

引張破壊エネルギーを考慮したハイブリッド型ペナルティ法によるコンクリート構造の離散化解析法に関する研究

上林, 厚志 / KAMBAYASHI, Atsushi

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

99

(発行年 / Year)

2022-03-24

(学位授与番号 / Degree Number)

32675甲第548号

(学位授与年月日 / Date of Granted)

2022-03-24

(学位名 / Degree Name)

博士(工学)

(学位授与機関 / Degree Grantor)

法政大学 (Hosei University)

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00025231>

法政大学学位申請論文

引張破壊エネルギーを考慮したハイブリッド型
ペナルティ法によるコンクリート構造の
離散化解析法に関する研究

上 林 厚 志

目次

第1章 序論	[1]
1.1 本研究の背景と目的	1
1.2 既往の研究	3
1.2.1 ひび割れ計算手法の研究	3
1.2.2 ひび割れ破壊エネルギーの研究	8
1.3 本論文の構成と内容	11
第2章 基礎方程式と荷重制御による材料非線形解析法	[13]
2.1 はじめに	13
2.2 支配方程式とハイブリッド型仮想仕事の原理	14
2.3 HPM を用いた荷重制御による材料非線形解析法	20
2.3.1 荷重増分法	20
2.3.2 計算フロー	22
2.4 まとめ	27
第3章 破壊エネルギーを考慮した変位制御による材料非線形解析手法	[28]
3.1 はじめに	28
3.2 HPM を用いた変位制御によるひび割れ解析手法の開発	29
3.2.1 はじめに	29
3.2.2 計算フロー	30
3.2.3 変位制御点のペナルティ行列	32
3.2.4 変位制御点の外力項	32
3.2.5 変位制御点に対する r_{min} 法	34
3.2.6 節点反力の計算	35
3.2.7 構成モデルとひび割れ破壊エネルギーの考慮	36
3.3 コンクリートの引張破壊エネルギーを考慮しない場合の解析	40
3.3.1 少数要素分割によるひび割れ進展解析の検証	40

3.3.2	デローニ三角要素分割によるひび割れ進展解析の検証	44
3.4	コンクリートの引張破壊エネルギーを考慮した解析	46
3.4.1	HPMによるひび割れ解析が要素寸法の影響を受けないことの確認	46
3.4.2	破壊エネルギーを変えた場合の適用性の検討	49
3.4.3	曲げ引張実験のシミュレーション解析	50
3.5	まとめ	52
第4章	ひび割れ計算手法の適用性の確認	[53]
4.1	はじめに	53
4.2	引張破壊エネルギーを求める実験結果	54
4.2.1	実験概要	54
4.2.2	実験装置と計測項目	54
4.2.3	実験変数（支持部の滑り）と試験体記号	57
4.2.4	実験結果	59
4.3	曲げ引張破壊実験のシミュレーション解析	77
4.3.1	解析概要	77
4.3.2	材料定数と解析モデル	78
4.3.3	解析結果と実験値の比較	79
4.4	既往の研究における実験結果と解析結果の比較	83
4.4.1	解析概要	83
4.4.2	解析結果と実験値の比較	83
4.5	鉄筋コンクリート部材破壊解析への適用性の検討	85
4.5.1	適用する鉄筋コンクリート部材の想定	85
4.5.2	解析概要	85
4.5.3	解析結果と実験値の比較	87
4.6	まとめ	89
第5章	結論	[90]
5.1	本研究で得られた成果	90
5.2	今後の研究課題	92
参考文献		[93]
謝辞		[98]

第1章 序 論

1.1 本研究の背景と目的

1993年の国際原子炉構造工学会議 (SMiRT 12, Stuttgart) において有限要素法 (FEM: Finite Element Method) を用いた衝撃解析コード DYNA-3D に鉄筋コンクリートの構成モデルを適用した解析結果[1]を発表したところ、「このひび割れモデルは要素分割に依存するがそれをどう評価しているのか?」と質問され、要素寸法に依存することは知ってはいたが、どう評価したらよいかまで考察したことがなかった著者はその答えに窮した覚えがある。ずいぶん昔のことであるので記憶があいまいだが、質問の主は分布ひび割れ研究[2]の第一人者の Bazant 教授であったと記憶している。その後、鉄筋コンクリート壁の解析に同様の構成モデルを適用したが、要素分割を材料試験の 20 cm 程度と限定して要素分割の影響を回避していた。現業において同じ構成モデルを使い、ひび割れ剛性低下を考慮した解析を行うようになり、現在よりもはるかに計算能力の低いコンピュータを用いていたため、原子力発電所建屋等の建物全体を 20 cm の要素に分割するわけにもいかず、要素の大きさが数 m 程度の要素分割を用いることもあった。要素分割が小さくなるとひび割れによる剛性低下を過小評価することはあるが、要素分割が大きい場合にはひび割れ後の剛性低下を大きめに評価するので安全側であると考えて適用していた。しかしながら、解析結果からひび割れ幅を推定するのに節点変位と平均ひび割れ間隔から推定するしか方法がなく、安全を見て推定したひび割れ幅は 1.5 倍して評価していたが、FEM による分布ひび割れモデルを用いた解析でひび割れ幅を高精度に予測することには限界を感じていた。その後、分布ひび割れモデルではひび割れ破壊エネルギーと要素特性長さをを用いて要素寸法依存を少なくした解析が一般的になったが、ひび割れ幅の問題は解決していない。

ひび割れを評価する方法には分布ひび割れモデルの他、離散ひび割れモデルを用いる方法もある。この方法の一つとして、剛体バネモデル (RBSM: Rigid Body Spring Model) [3] を挙げることができる。RBSM では要素間でひび割れを表現するため、実験で得られた結合力 (応力) とひび割れ幅の関係を要素間に適用している。しかし、RBSM では要素を剛体と仮定しているため、要素間の相対変位をひび割れ幅とみなすには要素変形がひび割れ幅に比べて極めて小さい必要がある。そうでない場合、要素変形を推定して要素間変位から差し引くことで対応可能であるが、いずれにしても要素寸法が関係するため扱いが煩雑になることが予想される。

一方、RBSMと同様に離散ひび割れを評価できる手法の一つとして、ハイブリッド型ペナルティ法（HPM: Hybrid-type Penalty Method）[4][5]がある。HPMは、変形が許容された離散体（部分領域）をペナルティ関数で接続しており、離散ひび割れの発生はペナルティの消滅というシンプルな手法で評価することができる。また、HPMは部分領域に変形体を仮定しているため、離散ひび割れが発生する直前までの連続体の変形精度がよく、FEMと同等の精度を有している。さらに離散ひび割れ発生後も、ひび割れに接する部分領域の弾性変形を考慮できるため、ひび割れ幅を正しく評価できるものと推測できる。

HPMによる鉄筋コンクリートの解析手法として、荷重制御による手法が開発されている[6]。この手法によれば、最大荷重時までの解析を精度良く行うことが可能である。しかし、荷重制御では、無筋コンクリートのひび割れ進展解析や鉄筋コンクリート部材の最大荷重以降のポストピーク現象を解析することはできない。これらの現象を解析するためには変位制御の導入が必要である。しかし、HPMでは強制変位点に値の大きなペナルティ関数を配置しているため、一般的な変位制御では荷重項に大きな値が入り解析が困難である。

そこで、本論文では、この問題を解決し、コンクリートのひび割れ進展を精度よく解析することを目的として、HPMにおける新しい変位制御解析手法を開発し、コンクリートの引張破壊エネルギー（ G_f ）[7][8]を考慮した解析を導入するとともに、ひび割れ進展解析を行うことにより鉄筋コンクリート造への適用性を検証する。

1.2 既往の研究

1.2.1 ひび割れ計算手法の研究

(1) 歴史と概要

鉄筋コンクリート構造物を対象とした数値解析法としては FEM が最も一般に用いられている。FEM を用いた鉄筋コンクリートの解析は 1967 年 Ngo と Scordelis による鉄筋コンクリート梁の解析[9]が最初といわれている。この解析では図-1.2.1 に示すように、ひび割れ経路をあらかじめ想定し、その部分を 2 重節点としてひび割れ後の解析を行う。

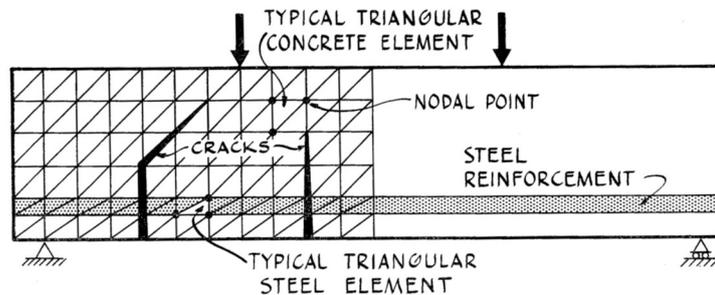


図-1.2.1 Ngo の鉄筋コンクリート梁の解析[9]

その後、FEM では鉄筋が要素内に分布していることを前提に要素内でひび割れを扱うモデル、すなわち「分布ひび割れモデル」を用いた解析が一般的となる。この分布ひび割れモデルを用いた解析では、図-1.2.2 に示す Tension-stiffening モデルが用いられた。

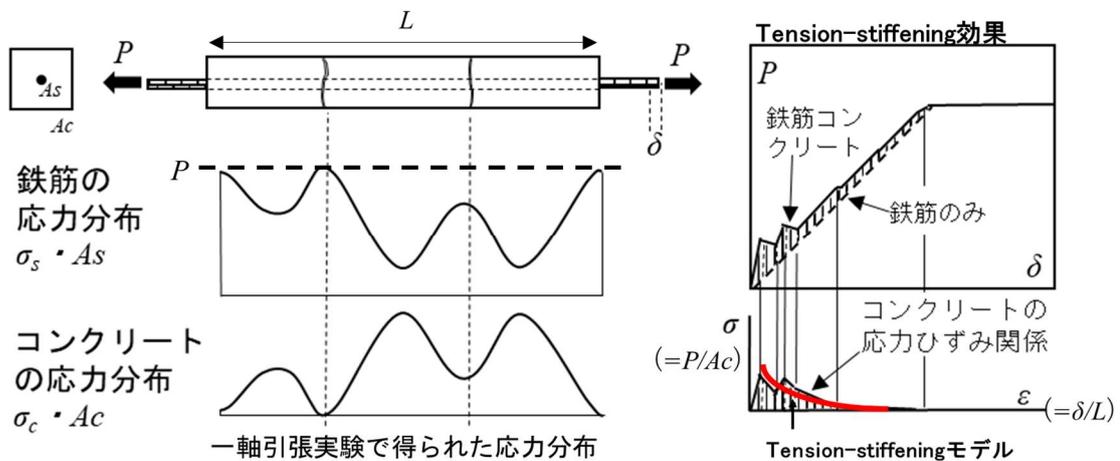


図-1.2.2 鉄筋の付着による応力分布と Tension-stiffening モデル
(鉄筋コンクリートの一軸引張実験[10]を参考に作成した模式図)

ひび割れが発生した鉄筋コンクリートでは、鉄筋とコンクリートとの間に付着が存在するため、コンクリートは引張力の一部を負担する[11]。これを Tension-stiffening 効果と呼び、この付着によるコンクリートの応力負担分をひび割れ後のコンクリート応力に持たせたのが Tension-stiffening モデル[12]である。このモデルが用いられたのは当時（1980 年代）壁式構造の解析を行うため鉄筋コンクリートの平板実験が国内外で盛んにおこなわれた[13]という事情もある。

1995 年の阪神淡路大震災を契機に性能規定型設計を目指すことになり、終局限界状態を評価する必要性から、実験的にも解析においても最大荷重以降の挙動（ポストピーク挙動）に着目した研究が進展した[14]。

2003 年にはコンクリート構造物のポストピーク挙動をまとめた委員会報告書[14]が出版された。この報告書では、部材実験結果と解析手法の現状について詳細にまとめられており、コンクリートのひび割れ破壊エネルギーを考慮する手法のほかに、圧縮破壊エネルギーや破壊の局所化、内部エネルギーによる進行性破壊やスナップバック等の現象についても詳しく述べられている。

近年では 2016 年に RC 構造のせん断問題に関するコロキウムが開催され、平均化損傷指標を用いた要素寸法依存性を低減した普遍的な指標が示された[15][16]。また、2018 年に強非線形問題の理論と応用小委員会報告会シンポジウムにおいて、最新の鉄筋コンクリート材料構成モデルのまとめと、ひび割れを横切る鉄筋の付着応力を分配する手法により、分布ひび割れモデルを用いながら離散的なひび割れを表現する分散ひび割れモデル[17][18]も提案されている。

(2) 分布ひび割れモデル

分布ひび割れモデルは 1968 年に Rashid により提案された、FEM の要素内部における応力評価点（積分点）に対する応力ひずみ関係でひび割れを表すモデルである[19]。また、Franklin[20]は 1970 年にひび割れを要素の最大主応力方向に垂直に起こると仮定した分布ひび割れモデルを用い、梁の解析を行っている。以降、1970 年代～1980 年代にかけて実施された平板実験[13][21]に基づき、ひび割れ後にせん断剛性が低下するモデルを含む構成モデルが開発され、現在に至るまで多くの FEM 非線形解析が行われている[13][15][22]～[26]。図-1.2.3 に鉄筋コンクリート積層要素に用いられた構成モデルの一例を示す。1980 年代にはひび割れ後の引張軟化領域に応力-ひずみ曲線を用いる場合に要素寸法依存性があることが指摘され、これを解消するために破壊力学の立場から Hillerborg[27]や Bazant[2]等によって仮想ひび割れモデル (FCM) やひび割れ帯モデル (CBM) が提案された。その後、商用コードにも等価要素長を用いて要素寸法依存性を解消する手法[14]等が用いられており、近年では、破壊力学に基づく損傷モデルを用いて FEM 解析によりひび割れの進展を解析する研究[28][29]も行われている。

