

Permutation Binary Neural Networksにおける周期軌道の解析

UDAGAWA, Hotaka / 宇田川, 穂高

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学研究科編

(巻 / Volume)

63

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

2

(発行年 / Year)

2022-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00025318>

Permutation Binary Neural Networks における 周期軌道の解析

ANALYSIS OF PERIODIC ORBITS IN PERMUTATION BINARY NEURAL NETWORKS

宇田川穂高

Hotaka UDAGAWA

指導教員 斎藤利通

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

This paper studies permutation binary neural networks characterized by local binary connection, global permutation connection and the signum activation function. The networks are simple in structure, are easy to implement, and can generate various binary periodic orbits. In order to analyze the dynamics, we define two feature quantities that evaluate complexity and stability of the periodic orbits. Using the feature quantities, we have analyzed the 6-dimensional networks. Typical periodic orbits are confirmed experimentally.

Key Words : Neural Networks, Periodic orbits, Stability.

1. はじめに

Permutation Binary Neural Network (PBNN)は、2 値局所結合と大域置換結合、シグナム活性化関数で記述される簡素なリカレントニューラルネットワークであり、様々な 2 値周期軌道を生成できる。PBNN は精密な解析や FPGA によるハードウェア実装に適している[1]。工学的応用としてスイッチング回路の制御信号、歩行ロボットの制御、リザーバコンピューティングなどがある[2]-[4]。

2 つの簡素な特徴量を定義して解析を行う。PBNN は複数の BPO を生成するがここでは周期が最大となる BPO に着目して考える。1 つ目は BPO の複雑さを評価するもので、2 つ目は安定性の評価である。この 2 つの特徴量を用いて 6 次元 PBNN の数値実験を行う。

2. Permutation Binary Neural Networks

(1) Permutation Binary Neural Networks

N 次元 PBNN の動作は次の差分方程式で記述される。

$$\begin{aligned} x_i^{t+1} &= F(w_a x_{\sigma(i)-1}^t + w_b x_{\sigma(i)}^t + w_c x_{\sigma(i)+1}^t) \\ \sigma &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & N \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \cdots & \sigma(N) \end{pmatrix} \\ F(X) &= \begin{cases} +1 & \text{for } X \in \{+1, +3\} \\ -1 & \text{for } X \in \{-1, -3\} \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

ただし $x_i^t \in \{-1, +1\}$, $i \in \{1, \dots, N\}$ である。 x_i^t は離散時刻 t における i 番目の状態であり、 $x_{-1}^t \equiv x_N^t$, $x_{N+1}^t \equiv x_1^t$ である。図 1 はネットワーク図である。 w_a, w_b, w_c は 2 値局所結合であり、 σ は置換結合である。このネットワークの結合は結合行列 $W \equiv (w_{ij})$ にまとめられる。

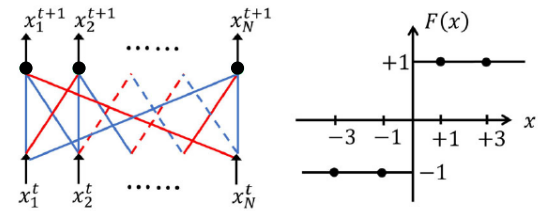


図 1 PBNN のネットワークとシグナム活性化関数

(2) デジタルリターンマップ

ここで、式(1)を $x^{t+1} = F_D(x^t)$ と略記する。ただし $x^t \equiv (x_1^t, \dots, x_N^t) \in B^N$ である。初期値に対してフィードバックをかけることで PBNN は 2 値状態ベクトル $\{x^1, x^2, x^3, \dots\}$ を生成する。PBNN の動作を視覚化するために、デジタルリターンマップ(Dmap)を導入する。PBNN の領域は 2 値ベクトル B^N の集合で、 2^N 個の点が存在する。

$$L_N \equiv \{c_1, \dots, c_{2^N}\}, c_i = \frac{i}{2^N} \equiv h(b_i), b_i \in B^N \quad (2)$$

ただし、 $1/2^N$ から $2^N/2^N$ まで B^N の要素の 2^N と対応している。PBNN の動作は Dmap 上の L_N にまとめられる。

$$\theta^{t+1} = f(\theta^t), \theta^t \in L_N, f(\theta) \equiv h \circ F_D \circ h^{-1}(\theta) \quad (3)$$

L_N の点は有限個存在するため、Dmap の状態は必ず次のような周期軌道になることが決まっている。ある点 $\theta_p \in L_D$ が $f^p(\theta_p) = \theta_p$ を満たし $f(\theta_p)$ から $f^p(\theta_p)$ まで全て違う

時, θ_p は周期 p の周期点と呼ぶ. ただし, f^k は f の k 回写像である. また周期点の系列 $\{f(\theta_p), \dots, f^p(\theta_p)\}$ を周期軌道(BPO)と呼ぶ. ここでは簡素化のために BPO の中でも最長となる最長周期軌道(MBPO)に焦点をあてる.

