIPMSMのトポロジー最適化」，電気学会静止器・回転機合同研究会資料，SA-22-020/RM-22-020，2022年3月発表予定