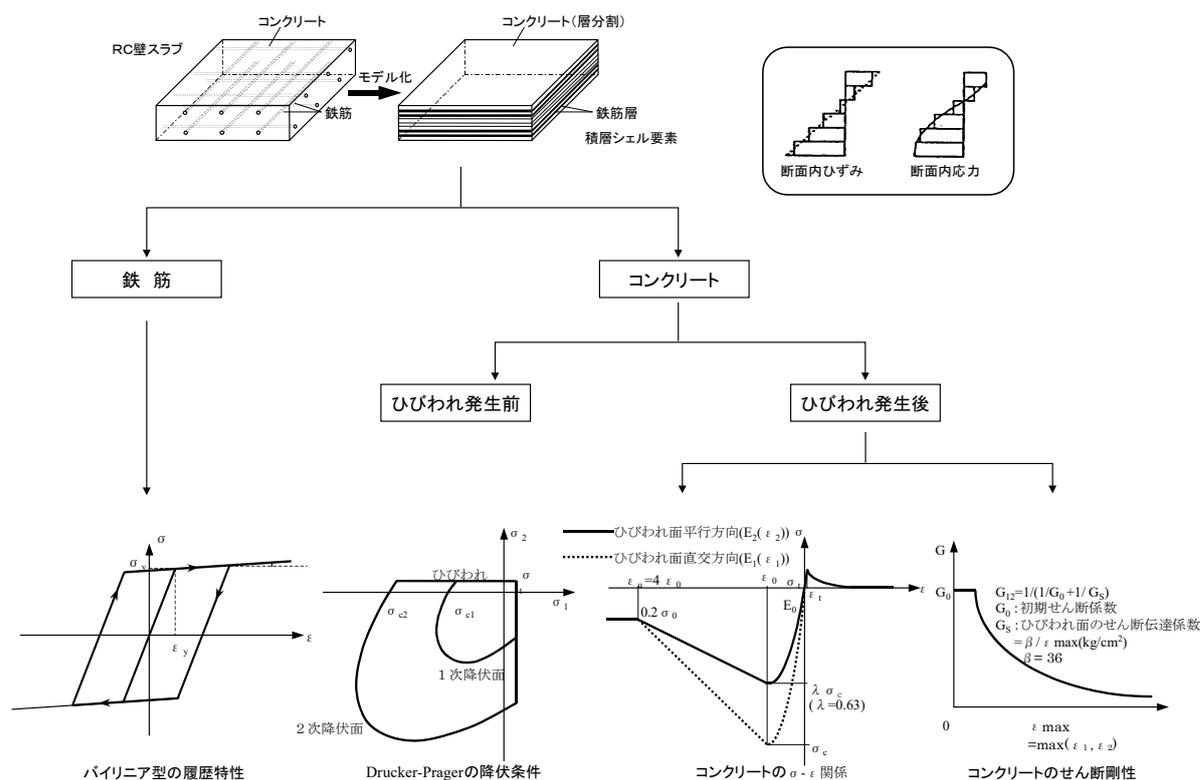


図-1.2.3 分布ひび割れモデルとともに用いられた構成モデル[14]

(3) 離散ひび割れモデル

離散ひび割れモデルは、ひび割れを實現象と同様に不連続体とし、要素境界を分離する手法である。FEMの節点間にバネ等を用いて離散化する解析手法は前述のNgo[9]他、幾つか行われている。一方、Kawai[3]は塑性変形や破壊の本質はすべりにあるという基本概念から剛体バネモデル(RBSM)と呼ばれる一般化された離散化極限解析法を提案した。RBSMの鉄筋コンクリート構造物の面内応力解析への適用には上田等[30]~[35]の研究があり、離散ひび割れモデルとしてひび割れを表している。RBSMでは、コンクリートの引張軟化特性に、鉄筋との付着による応力分担を考慮している。近年では三次元ボロノイ分割を用いたRBSMによる解析[36]~[40]が行われており、鉄筋コンクリート部材解析に広く用いられている。

離散ひび割れを容易に適用できる解析手法は他にも幾つか提案されている。RBSMと同様に剛体をばねで結ぶ個別要素法(DEM: Distinct Element Method)[41][42]、弾性体をペナルティで結ぶ不連続変形法(DDA: Discontinuous Deformation Analysis)[43][44]および本研究で用いるハイブリッド型ペナルティ法(HPM)[4][5]である。これらの手法もRBSMと同様に簡便なアルゴリズムで要素間の離散ひび割れを計算できる。

分布ひび割れモデルと同様に、離散ひび割れモデルにおいても破壊力学の考え方が導入され、**図-1.2.4**に示すように、前述の Hillerborg[27]の仮想ひび割れモデルをひび割れ面に定義し破壊エネルギー G_f を評価する手法も用いられている。

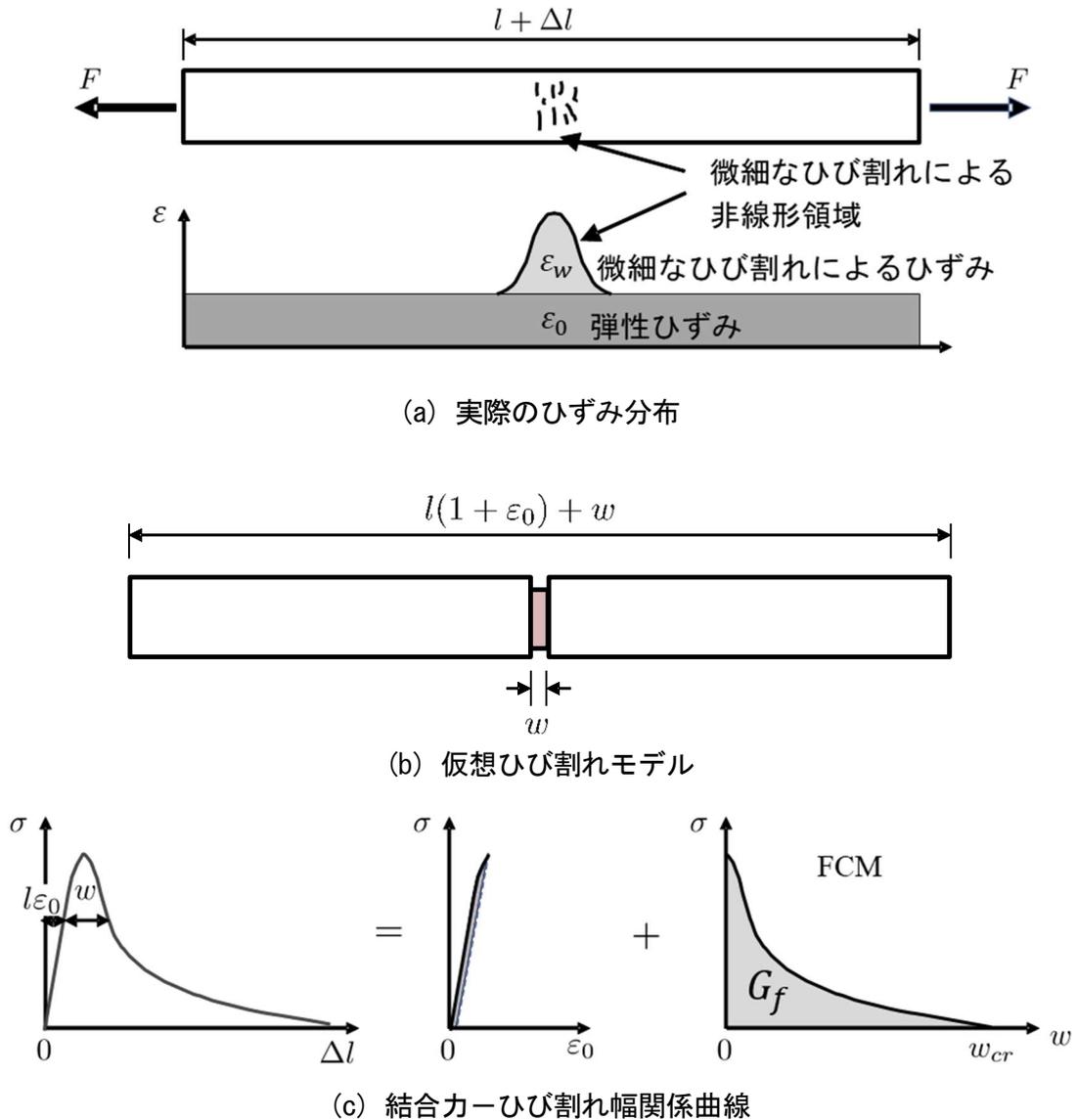


図-1.2.4 引張破壊時のひずみ分布と仮想ひび割れモデル

RBSMによるひび割れ進展解析において、要素が剛体と仮定されているため、変形は剛体間のばねでしか表現できない。このため、弾性変形に対する精度があまり良くないという問題がある。ただし、ポロノイ分割を要素分割に用いることでRBSMの変形精度が改善されることも知られている[39]。また、RBSMにおける要素境界のバネの相対変位は剛体要素間の距離であり、バネには弾性変形を含むため上記のひび割れ応力とひび割れ幅の関係を用いてよいかは疑問が残る。

HPM は、弾性体をペナルティで結ぶことで RBSM の欠点を解決している。FEM の定ひずみ要素と RBSM の非線形解析の特徴を兼ねそなえており、RBSM と同程度の簡便さで進行型破壊の解析が可能である。竹内ら[5]は、HPM のペナルティ関数にすべりや引張破壊を考慮した検討を行い、弾性変位が FEM と同等の精度で求まり、かつ崩壊荷重の計算が可能であることを示した。また、藤原[6][45][46]は鉄筋コンクリート部材解析に HPM を適用しており、離散ひび割れモデルの適用についても検討している。本研究の解析モデルに関する研究であるため、第 2 章でその詳細を述べる。

1.2.2 ひび割れ破壊エネルギーの研究

(1) コンクリートの引張軟化挙動

コンクリートのひび割れ後における応力の減少過程を引張軟化挙動とよぶ。一般に用いられている油圧制御によるアムスラー式引張試験機を用いてコンクリートの引張試験体を引くとひび割れが生じた瞬間に脆性破壊を起こしてしまう。これは引張試験機フレームに蓄えられたエネルギーがひび割れた瞬間に試験体に作用するためである[7]。この現象は高剛性の試験機を用いるとある程度抑えられるが、引張治具に特殊な工夫をしないと試験体に曲げ応力が作用するために実験結果に大きなばらつきが生じてしまう。この曲げ応力は試験治具によるものもあるが、試験片の断面が一樣でないコンクリートでは一樣に壊れないことによる二次的な曲げも含まれる[47]。

この困難な一軸引張試験を特殊な装置を用いて行い、いくつかの引張軟化曲線が得られている。ここでは一例として Petersson[48]の研究による直接引張試験装置を図-1.2.5に、この装置から得られた引張軟化曲線を図-1.2.6に示す。他にも一軸引張試験を行っている研究[49][50]がある。

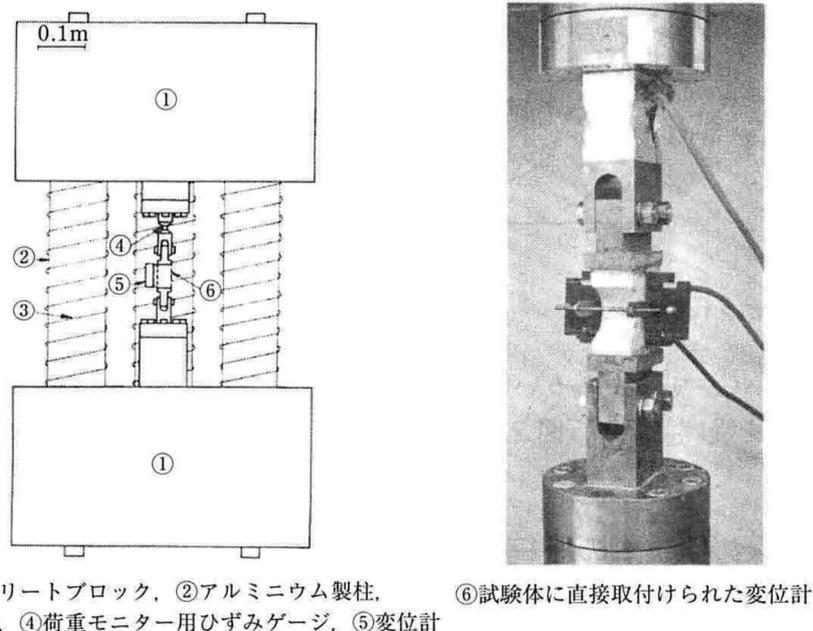


図-1.2.5 Peterssonの直接引張試験装置[7][48]

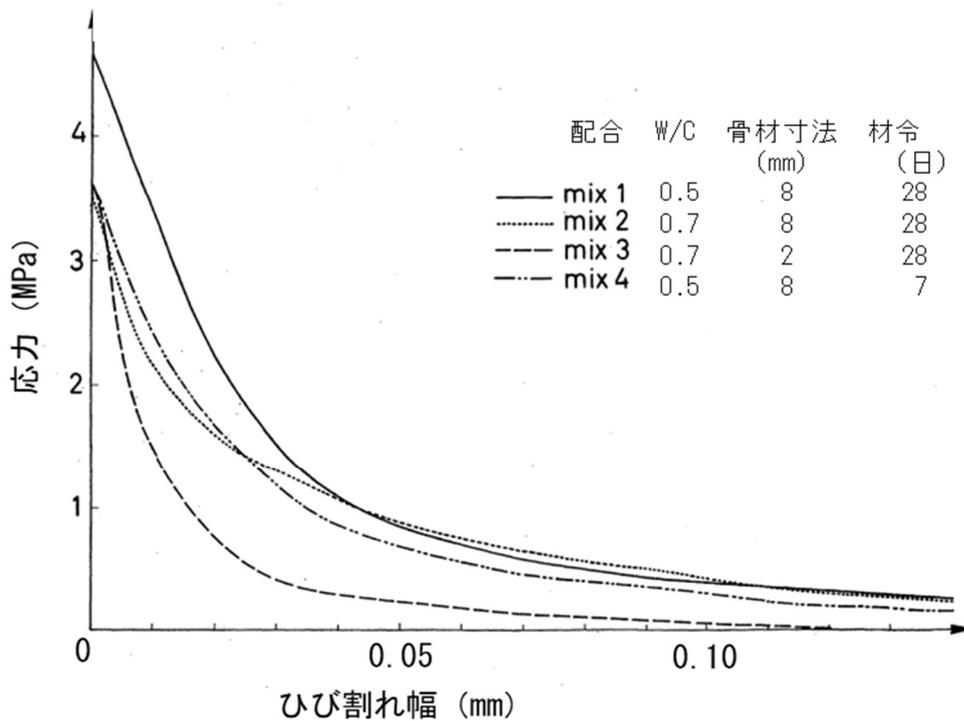


図-1.2.6 Petersson の直接引張実験により得られた引張軟化曲線 [7] [48]

(2) 引張破壊エネルギーに関する研究 [7]

1920 年, Griffith[51]によって提案されたガラスの破壊基準では, 新たなひび割れ波面を形成するのに必要なエネルギーとして破壊エネルギーを定義している. このひび割れに対する破壊力学の考え方をコンクリート構造物に対しても適用しようという研究は 1961 年に Kaplan[52]によって行われており, 切欠きのあるコンクリート試験体の曲げ実験を行い, Griffith の理論が適用できるかを検討している. しかしながら, コンクリートのひび割れは骨材とペースト部分が非均質に分布する材料であり, ひび割れは一様に進展せず, 骨材等に阻まれて周辺の弱部にひび割れが散在する破壊プロセスゾーンが形成される. このため主に弾性材料を対象とした分野における破壊力学パラメータの応力拡大係数, エネルギー解放率, 前述の破壊エネルギーなどはコンクリート材料への適用が難しいと思われた. 1976 年に前述の Hillerborg[27]は後に仮想ひび割れモデルとなる考え方を提案し, コンクリートの引張軟化特性の評価に破壊力学の考え方を適用できる道を拓いた.