(3) 特徴量

1 つ目の特徴量は次のような式で与えられる.

$$\alpha = \frac{\text{MBPO の周期}}{2^N} \quad (4)$$

ただし, $1/2^N \leq \alpha \leq 1$ である. α は周期の複雑さを評価するものである. 2 つ目の特徴量は次式で与えられる.

$$\beta = \frac{\text{\#MBPO に落ち込む初期値の数}}{2^N} \quad (5)$$

ただし, $1/2^N \leq \beta \leq 1$ である. β は MBPO の安定性を評価している. 図 2 (a) の結合行列は次式で記述される.

$$W_1 = \begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & +1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

この PBNN は AC/DC コンバータの制御信号と対応する次の 6 周期 MBPO($\alpha = 6/64, \beta = 12/64$) を生成する[1].

表 1 AC/DC コンバータの制御信号						
z^1	(+1,	-1,	-1,	-1,	+1,	+1)
z^2	(+1,	+1,	-1,	-1,	-1,	+1)
z^3	(+1,	+1,	+1,	-1,	-1,	-1)
z^4	(-1,	+1,	+1,	+1,	-1,	-1)
z^5	(-1,	-1,	+1,	+1,	+1,	-1)
z^6	(-1,	-1,	-1,	+1,	+1,	+1)

図 2 (b) の結合行列は次のように記述される.

$$W_2 = \begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 \\ 0 & +1 & +1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

この PBNN の MBPO は 20 周期であり, 安定性も非常に強い($\alpha = 20/64, \beta = 62/64$).

3. むすび

PBNN の現象解析を行った. 結合により PBNN は様々な BPO を生成できることが分かった. 今後の課題として, 高次元 PBNN の解析や工学的応用などが挙げられる.

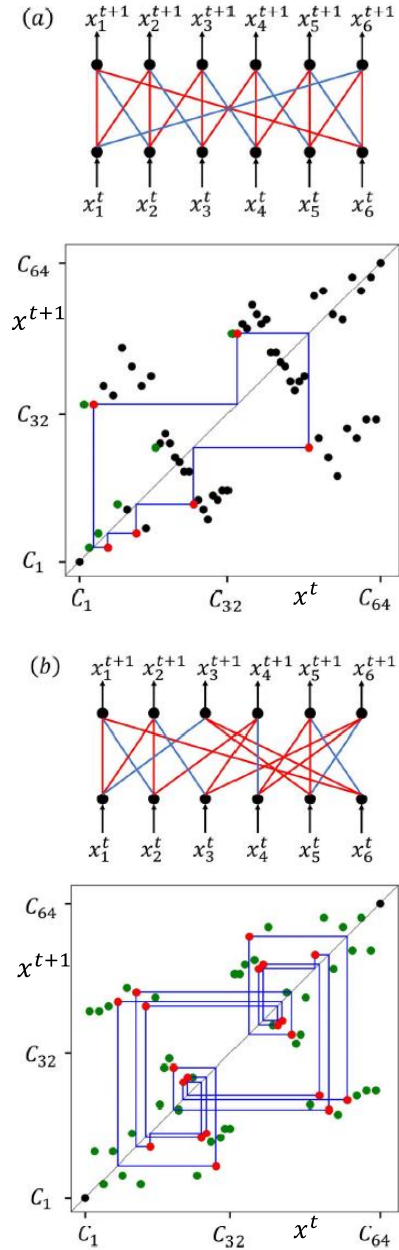


図 2 Dmap の典型例. 赤が MBPO で緑が MBPO に落ち込む点. (a) W_1 による 6 周期. (b) W_2 による 20 周期.

参考文献

- 1) H. Udagawa and T. Saito, Analysis of periodic orbits in cellular binary neural networks, Proc. IEEE/CNNA, 2021.
- 2) W. Holderbaum, Application of neural network to hybrid systems with binary inputs, IEEE Trans. Neural Netw., 18, 4, pp. 1254-1261, 2007.
- 3) C. S. Mendes, I. Bartos, T. Akay, S. Marka and R. S. Mann, Quantification of gait parameters in freely walking wild type and sensory deprived *Drosophila melanogaster*, eLife 2013(2) (2013) Article number e00231.
- 4) G. Tanaka, T. Yamane, J. B. Héroux, R. Nakane, N. Kanazawa, S. Takeda, H. Numata, D. Nakano and A. Hirose, Recent advances in physical reservoir computing: a review, Neural Networks, 115, pp. 100-123, 2019.