1977 年には国際材料構造試験研究機関・専門家連合 (RILEM: International Union of Laboratories and Experts in Construction Materials, Systems and Structures) にコンクリートの破壊力学に関する

技術委員会が設立されて以来、コンクリートの破壊力学に関する研究が世界各国ですすめられ、1983年にはそれまでの研究成果をまとめた“Fracture mechanics of concrete”という書籍[8]が出版され、前述の Bazant のひび割れ帯モデルや FEM への適用も紹介されている。また、1985年には Hillerborg が提案した破壊エネルギーを評価する試験法が RILEM 推奨法[53]として定められた。ここで破壊エネルギーは単位面積当たりの、完全に開口したひび割れを形成するのに要するエネルギーと定義され、引張軟化曲線下の面積がこれに相当する。1998年に岐阜で「FRAMCOS-3, コンクリートの軟化特性の定量評価に関する国際ワークショップ」が開かれ、破壊エネルギーをコンクリートの軟化特性としてとらえる考え方が浸透するとともに新しい解析手法として RBSM や DEM を用いた離散ひび割れ解析の紹介[54]も行われた。これを契機に日本においても 2001年に日本コンクリート工学協会の委員会から「JCI-SFR1 プレーンコンクリートの破壊エネルギー試験方法（案）」が提案された[55][56]。図-1.2.7に提案された試験法の概要を示す。2010年に三橋らは「コンクリートのひび割れと破壊の力学」という書籍[7]にそれまでの研究をまとめている。

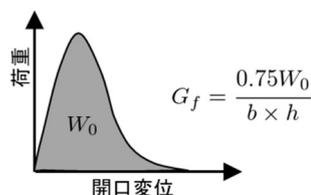
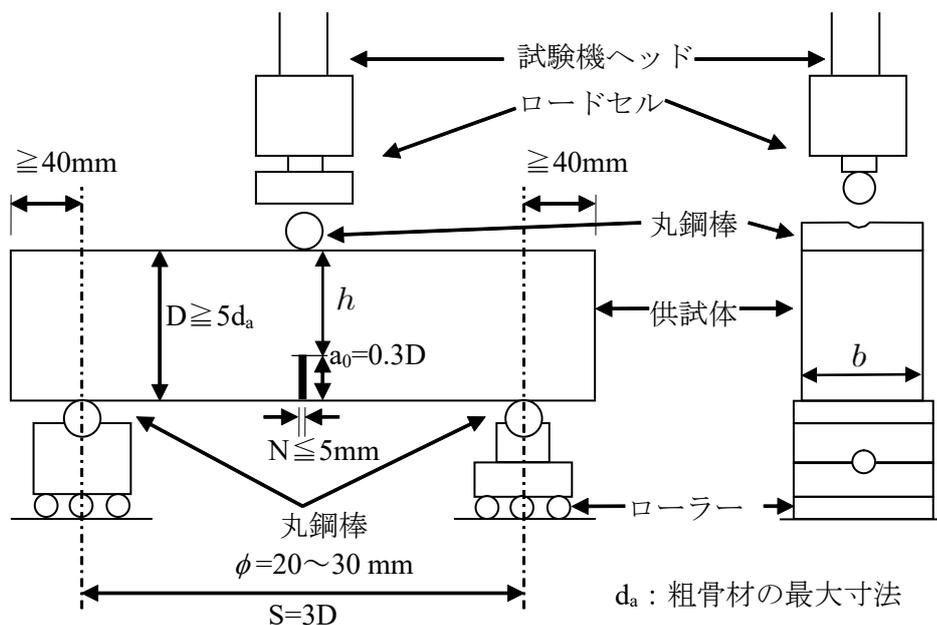


図-1.2.7 切り欠き梁の3点曲げ試験[55]

1.3 本論文の構成と内容

鉄筋コンクリートの破壊は、ひび割れに起因する離散的な引張破壊と、領域的に塑性状態となる圧縮破壊がある。HPM は両者を部分領域境界と部分領域内部の非線形構成則として明確に分離することができる。本論文では、HPM に変位制御解析手法を導入し、ピーク後に荷重が低下する問題を扱えるようにする。次にひび割れ破壊エネルギーを考慮して応力を解放する解析手法を導入する。この解析手法を用いてひび割れ進展解析を行い、解析が想定通りに動作するかを検証する。さらにコンクリートの三点曲げひび割れ実験を行い、本解析手法による感度解析を行うことによりひび割れ進展問題への適用性を確認する。最後に鉄筋コンクリート Deep Beam の解析を行い、圧壊を含む鉄筋コンクリート部材の解析への適用性を確認する。

本論文は5章で構成されており、第2章以降の概要は以下の通りである。なお、第2章は既開発の荷重制御法による解析手法を第3章の本論文で開発した変位制御による解析手法と比較して説明するために別の章立てとする。

第2章では、HPM の基礎方程式の概要と、HPM の荷重制御による材料非線形解析法の概要を説明する。はじめにHPM の基礎方程式の概要について述べる。HPM では連続体を部分領域に細分化する。部分領域は、それぞれ図心に独立した自由度を持つ離散体である。離散体同士を接続して連続体を表すために、部分領域間の境界で変位の連続性を付帯条件とする Lagrange の未定乗数を導入したハイブリッド型の仮想仕事式を導入しており、その概要を説明する。付帯条件である Lagrange の未定乗数にペナルティ関数を導入することにより、離散的な境界の分離に非線形構成則が導入可能となっている。さらに部分領域内部の図心における変位の自由度について説明し、ハイブリッド型の仮想仕事式から誘導した離散化した連立方程式を示す。次に、HPM の荷重制御によるコンクリートの材料非線形解析法について説明する。本論文では拡張 r_{min} 法を用いて非線形挙動を逐次追跡する。また、拡張 r_{min} 法において、解放応力を作用させる方法についても詳細に述べる。

第3章では、最大荷重以降の荷重低下域までを含む、コンクリートのひび割れ進展の計算に必要な、変位制御を用いた材料非線形解析手法について述べる。はじめに、変位制御を用いたHPM における離散ひび割れ計算手法に対する計算フローを示す。次に、変位制御点のペナルティ行列の定式化と外力項の求め方を説明する。また、拡張 r_{min} 法の適用の手順と節点反力の定式化を示す。なお、初期ひび割れ発生後に解放応力だけでひび割れが進む、いわゆる進行性破壊を起こした時にも安定的に解析結果が得られることが必要と考えたため、最も脆性的な破壊となるコンクリートの引張破壊エネルギーを考慮しない場合の解析を行い、変位制御解析の検

証を行うとともに適用性を確認する。つづいて、引張破壊エネルギーを考慮した解析手法を用いて、まず HPM のひび割れ構成モデルが要素寸法に依存しないことの確認を行っている。次に破壊エネルギーを現実的な範囲で変更した場合の解析の適用性を確認するとともに、破壊エネルギーをパラメータとして曲げ引張実験をシミュレーション解析し、その再現性の確認を行う。

第4章では、はじめに、引張破壊エネルギーを求める実験を行い、続けて実験の感度解析を行うことで、解析のひび割れ進展問題への適用性を検討する。引張破壊エネルギーを求める三点曲げ試験では、支点条件をローラーのみ、高精度のローラーで滑り性能を向上させた治具、ローラーではなくテフロンシートを敷いた場合の3水準に変化させ、実験結果の変化を考察する。続いて実験結果を、本解析手法を用いてシミュレーション解析し、ひび割れ強度、破壊エネルギー、および切欠き寸法のパラメータを変化させて最大荷重、最大荷重時変位、軟化勾配等に対する感度を確認するとともに、実験との整合性を探り適用性を確認する。さらに、既往の研究における三点曲げ試験の引張強度、破壊エネルギー、および切欠き寸法の影響を調査し、本解析手法を用いてシミュレーション解析することにより解析の適用性を確認する。また、最後に、鉄筋コンクリート Deep Beam の解析を行い、圧壊を含む鉄筋コンクリート部材解析への適用性を確認する。

第5章では、本研究で得られた成果を総括するとともに、今後の課題について述べる。

第2章 基礎方程式と荷重制御による材料非線形解析法

2.1 はじめに

本章では、HPM の基礎方程式の概要と、HPM の荷重制御による材料非線形解析法の概要を説明する。

2.2 節では HPM の基礎方程式の概要[4][5]について述べる。HPM では連続体を部分領域に細分化する。部分領域は、それぞれ図心に独立した自由度を持つ離散体である。離散体同士を接続して連続体を表すために、部分領域間の境界で変位の連続性を付帯条件とする Lagrange の未定乗数を導入したハイブリッド型の仮想仕事式を導入しており、その概要を説明する。付帯条件である Lagrange の未定乗数にペナルティ関数を導入することにより、離散的な境界の分離に非線形構成則が導入可能となっている。さらに部分領域内部の図心における変位の自由度について説明し、ハイブリッド型の仮想仕事式から誘導した離散化した連立方程式を示す[6]。

2.3 節では HPM の荷重制御によるコンクリートの材料非線形解析法[6]について説明する。本研究では拡張 r_{min} 法[57]を用いて非線形挙動を逐次追跡している。第3章で導入する変位制御解析手法においても拡張 r_{min} 法を用いることになるので詳細に説明する。また、解放応力を作用させる方法についても詳細に述べる。

最後に、2.4 節ではこの章で得られた結果を総括する。

2.2 支配方程式とハイブリッド型仮想仕事の原理

HPM の詳細な定式化は文献[4]～[6]に示されており、本節ではその概要について述べる[46].
ハイブリッド型の仮想仕事式は要素内応力と物体力による仕事と、要素境界面上における変位の連続性に関する付帯条件による項から式(2.2.1)のように表すことができる.

$$\sum_{e=1}^M \left(\int_{\Omega^{(e)}} \boldsymbol{\sigma} : \text{grad}(\delta \mathbf{u}) dV - \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} dV \right) - \sum_{s=1}^N \left(\delta \int_{\Gamma_{\langle s \rangle}} \lambda_{\langle s \rangle} \cdot \left(\mathbf{u}_{\langle s \rangle}^{(s_a)} - \mathbf{u}_{\langle s \rangle}^{(s_b)} \right) dS \right) - \int_{\Gamma_\sigma} \hat{\mathbf{t}} \cdot \delta \mathbf{u} dS = 0 \quad \forall \delta \mathbf{u} \quad (2.2.1)$$

ここで、 $\Omega^{(e)}$ は図-2.2.1 に示す部分領域を示しており、 $\Gamma_{\langle s \rangle}$ は隣接する部分領域間の境界、 Γ_σ は表面力が与えられる境界を示している. 上付きの (e) は、部分領域 e に関する量であり、下付きの $\langle s \rangle$ は、隣接部分領域境界辺 s に関する量であることを示す. M は境界 $\Gamma^{(e)} := \partial\Omega^{(e)}$ で囲まれた部分領域 $\Omega^{(e)}$ の数、 N は隣接要素の共通の境界 $\Gamma_{\langle ab \rangle} := \partial\Omega^{(a)} \cap \partial\Omega^{(b)}$ の数であり、 $\delta \mathbf{u}$ は仮想変位、 $\boldsymbol{\sigma}$ は要素応力、 \mathbf{f} は物体力、 $\lambda_{\langle s \rangle}$ は境界 $\Gamma_{\langle s \rangle}$ における Lagrange の未定乗数、 $\hat{\mathbf{t}}$ は表面力である.

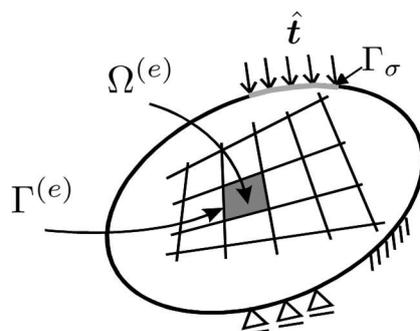


図-2.2.1 部分領域 $\Omega^{(e)}$ と部分領域間の境界 $\Gamma^{(e)}$

図-2.2.2 に示すように、隣接する2つの部分領域 $\Omega^{(a)}$ と $\Omega^{(b)}$ の境界 $\Gamma_{\langle ab \rangle}$ 上において、 $\Omega^{(a)}$ の境界 $\Gamma_{\langle ab \rangle}$ 上の変位を $u_{\langle ab \rangle}^{(a)}$ 、 $\Omega^{(b)}$ の境界上の変位を $u_{\langle ab \rangle}^{(b)}$ と表す. 一般的に境界 $\Gamma_{\langle s \rangle}$ で隣接する2つの部分領域を $\Omega^{(s_a)}$ 、 $\Omega^{(s_b)}$ で表し、境界上の変位は、 $\Omega^{(s_a)}$ の境界で $u_{\langle s \rangle}^{(s_a)}$ 、 $\Omega^{(s_b)}$ の境界で $u_{\langle s \rangle}^{(s_b)}$ と表す.

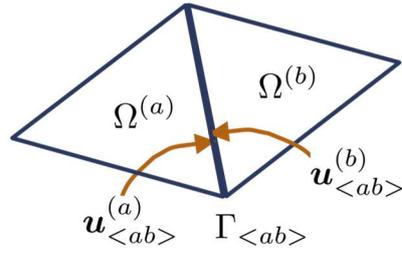


図-2.2.2 部分領域 $\Omega^{(a)}$ と $\Omega^{(b)}$ 間の境界 $\Gamma_{\langle ab \rangle}$

ここで、式(2.2.1)における Lagrange の未定乗数 $\lambda_{\langle s \rangle}$ は物理的には境界 $\Gamma_{\langle s \rangle}$ の表面力に対応することから、 $\lambda_{\langle s \rangle}$ に対し、式(2.2.2)のようにペナルティ関数を導入している。

$$\lambda_{\langle s \rangle} = p \cdot \delta_{\langle s \rangle} \quad (2.2.2)$$

ここに、 p はペナルティ関数、 $\delta_{\langle s \rangle}$ は境界 $\Gamma_{\langle s \rangle}$ の相対変位である。

ペナルティ関数を硬いばねと考えれば RBSM と同様に式(2.2.3)に示す部分領域間のばね k として非線形挙動の構成則を定義できる。

$$\lambda_{\langle s \rangle} = k \cdot \delta_{\langle s \rangle} \quad (2.2.3)$$

式(2.2.3)の表面力と相対変位の関係を、図-2.2.3 に示す部分領域境界面 $\Gamma_{\langle s \rangle}$ の局所座標系による成分で表示すると、2次元の場合、式(2.2.4)で表される。

$$\begin{Bmatrix} \lambda_{n\langle s \rangle} \\ \lambda_{t\langle s \rangle} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{n\langle s \rangle} \\ \delta_{t\langle s \rangle} \end{Bmatrix} \quad (2.2.4)$$

ここに、 $\delta_{n\langle s \rangle}$ 、 $\delta_{t\langle s \rangle}$ は、境界 $\Gamma_{\langle s \rangle}$ 上の法線方向および接線方向の相対変位、 $\lambda_{n\langle s \rangle}$ 、 $\lambda_{t\langle s \rangle}$ は、法線方向および接線方向の Lagrange の未定乗数、すなわち表面力である。また、 k_n 、 k_t は、法線方向および接線方向のペナルティ関数であり、本研究では式(2.2.5)を用いる。これは、RBSM のばね定数と同様な考え方で、ばね定数にペナルティパラメータ p を乗じたものとなっている。

$$\begin{bmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_t \end{bmatrix} = \frac{pE}{(1-\nu^2)h} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \quad (2.2.5)$$

ここに、 h は隣接要素間距離、 E はヤング係数、 ν はポアソン比である。

なお、本論文ではペナルティパラメータは変形の精度に影響しないように 1.0×10^6 を用いる。また、境界における応力評価は3点で行っている。

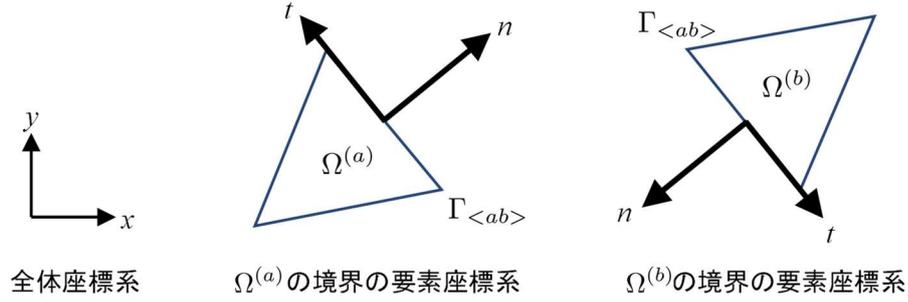


図-2.2.3 部分領域境界に沿った局所座標系の定義

部分領域境界面 $\Gamma_{<ab>}$ における局所座標系の相対変位 $\delta_{<ab>}$ は、座標変換マトリックスを用いて式(2.2.6)より求められる。

$$\delta_{<ab>} = \mathbf{R}_{<ab>}^{(a)} \mathbf{u}_{<ab>}^{(a)} + \mathbf{R}_{<ab>}^{(b)} \mathbf{u}_{<ab>}^{(b)} \quad (2.2.6)$$

ここに、 $\mathbf{u}_{<ab>}^{(a)}$ 、 $\mathbf{u}_{<ab>}^{(b)}$ は、部分領域 $\Omega^{(a)}$ 、 $\Omega^{(b)}$ の境界 $\Gamma_{<ab>}$ 上の変位であり、 $\mathbf{R}_{<ab>}^{(a)}$ 、 $\mathbf{R}_{<ab>}^{(b)}$ は、部分領域 $\Omega^{(a)}$ 、 $\Omega^{(b)}$ からみた境界 $\Gamma_{<ab>}$ に対する座標変換マトリックスである。

自由度は部分領域 $\Omega^{(e)}$ 内の点 $\mathbf{x}^p = (x_p, y_p) \in \Omega^{(e)}$ で定義し、線形変位場 $\mathbf{u}^{(e)}$ を式(2.2.7)のように表す。点 \mathbf{x}^p は部分領域内のどの点でもよいが、本論文では図心位置に置いている。

$$\mathbf{u}^{(e)} = \mathbf{N}_d^{(e)} \mathbf{d}^{(e)} + \mathbf{N}_\varepsilon^{(e)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(e)} = \mathbf{N}^{(e)} \mathbf{U}^{(e)} \quad (2.2.7)$$

ここで、 $\mathbf{d}^{(e)}$ は剛体変位および剛体回転を表し、 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}$ は部分領域 $\Omega^{(e)}$ 内で一定なひずみを表す。また、 $\mathbf{N}_d^{(e)}$ 、 $\mathbf{N}_\varepsilon^{(e)}$ は一次変位場を表す関数である。また、上付きの (e) は、部分領域 $\Omega^{(e)}$ に関するものであることを意味する。式(2.2.7)におけるそれぞれの成分は、2次元平面問題の場合、以下の通りである。

$$\mathbf{d}^{(e)} = [u, v, \theta]^t \quad (2.2.8)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^t \quad (2.2.9)$$

ここで、

$$\mathbf{N}_d^{(e)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y - y_p) \\ 0 & 1 & (x - x_p) \end{bmatrix} \quad (2.2.10)$$

$$\mathbf{N}_\varepsilon^{(e)} = \begin{bmatrix} (x - x_p) & 0 & (y - y_p)/2 \\ 0 & (y - y_p) & (x - x_p)/2 \end{bmatrix} \quad (2.2.11)$$

$$\mathbf{N}^{(e)} = [\mathbf{N}_d^{(e)}, \mathbf{N}_\varepsilon^{(e)}] \quad (2.2.12)$$

$$\mathbf{U}^{(e)} = [\mathbf{d}^{(e)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}]^t \quad (2.2.13)$$

図-2.2.4 に示すように u, v は部分領域内の点における剛体変位, θ は剛体回転を表しており, $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ は, それぞれ部分領域内で一定な値を持つ x および y 方向の垂直ひずみとせん断ひずみを表している.

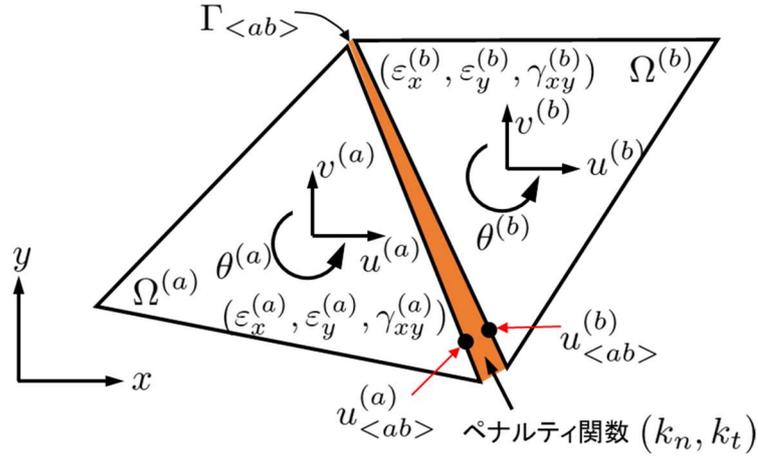


図-2.2.4 HPMの自由度とペナルティ関数

ハイブリッド型の仮想仕事式(2.2.1)の第1項は式(2.2.14)で表される.

$$\int_{\Omega^{(e)}} \boldsymbol{\sigma} : \text{grad}(\delta \mathbf{u}) dV = \int_{\Omega^{(e)}} {}^t \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{(e)} \mathbf{D}^{(e)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(e)} dV \quad (2.2.14)$$

$\mathbf{D}^{(e)}$ は構成マトリックスであり, 2次元平面応力問題では式(2.2.15)である.

$$\mathbf{D}^{(e)} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.2.15)$$

線形変位場および仮想変位を

$$\mathbf{u}^{(e)} = \mathbf{N}^{(e)} \mathbf{U}^{(e)} \quad (2.2.16)$$

$$\delta \mathbf{u}^{(e)} = \mathbf{N}^{(e)} \delta \mathbf{U}^{(e)} \quad (2.2.17)$$

$$\text{ここに, } \mathbf{N}^{(e)} = [\mathbf{N}_d^{(e)}, \mathbf{N}_\varepsilon^{(e)}], \quad \mathbf{U}^{(e)} = [\mathbf{d}^{(e)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}]^t, \quad \delta \mathbf{U}^{(e)} = [\delta \mathbf{d}^{(e)}, \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}]^t$$

とすれば、部分領域内のひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}$ は式(2.2.18)で表される。

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)} = \mathbf{B}^{(e)} \mathbf{U}^{(e)} \quad (2.2.18)$$

$$\text{ここに, } \mathbf{B}^{(e)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2.19)$$

また、相対変位 $\boldsymbol{\delta}_{\langle ab \rangle}$ は、式(2.2.6)および式(2.2.16)より式(2.2.20)となる。

$$\boldsymbol{\delta}_{\langle ab \rangle} = \mathbf{B}_{\langle ab \rangle} \mathbf{U}_{\langle ab \rangle} \quad (2.2.20)$$

$$\text{ここに, } \mathbf{B}_{\langle ab \rangle} = \left[\mathbf{R}_{\langle ab \rangle}^{(a)} \mathbf{N}^{(a)} \quad \mathbf{R}_{\langle ab \rangle}^{(b)} \mathbf{N}^{(b)} \right] \quad (2.2.21)$$

$$\mathbf{U}_{\langle ab \rangle} = \left[\mathbf{U}^{(a)} \quad \mathbf{U}^{(b)} \right] \quad (2.2.22)$$

これより、ハイブリッド型の仮想仕事式(2.2.1)における付帯条件の項は、式(2.2.23)で表される。

$$\begin{aligned} \delta \int_{\Gamma_{\langle ab \rangle}} \boldsymbol{\lambda}_{\langle ab \rangle} \cdot \left(\mathbf{u}_{\langle ab \rangle}^{(a)} - \mathbf{u}_{\langle ab \rangle}^{(b)} \right) dS &= \delta \int_{\Gamma_{\langle ab \rangle}} \boldsymbol{\lambda}_{\langle ab \rangle} \cdot \boldsymbol{\delta}_{\langle ab \rangle} dS \\ &= \delta \mathbf{U}_{\langle ab \rangle}^t \int_{\Gamma_{\langle ab \rangle}} \mathbf{B}_{\langle ab \rangle}^t \mathbf{k}_{\langle ab \rangle} \mathbf{B}_{\langle ab \rangle} dS \mathbf{U}_{\langle ab \rangle} \end{aligned} \quad (2.2.23)$$

以上の関係より、式(2.2.24)が得られる。

$$\delta \mathbf{U}^t \left(\sum_{e=1}^M \mathbf{K}^{(e)} + \sum_{s=1}^N \mathbf{K}_{\langle s \rangle} \right) \mathbf{U} - \delta \mathbf{U}^t \left(\sum_{e=1}^M \mathbf{P}^{(e)} \right) = 0 \quad (2.2.24)$$

$$\text{ここに, } \mathbf{K}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} (\mathbf{B}^{(e)})^t \mathbf{D}^{(e)} \mathbf{B}^{(e)} dV \quad (2.2.25)$$

$$\mathbf{K}_{\langle s \rangle} = \int_{\Gamma_{\langle s \rangle}} \mathbf{B}_{\langle s \rangle}^t \mathbf{k}_{\langle s \rangle} \mathbf{B}_{\langle s \rangle} dS \quad (2.2.26)$$

$$\mathbf{P}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} (\mathbf{N}^{(e)})^t \mathbf{f} dV + \int_{\Gamma_{\sigma}} (\mathbf{N}^{(e)})^t \hat{\mathbf{t}} dS \quad (2.2.27)$$

ここで、式(2.2.24)の仮想変位 $\delta \mathbf{U}$ は任意であるため、最終的に以下の離散化方程式が得られる。

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{P} \quad (2.2.28)$$

ただし、 \mathbf{K} および \mathbf{P} は以下の通りである.

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^M \mathbf{K}^{(e)} + \sum_{s=1}^N \mathbf{K}_{\langle s \rangle} \quad (2.2.29)$$

$$\mathbf{P} = \sum_{e=1}^M \mathbf{P}^{(e)} \quad (2.2.30)$$

このように、HPMの離散化方程式は、剛体変位と部分領域内のひずみを未知パラメータとする連立一次方程式(2.2.28)に帰着し、左辺の係数マトリックス \mathbf{K} は、各部分領域の剛性と部分領域境界辺に関する付帯条件の関係を組み合わせることによって得られる.

2.3 HPM を用いた荷重制御による材料非線形解析法

2.3.1 荷重増分法

コンクリートのように、ひび割れが進展し、分岐する過程を計算するには、ひび割れ状態を逐次追跡する必要がある。ところが、一般的な荷重制御および変位制御の収束計算アルゴリズムである初期剛性法や接線剛性法などでは、一度に多数のひび割れが生じ、ひび割れの発生と進展を正確に捉えることができない。さらに、引張軟化挙動や圧縮降伏に伴い発生する解放力のために、ひび割れや圧縮破壊が急激に進展してしまうことが考えられ、破壊の進行を追跡するのが難しい。

本研究で用いる非線形アルゴリズム[6]は、離散化極限解析で実績がある山田らの荷重増分法 (r_{min} 法) [57]を拡張し、解放応力にも対応させた竹内らの拡張 r_{min} 法[58]を用いる。

山田らの荷重増分法 (r_{min} 法) では、増分荷重量は荷重増分率を用いて表す。たとえば、図-2.3.1 の点 P が前回の応力状態とし、現在の増分応力 $\Delta\sigma$ を \overline{PR} とする。計算した応力点 R は既に降伏面を超えている状態であるとき、降伏面上の点 Q までは弾性の増分応力である。式(2.3.1)に示すように、増分応力 \overline{PR} と降伏曲面までの増分応力 \overline{PQ} との比 r が山田らの荷重増分法 (r_{min} 法) の荷重増分率である。

$$r = \frac{\overline{PQ}}{\overline{PR}} \quad (2.3.1)$$

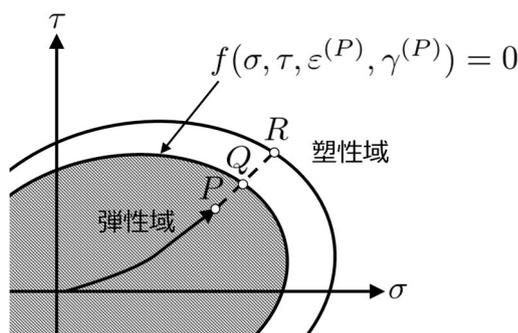


図-2.3.1 荷重増分率の考え方

降伏曲面上の応力は、荷重増分率 r を用いて式(2.3.2)で求められる。

$$\sigma_{j+1} = \sigma_j + r \cdot \Delta\sigma \quad (2.3.2)$$

全ての部分領域境界面における荷重増分率の最小値を用いれば、全ての境界面が降伏曲面内であり、弾性であることになる。荷重増分法 (r_{min} 法) は、この荷重増分率の最小値までは解が求まったとして、残りの荷重増分は降伏状態を変更し、剛性マトリックスを組み立て直して計算していく方法である。

r_{min} 法はひび割れにも適用できる。最初にひび割れが発生する部分領域間の境界で最小荷重増分率 r となる。これを用いて、式(2.3.2)によりひび割れが入る直前までの応力を更新する。次の計算で用いる剛性マトリックスにひび割れ状態を反映させるために、ひび割れ判定した境界を、弾性状態からひび割れ状態（ペナルティ関数をゼロとした状態）として剛性を組み立て直す。次に、この新たな剛性を用いて残りの増分応力に対して変位を解き直し、同様の計算を行う。ひび割れ発生中の状態でも、次にいずれかが引張強度に達してひび割れるまでの間、増分応力は線形で求められるため、精度良くひび割れ後の変形を求めることができる。その上、全要素の荷重増分率の最小値を用いているため、ひび割れは1つずつ発生することになり、順次ひび割れを追跡することができ、進行性破壊を評価する手法として適していると考えられる。

なお、本研究における鉄筋コンクリートの進行性破壊計算手法の開発は、静的解析を対象とする。

2.3.2 計算フロー

拡張 r_{min} 法を用いた計算フローを図-2.3.2 に示す。②～④が 1 ステージ分の増分荷重による計算である。以下に各処理について整理する。

① 増分外力の入力

解放力の伴わない r_{min} 法では、全ての荷重を作用させて、増分計算を行う。一方、解放力を伴う場合は、増分過程で解放力の処理が行われるため、大きな増分荷重において破壊が進行すると非線形性が強くなるために、収束しにくくなる。その場合は、荷重増分を細かくして増分外力を低減させると収束性が良くなる。本アルゴリズムでは、各荷重ステージにおける増分外力は、破壊の状況を想定して入力データで指定する。

②～⑦ 増分変位および増分応力の計算

r_{min} 法では、破壊した部分領域境界のペナルティ行列を毎ステップ変更して増分計算を行う。②～⑦では、この考え方にに基づき、剛性マトリックスを算定し、増分変位および増分ひずみ・応力の計算する。

⑧ 除荷判定

ここでは、除荷する要素があるかどうかの判定を行う。弾性範囲を超えて骨格曲線上を進んでいる状態から除荷した場合は、剛性が回復するので、回復前の剛性で求めた増分変位により応力を計算すると発散する可能性がある。これを防ぐために、そのような除荷する要素が 1 要素でもある場合は、剛性マトリックスを作成し直して増分変位の計算をやり直す。

⑨ 荷重増分率 r_j の計算

荷重増分法では、各荷重ステージにおける増分外力に対する荷重増分率の合計が 1.0 になるまで反復計算を行う。 j 回目の反復計算の増分荷重に対する荷重増分率を r_j と表した場合、4 回目までの荷重増分率の例を図-2.3.3 に示す。

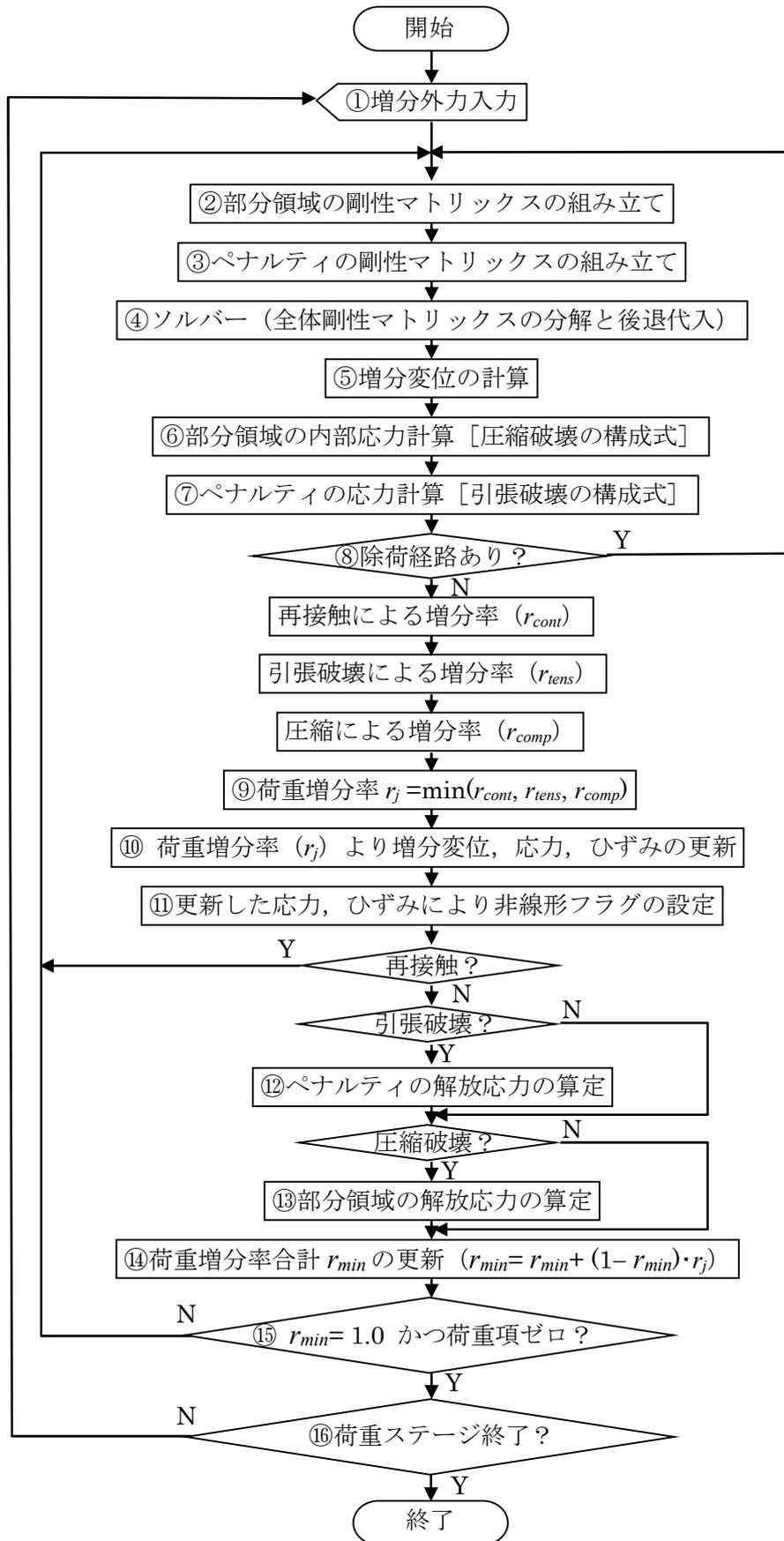


図-2.3.2 計算フロー

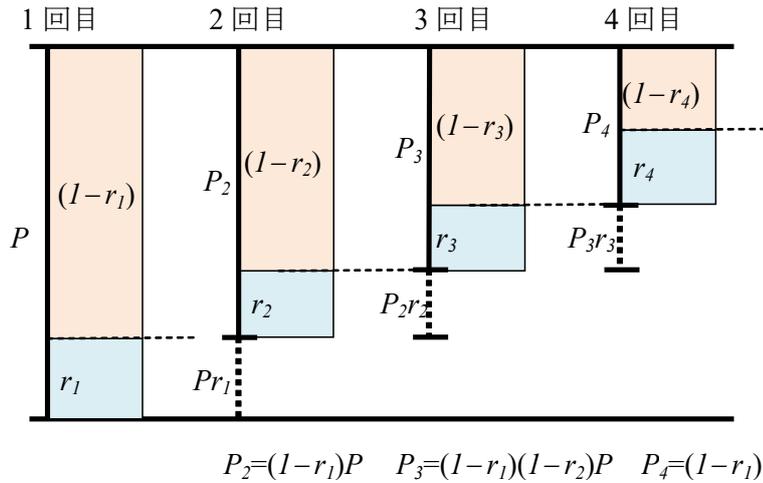


図-2.3.3 荷重増分

荷重増分率 r_j は、全ての要素で塑性状態になるまでの最小比率である。例えば、荷重 P に対して比率 r_1 で弾性から塑性になる要素がある場合、比率 r_1 までの応力、変位、ひずみを更新し、式(2.3.3)に示すように、残りの比率 $(1 - r_1)$ を反復 2 回目の荷重増分とする。

$$P_2 = (1 - r_1)P \tag{2.3.3}$$

同様に、反復 2 回目の荷重増分率が r_2 の場合、次の反復 3 回目の荷重増分は式(2.3.4)のようになる。

$$P_3 = (1 - r_2)P_2 = (1 - r_2)(1 - r_1)P \tag{2.3.4}$$

以上より、反復 j 回目の荷重増分 P_j は式(2.3.5)で求められる。

$$P_j = \prod_{i=1}^{j-1} [1 - r_i]P \tag{2.3.5}$$

⑩ 荷重増分率より増分変位、ひずみ、応力等の更新

荷重増分率までは剛性が変化せず一定であるため、各部分領域の変位、ひずみ、応力と境界の相対変位、表面応力を荷重増分率により下式で更新することができる。

$$\text{変位の更新:} \quad u_{j+1} = u_j + r_j \cdot \Delta u_j \quad (2.3.6)$$

$$\text{ひずみの更新:} \quad \varepsilon_{j+1} = \varepsilon_j + r_j \cdot \Delta \varepsilon_j \quad (2.3.7)$$

$$\text{応力の更新:} \quad \sigma_{j+1} = \sigma_j + r_j \cdot \Delta \sigma_j \quad (2.3.8)$$

$$\text{境界相対変位の更新:} \quad \delta_{j+1} = \delta_j + r_j \cdot \Delta \delta_j \quad (2.3.9)$$

$$\text{境界表面応力の更新:} \quad t_{j+1} = t_j + r_j \cdot \Delta t_j \quad (2.3.10)$$

⑪ 更新した応力，ひずみによる非線形状態変数の更新

荷重増分率の適用後の，部分領域内の応力状態および部分領域間の境界における表面応力の状態により，非線形状態変数を更新する．

⑫⑬解放力の算定

k 回目の反復で解放力 \mathbf{F}_k が発生したとする．

$$\mathbf{F}_k = \int_{\Gamma_{<s>}} \mathbf{B}^t t dS \quad (2.3.11)$$

このとき，荷重項にこの解放力が加算されるが，次回 $k+1$ 回目の荷重増分率が r_{k+1} とすると， $k+1$ 回目に作用する解放力は $r_{k+1} \mathbf{F}_k$ となり，残りは次回に持ち越される．したがって，次回 $k+2$ 回目に持ち越される解放力は，式(2.3.12)のようになる．

$$(1 - r_{k+1}) \mathbf{F}_k \quad (2.3.12)$$

次の $k+2$ 回目の荷重増分率が r_{k+2} であるとする， $k+2$ 回目に作用する解放力は式(2.3.13)のようになる．

$$(1 - r_{k+1}) r_{k+2} \mathbf{F}_k \quad (2.3.13)$$

このとき， $k+3$ 回目に持ち越される解放力は，式(2.3.14)となる．

$$(1 - r_{k+1})(1 - r_{k+2}) \mathbf{F}_k \quad (2.3.14)$$

このように、解放力が発生したステップの次のステップから最終ステップまで荷重増分率を適用することになる。

以上より、解放力が発生した場合、荷重増分に解放力を加算すると、次のステップの増分荷重は式(2.3.15)で求められる。なお、解放力が発生しないステップでは F_k はゼロである。

$$P_j = \prod_{i=1}^{j-1} [1 - r_i] P + \sum_{k=2}^j \left(\prod_{i=k}^j [1 - r_i] F_{k-1} \right) \quad (2.3.15)$$

⑭ 荷重増分率合計 r_{min} の更新

荷重増分率合計 r_{min} について図-2.3.3 を用いて説明する。反復 1 回目の荷重増分率合計は、式(2.3.16)である。

$$r_{min} = r_1 \quad (2.3.16)$$

反復 2 回目は 1 回目の残り $(1 - r_1)$ に対する荷重増分率 r_2 を求めており、荷重増分率合計は

$$r_{min} = r_1 + (1 - r_1)r_2 \quad (2.3.17)$$

となる。同様に反復 3 回目は式(2.3.18)である。

$$r_{min} = r_1 + (1 - r_1)r_2 + (1 - r_1)(1 - r_2)r_3 \quad (2.3.18)$$

反復 4 回目は、式(2.3.19)となる。

$$r_{min} = r_1 + (1 - r_1)r_2 + (1 - r_1)(1 - r_2)r_3 + (1 - r_1)(1 - r_2)(1 - r_3)r_4 \quad (2.3.19)$$

以上より、反復 n 回目の荷重増分率合計 r_{min} は式(2.3.20)で求められる。

$$r_{min} = \sum_{k=1}^j \left(\prod_{i=1}^{k-1} [1 - r_i] \right) r_k \quad (2.3.20)$$

⑮ $r_{min} = 1.0$ かつ荷重項がゼロかの判定

$r_{min} = 1.0$ になる瞬間のステップにおいても、新たな解放力が発生する可能性がある。本研究では解放力による荷重増分がゼロになるまで反復計算を続ける。

2.4 まとめ

第2章では、HPMの基礎方程式と荷重制御による材料非線形解析法について説明した。

2.2節ではHPMのハイブリッド型仮想仕事の原理について述べた。部分領域間の境界で変位の連続性を付帯条件とするLagrangeの未定乗数を導入し、RBSMと同様に部分領域内の変位関数から求められる相対変位とペナルティ関数で未定定数を表す。要素代表点の変位と要素内ひずみを自由度とし、これらを用いて要素内変位場、ペナルティ関数の相対変位、要素境界力等の関係式を示した。次にこれらの関係式からハイブリッド型の仮想仕事式を立て、これを展開して離散化方程式として解くまでの流れを説明した。

2.3節では荷重制御によるコンクリートの材料非線形解析法について説明した。HPMに導入した拡張 r_{min} 法の計算フローを示し、具体的な計算内容の説明をした。また、コンクリートの引張破壊や圧縮破壊の計算で発生する解放応力を作用させる方法についても計算フローの説明の中で詳細に述べた。拡張 r_{min} 法の計算アルゴリズムを用いて解放応力を反映させるために、解放応力増分を不釣り合い力として荷重項に加算する方法についても説明した。

第3章 破壊エネルギーを考慮した変位制御による 材料非線形解析手法

3.1 はじめに

第3章では、最大荷重以降の荷重低下域までを含む、コンクリートのひび割れ進展の計算に必要な、変位制御を用いた材料非線形解析手法について述べる。

3.2節では変位制御を用いた HPM における離散ひび割れ計算手法について述べる。最初に計算フローを示し、次に変位制御点のペナルティ行列の定式化と外力項の求め方を説明する。また、 r_{min} 法の適用の手順と節点反力の定式化を示す。

3.3節では、初期ひび割れ発生後に解放応力だけでひび割れが進む、いわゆる進行性破壊となる時にも安定的に解析結果が得られることが必要と考えたため、最も脆性的な破壊となるコンクリートの引張破壊エネルギーを考慮しない場合の解析を行い、変位制御解析の検証を行うとともに適用性を確認している。また、解析に用いる要素分割として、均等分割を基本にした少数要素分割とデローニ三角要素分割を用い、それぞれの要素分割に対する適用性も検討する。

3.4節では、引張破壊エネルギーを考慮した解析を用いて、まず HPM のひび割れ構成モデルが要素寸法に依存しないことの確認を行っている。次に破壊エネルギーを現実的な範囲で変更した場合の解析の適用性を確認するとともに、破壊エネルギーをパラメータとして曲げ引張実験をシミュレートしその再現性の確認を行っている。

3.5節ではこの章で得られた結果を総括する。

3.2 HPM を用いた変位制御によるひび割れ解析手法の開発

3.2.1 はじめに

最大耐力以降の荷重降下域まで解析する場合、非線形解析法として変位制御を用いることが多い。一般に、変位制御法では変位制御点の関与する要素の剛性行列から強制変位に対応する荷重項を求めて解析を進める。しかし、HPM では強制変位点に剛性の大きなペナルティ関数を配置しているため[4][5]、一般的な変位制御では荷重項に大きな値が入り解析が困難であった。このため、従来の解析では、荷重制御が用いられてきた[35]。

そこで、強制変位を与える自由度に該当するペナルティ係数行列に加え、荷重項についてもペナルティ関数を掛けることで、 r_{min} 法[57]を適用できる変位制御による非線形解析法を開発した。以下に詳細を説明する。

3.2.2 計算フロー

図-3.2.1 に変位制御のフローを示す。

第2章で説明した、図-2.3.2 の荷重制御による計算フローとの違いは、変位制御点の増分変位を入力後、変位制御点のペナルティ行列と荷重項の作成を追加したことである（図-3.2.1 ①'）。計算手法の説明を以降に示す。

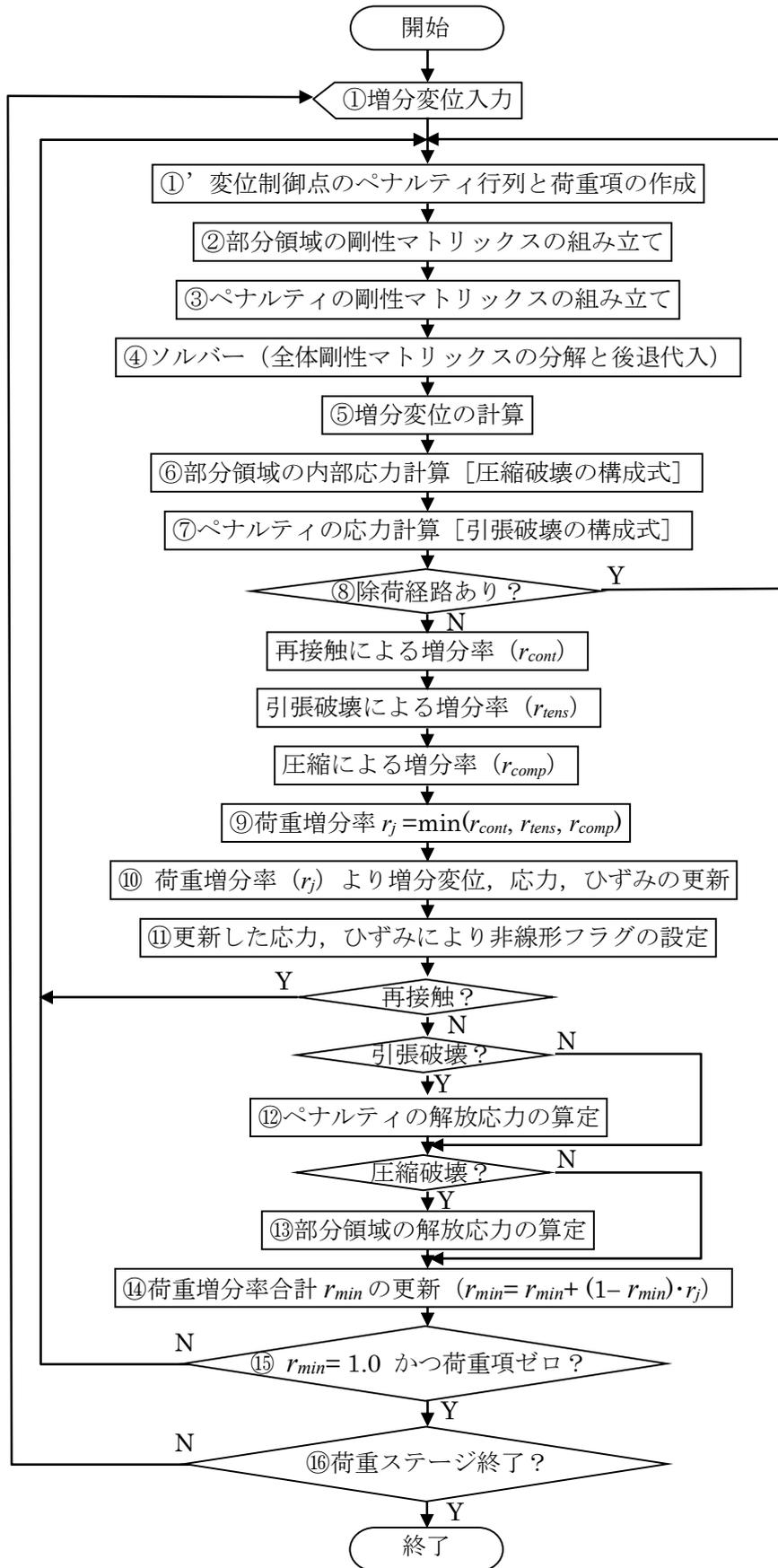


図-3.2.1 変位制御のフロー

3.2.3 変位制御点のペナルティ行列

変位制御を行うために変位制御点における荷重項を求める必要がある。荷重項は変位制御点に関する剛性と強制変位から求めるため、ここに変位制御点に関するペナルティ行列を示す。変位制御点にはペナルティ関数を考慮して、(3.2.1)式に示すペナルティ行列を定義する。

$$\mathbf{K}_c^{(e)} = {}^t \overline{\mathbf{N}}^{(e)} k_p \overline{\mathbf{N}}^{(e)} \quad (3.2.1)$$

ここに、 $\mathbf{K}_c^{(e)}$ ：変位制御点のペナルティ行列、 (e) は強制変位を定義する部分領域を示す。

$\overline{\mathbf{N}}^{(e)}$ ：変位制御点の変位方向を考慮した形状関数

$$\overline{\mathbf{N}}_x^{(e)} = [1 \quad 0 \quad -(y - y_p) \quad (x - x_p) \quad 0 \quad (y - y_p)/2]$$

$$\overline{\mathbf{N}}_y^{(e)} = [0 \quad 1 \quad (x - x_p) \quad 0 \quad (y - y_p) \quad (x - x_p)/2]$$

ここに、 (x, y) は変位制御する点の座標値、点 $p(x^p, y^p)$ は部分領域内で自由度を設定する任意の点であるが、本論文では要素の図心位置を用いている。

3.2.4 変位制御点の外力項

式(3.2.1)に示すペナルティ行列は、変位ベクトルを剛体変位とひずみに分離して表すと式(3.2.2)となる。

$$\mathbf{K}_c^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dd}^{(e)} & \mathbf{K}_{d\varepsilon}^{(e)} \\ \mathbf{K}_{\varepsilon d}^{(e)} & \mathbf{K}_{\varepsilon\varepsilon}^{(e)} \end{bmatrix} \quad (3.2.2)$$

隣接する部分領域 1, 2 に対する剛性行列は、式(3.2.3)に示す形となる。

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dd}^{(11)} & \mathbf{K}_{d\varepsilon}^{(11)} & \mathbf{K}_{dd}^{(12)} & \mathbf{K}_{d\varepsilon}^{(12)} \\ \mathbf{K}_{\varepsilon d}^{(11)} & \mathbf{K}_{\varepsilon\varepsilon}^{(11)} + \mathbf{K}_D^{(1)} & \mathbf{K}_{\varepsilon d}^{(12)} & \mathbf{K}_{\varepsilon\varepsilon}^{(12)} \\ \mathbf{K}_{dd}^{(21)} & \mathbf{K}_{d\varepsilon}^{(21)} & \mathbf{K}_{dd}^{(22)} & \mathbf{K}_{d\varepsilon}^{(22)} \\ \mathbf{K}_{\varepsilon d}^{(21)} & \mathbf{K}_{\varepsilon\varepsilon}^{(21)} & \mathbf{K}_{\varepsilon d}^{(22)} & \mathbf{K}_{\varepsilon\varepsilon}^{(22)} + \mathbf{K}_D^{(2)} \end{bmatrix} \quad (3.2.3)$$

$$\text{ここに, } \mathbf{K}_D^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{B}^t \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (3.2.4)$$

\mathbf{D} : 部分領域の構成マトリックス (式(2.2.15))

\mathbf{B} : 部分領域の B マトリックス (式(2.2.19))

式(3.2.3)を簡略化して式(3.2.5)で表す.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{(11)} & \mathbf{K}^{(12)} \\ \mathbf{K}^{(21)} & \mathbf{K}^{(22)} \end{bmatrix} \quad (3.2.5)$$

式(3.2.5)に対し, 部分領域 2 の節点に強制変位を作用させる場合を考えると, 剛性行列は式(3.2.6)となる. 赤および青で示した部分は拘束自由度であり方程式より除外されるが, 青で示した $-\mathbf{K}_c^{(22)}$ に対して強制変位が作用することとなる. これを右辺に移項することで, 変位制御点の外力項とする.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{(11)} & \mathbf{K}^{(12)} & \boxed{\phantom{\mathbf{K}_c^{(22)}}} \\ \mathbf{K}^{(21)} & \mathbf{K}^{(22)} + \mathbf{K}_c^{(22)} & \boxed{-\mathbf{K}_c^{(22)}} \\ \boxed{-\mathbf{K}_c^{(22)}} & \boxed{\mathbf{K}_c^{(22)}} & \phantom{\boxed{\phantom{\mathbf{K}_c^{(22)}}}} \end{bmatrix} \quad (3.2.6)$$

以上より, 強制変位の外力項 $\mathbf{f}^{(e)}$ は, 変位制御点(節点位置)の強制変位を \hat{u} とすると, 式(3.2.7)で定義される.

$$\mathbf{f}^{(e)} = {}^t \overline{\mathbf{N}}^{(e)} k_p \hat{u} \quad (3.2.7)$$

3.2.5 変位制御点に対する r_{min} 法

ひび割れによる非線形解析では、はじめに、 r_{min} 法により最初のひび割れまでを解析する。ひび割れた要素境界の解放力は次の解析ステップで残りの変位増分と共に作用させる。除荷のみのステップはない。また、要素境界のペナルティはひび割れ時に消去し、応力の解放は引張破壊エネルギーを考慮したものとする。

強制変位による荷重項を r_{min} 法に対応させるために、外力ベクトルを毎回作成し直すように変更した。これは、外力ベクトルには解放力も混在しているため、解放力と荷重を明確に分ける必要があるためである。

- ①残りの解放力を保存する
- ②外力ベクトルを全てクリアする
- ③増分荷重項を $(1 - r_{min})$ 倍して外力ベクトルに加算する
- ④保存した解放力を外力ベクトルに加算する
- ⑤強制変位による増分荷重項を $(1 - r_{min})$ 倍して外力ベクトルに加算する

3.2.6 節点反力の計算

強制変位を入力したときの拘束節点の反力を得るために、節点反力を計算する機能を追加する。節点反力の計算式を式(3.2.8)に示す。

$$\bar{f} = k_p \left(\bar{u} - \overline{\mathbf{N}}^{(e)} u^{(e)} \right) \quad (3.2.8)$$

\bar{f} : 節点反力

k_p : ペナルティ関数

\bar{u} : 反力を計算する節点の変位。変位を拘束している場合は $\bar{u} = 0$

$u^{(e)}$: 反力を求める節点がある内部領域の変位

$\overline{\mathbf{N}}^{(e)}$: 反力の方角を考慮した形状関数

$$\overline{\mathbf{N}}_x^{(e)} = [1 \quad 0 \quad -(y - y_p) \quad (x - x_p) \quad 0 \quad (y - y_p)/2]$$

$$\overline{\mathbf{N}}_y^{(e)} = [0 \quad 1 \quad (x - x_p) \quad 0 \quad (y - y_p) \quad (x - x_p)/2]$$

ここに、 (x, y) は反力を求める節点の座標値、点 $p(x^p, y^p)$ は部分領域内で自由度を設定する任意の点であるが、本論文では要素の図心位置を用いている。

3.2.7 構成モデルとひび割れ破壊エネルギーの考慮

(1) ひび割れのモデル化

ひび割れの発生は、図-3.2.2 に示すように二つの隣接した部分領域（要素） $\Omega^{(a)}$ と $\Omega^{(b)}$ の境界 $\Gamma_{<ab>}$ における法線方向の表面応力を σ_n とすると、図-3.2.3 に示すように σ_n が引張強度 f_t に達したときにひび割れが発生すると判定する。部分領域間の境界 $\Gamma_{<ab>}$ は、離散体と仮定した部分領域が付帯条件としてのペナルティ関数により接続されているだけであり、そのペナルティ関数の値をゼロにするだけで部分領域間の結合を分離させ離散ひび割れを表すことができる。また、ひび割れが入ったペナルティではせん断方向もペナルティ関数の値をゼロにしている。これは要素内の構成則に圧縮側の非線形を入れており圧縮場の破壊を要素内に限定したためである。ペナルティでのせん断破壊で圧縮側の破壊を表せるかの検討は今後の課題とした。

しかしながら、結合を分離させただけでは応力ひずみ関係が完全塑性となるだけである。つまり、表面応力 σ_n が一定値（＝引張強度 f_t ）のまま相対変位（ひび割れ開口変位）が増加することになり、このままでは引張軟化曲線を表すことができない。軟化させるためには次に述べる軟化曲線に沿って応力を解放する必要がある。また、せん断方向の応力もひび割れ解放応力と同じ比率で応力を解放する。

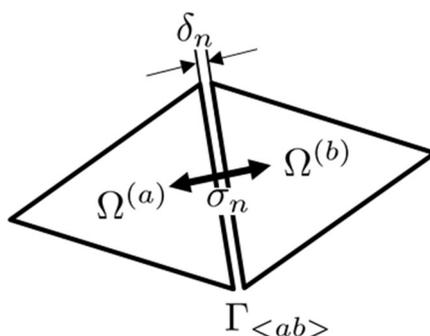


図-3.2.2 要素表面力

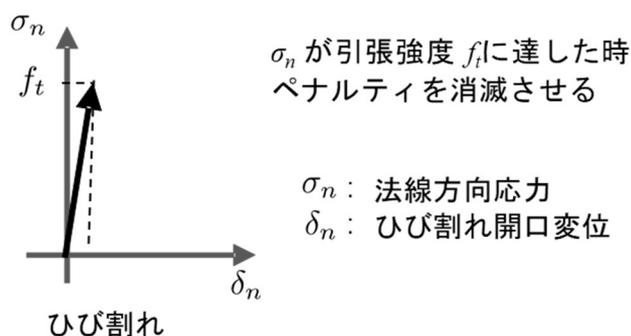


図-3.2.3 要素表面力と引張降伏

(2) HPM における引張軟化曲線

HPM の引張破壊構成則では、いかなる引張軟化曲線でも対応可能である。ただし、破壊までの過程をエネルギーで評価できるようにするために、図-3.2.4 に示すように破壊エネルギー G_f でコントロールできる曲線が望ましい。

本研究では、Hordijk ら[61]による提案式を用いる。引張軟化曲線の形状に関しては藤原[6]によって検討されており、図-3.2.5 に示すように Hordijk の式が実験結果とうまく適合している。

この関係を式で表すと、部分領域境界の表面応力 σ_n と相対変位 δ_n の関係により式(3.2.9)となる。式(3.2.9) では表面応力 σ_n と破壊エネルギー G_f は引張強度 f_t により無次元化され、相対変位 δ_n は限界仮想ひび割れ幅 δ_c で無次元化されているため、単位系に依存せずに用いることができる。

図-3.2.6 に 1.2.2 で記載した Petersson の引張軟化曲線[48]と Hordijk の式を比較して示す。引張強度 f_t と破壊エネルギー G_f を調整すればほぼすべての曲線を表せる。

HPM では、離散ひび割れに直接破壊エネルギーを反映した計算ができるため、精度のよいひび割れ幅の評価が可能である。

$$\frac{\sigma_n}{f_t} = \left(1 + 27 \left(\frac{\delta_n}{\delta_c} \right)^3 \right) \exp \left(-6.93 \frac{\delta_n}{\delta_c} \right) - 28 \frac{\delta_n}{\delta_c} \exp(-6.93) \quad (3.2.9)$$

ここに、 δ_c : 応力がゼロとなる限界仮想ひび割れ幅 (mm)

$$\delta_c = 5.14 G_f / f_t \quad (3.2.10)$$

f_t : 引張強度 (N/mm²)

G_f : 破壊エネルギー (N/mm)

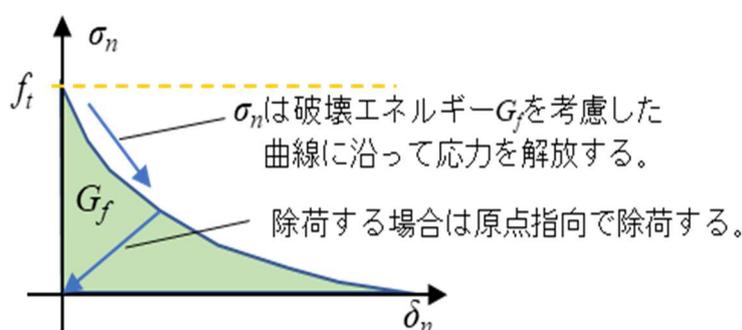
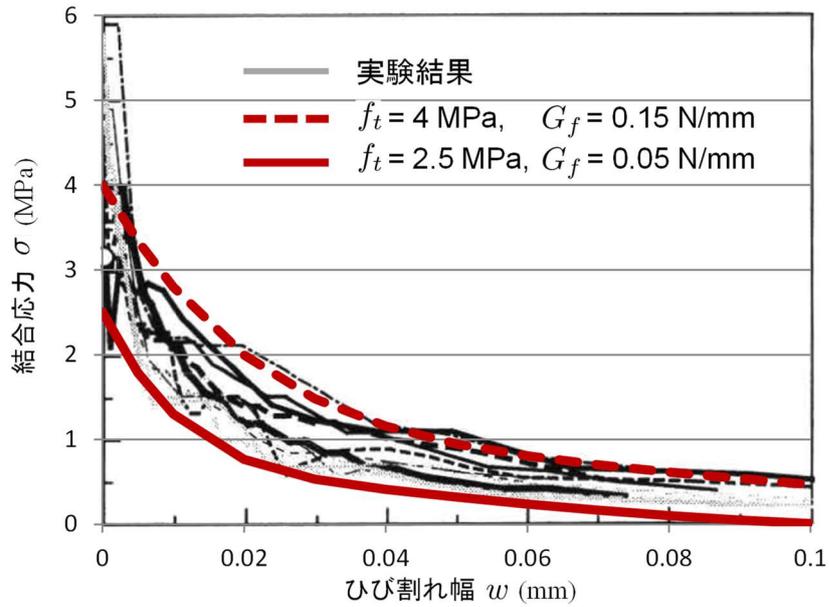


図-3.2.4 コンクリートの引張軟化曲線



(黒線は共通試験結果[55])

図-3.2.5 共通試験[55]で得られた引張軟化曲線との比較

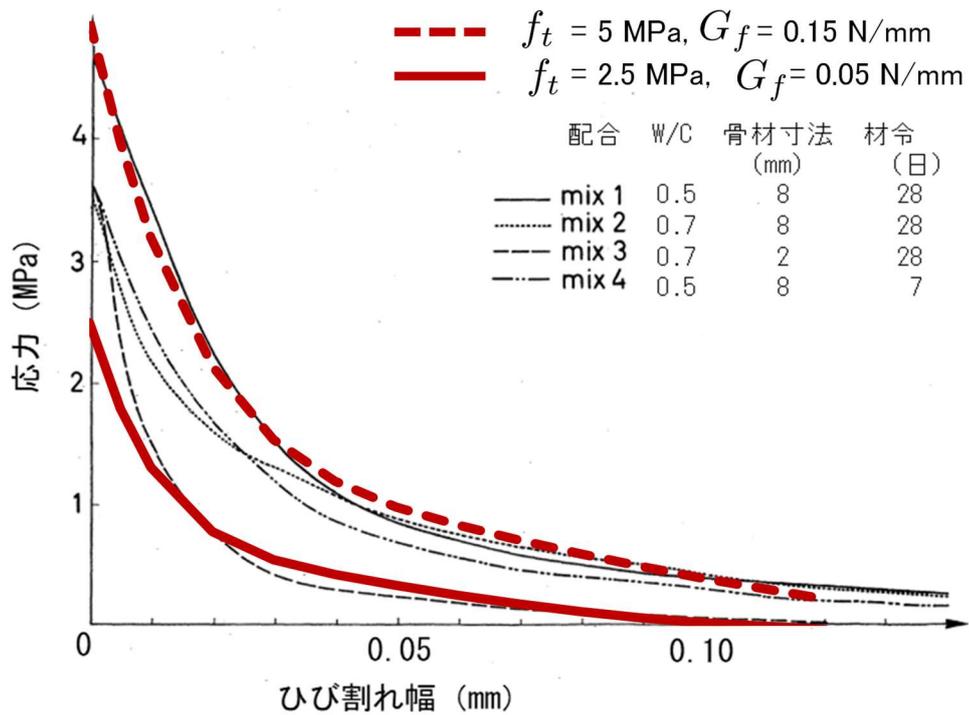


図-3.2.6 Peterssonの直接引張実験[48]で得られた引張軟化曲線との比較

(3) HPMにおける圧縮破壊の構成モデル

HPMでは、圧縮破壊を要素内部に対して適用する。コンクリートの一軸圧縮応力ひずみ関係は竹内らがRBSMで採用した方法[35]と同様に圧縮限界ひずみ ϵ'_{cu} まではトリリニアで近似し、 ϵ'_{cu} を超えた場合は軟化を考慮する。圧縮側の破壊エネルギーはスケルトンの形状で制御する。また、除荷経路は初期剛性で除荷させる（図-3.2.7）。

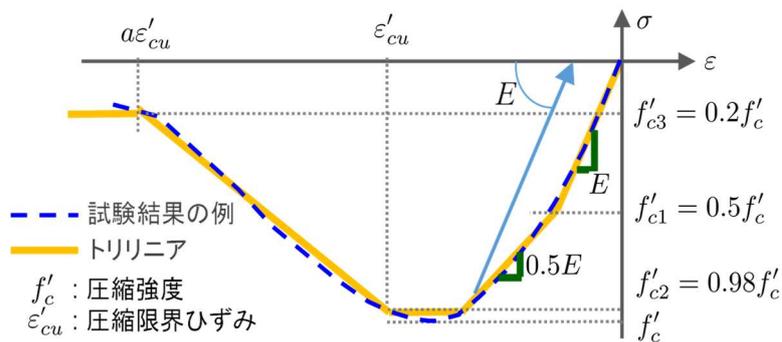


図-3.2.7 圧縮応力のスケルトンカーブ

二軸応力状態のコンクリート応力-ひずみ関係に上述のスケルトンカーブを適用するために、図-3.2.8に示すように、Kupferら[59]が提案した降伏曲面を剛性変化点と圧縮強度に適用して用いる。

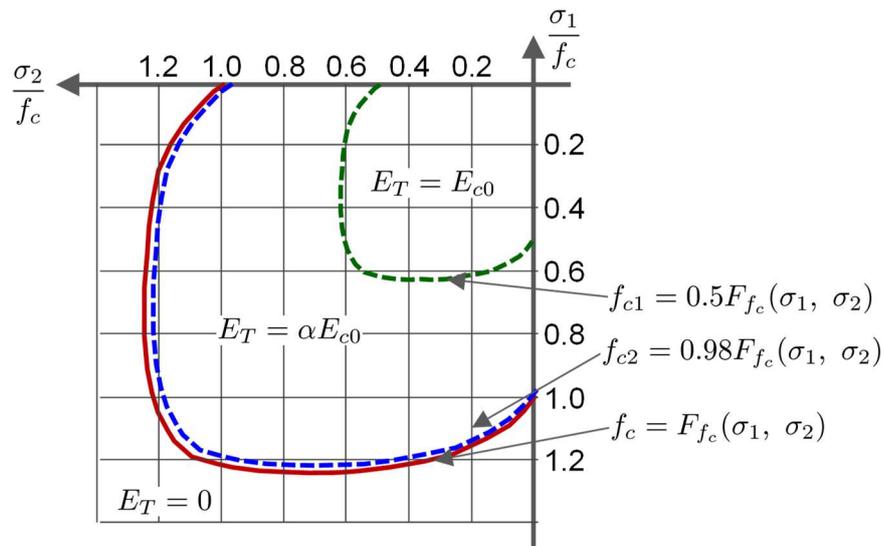


図-3.2.8 二軸状態での降伏曲面

3.3 コンクリートの引張破壊エネルギーを考慮しない場合の解析

3.3.1 少数要素分割によるひび割れ進展解析の検証

初期ひび割れ発生後に解放応力だけでひび割れが進む、いわゆる進行性破壊を起こした時にも安定的に解析結果が得られることが必要である。ここでは、最も脆性的な破壊となるコンクリートの引張破壊エネルギーを考慮しない場合の解析を行い、変制御解析の検証を行うとともにその適用性を検討する。

解析の対象はコンクリートの引張強度試験に用いられる $400 \times 100 \times 100$ mm の試験体である。図-3.3.1 に解析に用いた均等な要素分割を示す。また、表-3.3.1 に解析に用いた材料定数を示す。

解析はスリット（既存のひび割れ）のない要素分割と梁の下面中央からスリットがあるとして二重節点を用いてあらかじめ要素境界を分離した要素分割を用いて解析する。

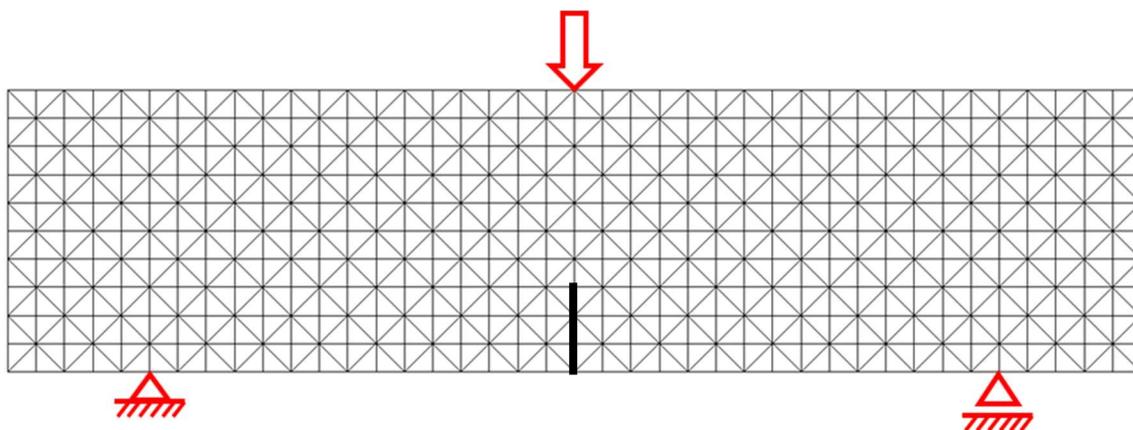


図-3.3.1 均等分割解析モデル

表-3.3.1 材料定数

引張強度 f_t (MPa)	3.0
ヤング係数 E (GPa)	30.0
ポアソン比 ν	0.2
厚み (mm)	100.0

図-3.3.2 に 2 重節点が 3 つ（スリットが 30 mm）のケース解析における変形とひび割れ状況を示す。ひび割れは梁下面中央より順にひび割れ破壊が進展している。

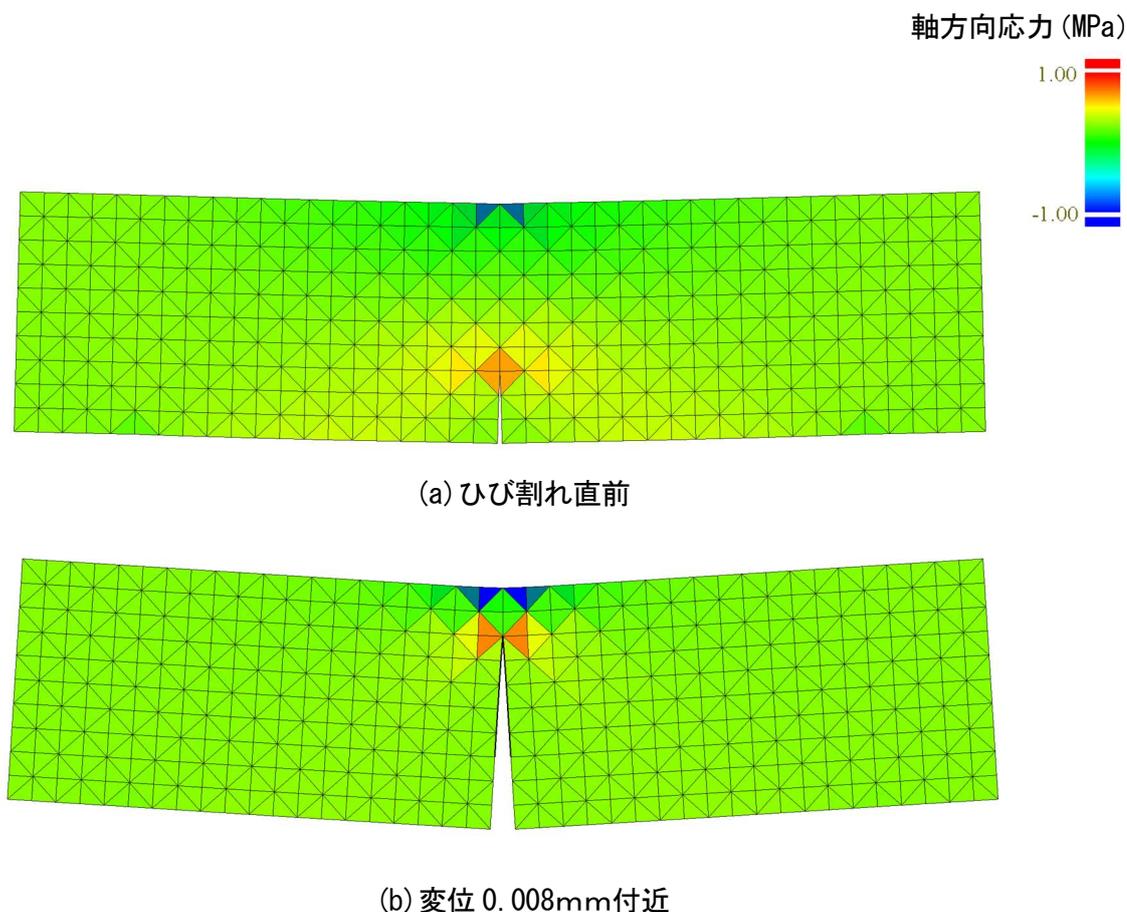


図-3.3.2 変形とひび割れ性状（変形の倍率 1000，コンターは軸方向応力）

図-3.3.3 に荷重変形関係を示す。また、図-3.3.4 に図-3.3.3 の原点付近を拡大した荷重変形関係を示す。解析結果は 2 重節点のない解析モデルを用いたものから下から 1 つずつ二重節点を増やし、5 つ目の節点まで二重節点にした解析ケースを示している。下から 5 つを二重節点にした場合があらかじめ梁高さの 2 分の 1 まで分離した解析モデルに相当する。2 重節点の無いケース（灰色の線）は、最初のひび割れが発生した変位で梁上端付近までひび割れが生じ、荷重がほぼ 0 になっている。スリットが 25 mm（二重節点が 2 点）以下の解析結果は最初のひび割れが生じた荷重ステージで 2 つ以上連続してひび割れが生じる進行性破壊を示している。図-3.3.3 には各解析におけるひび割れ発生点を結んだ線（赤線）も重ねて示す。1 要素分ひび割れが進展するとあらかじめその位置までスリットがある解析の最初のひび割れが生じた位置に飛び移ると考えるとスリットがない解析モデルでは、本来は赤線のようなスナップバックを起こすが変位制御解析法ではスナップバックを表せないため、進行性破壊となっていると考え

られる。

実験においても変位制御の場合，初期ひび割れ後に荷重が一気に抜けてしまうことはよくあるため，解析でもそのような現象を解析していると考ええると適切な解析結果と考えられる。

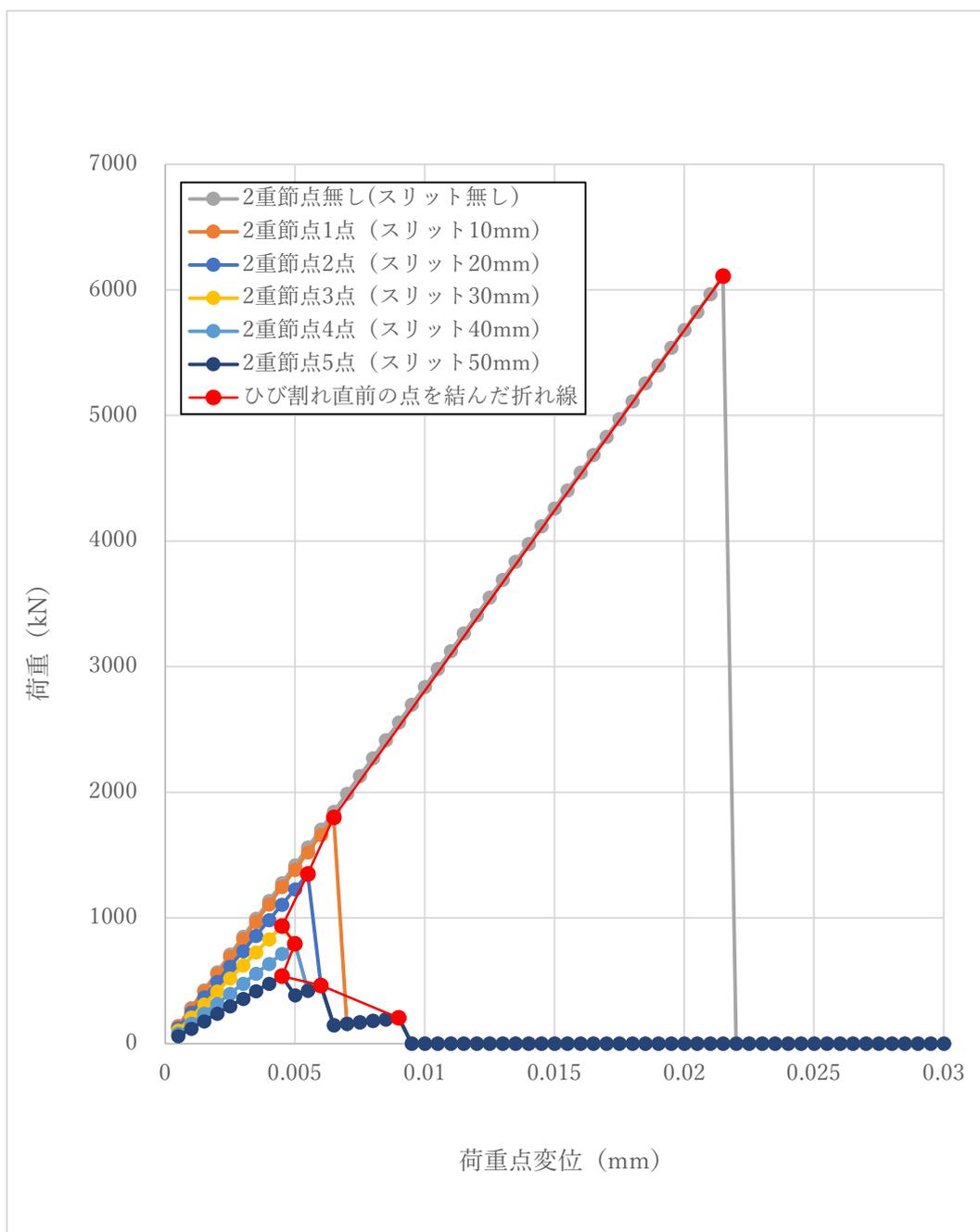


図-3.3.3 荷重変形関係

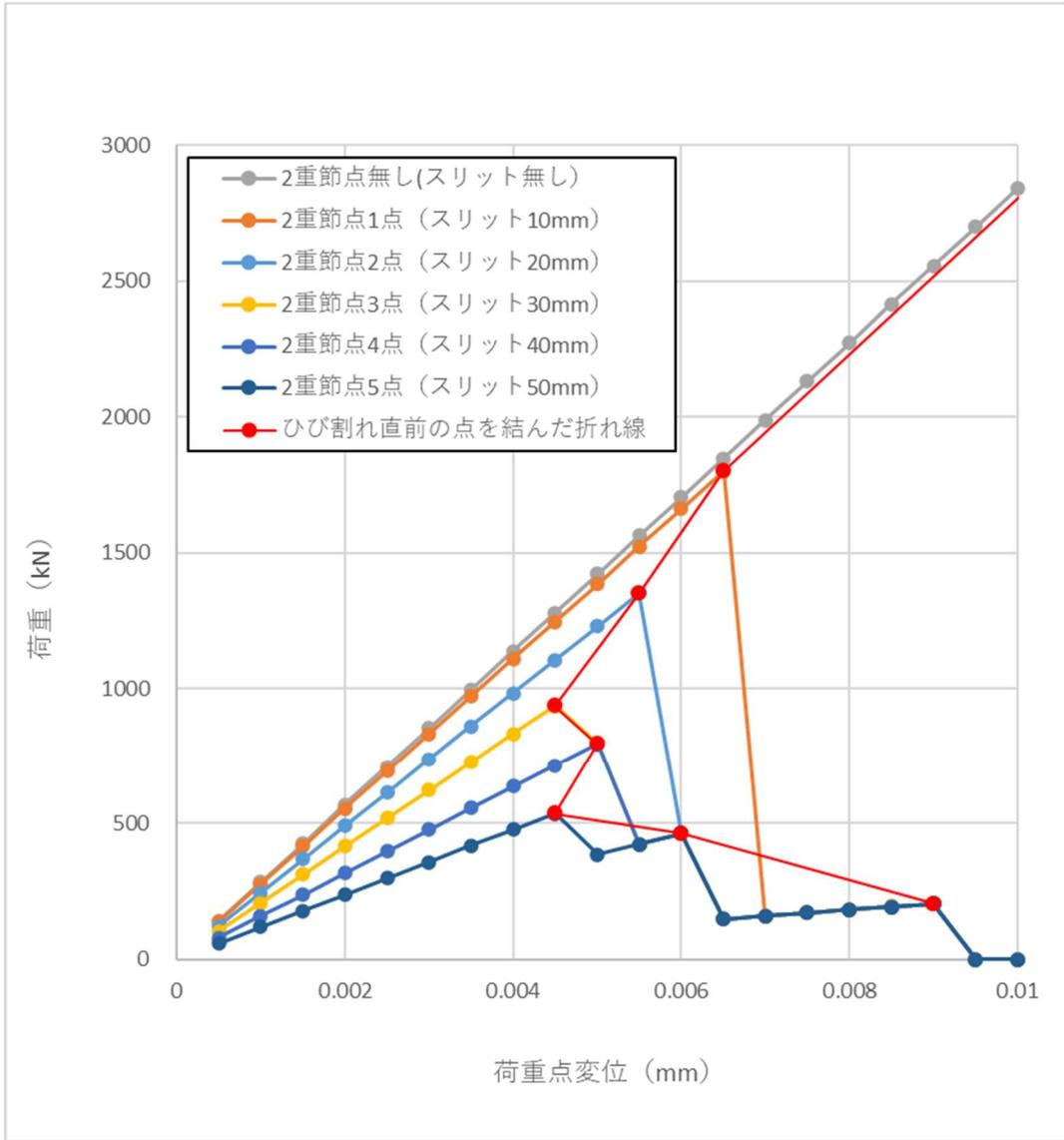


図-3.3.4 荷重変形関係 (図-3.3.3の原点付近拡大図)

3.3.2 デローニ三角要素分割によるひび割れ進展解析の検証

前節と同様，コンクリートの引張強度試験に用いられる $400 \times 100 \times 100$ mm の試験体を対象に，**図-3.3.5** に示すデローニ三角形により要素分割を行った解析モデルを用いて解析を行う．進行性破壊をしないように下端から 30 mm まで切り欠きを入れている．材料定数等は均等分割の解析と同じである．

図-3.3.6 に荷重変形関係を示す．初期ひび割れ後に一気に荷重が低下している．

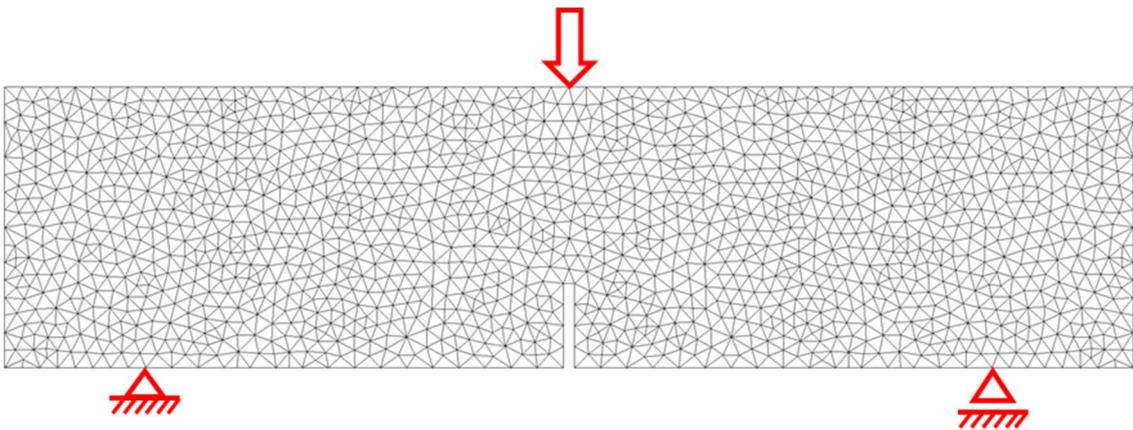


図-3.3.5 デローニ三角形を用いた要素分割

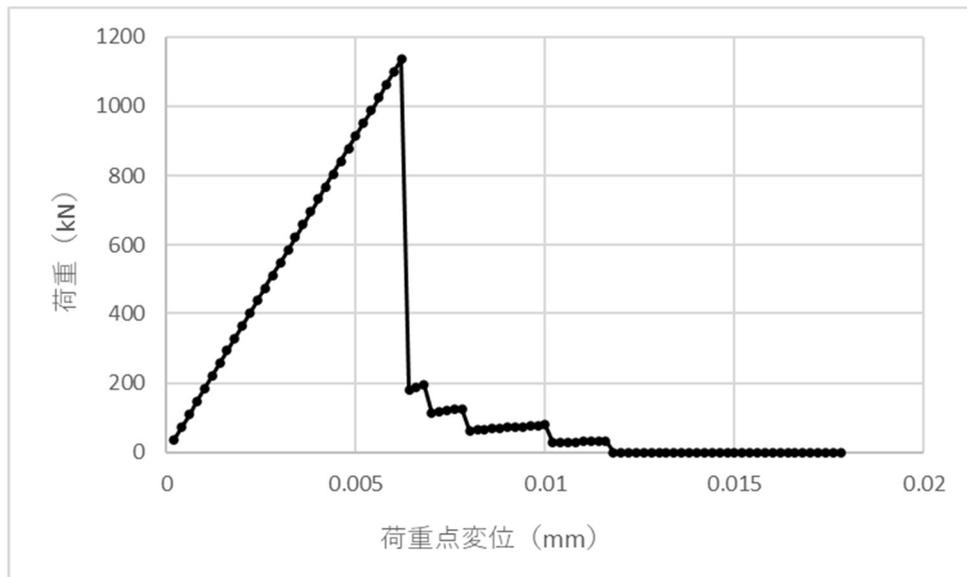


図-3.3.6 荷重変形関係

図-3.3.7 に初期ひび割れ直前とその直後、およびひび割れが上端に達した時の変形とひび割れ状況、および梁軸方向の応力分布を示す。初期のひび割れ後、梁上部から梁成の1/3あたりまで一気に（1計算ステップで）ひび割れが進展し、その後ひび割れが一つずつ進展する。

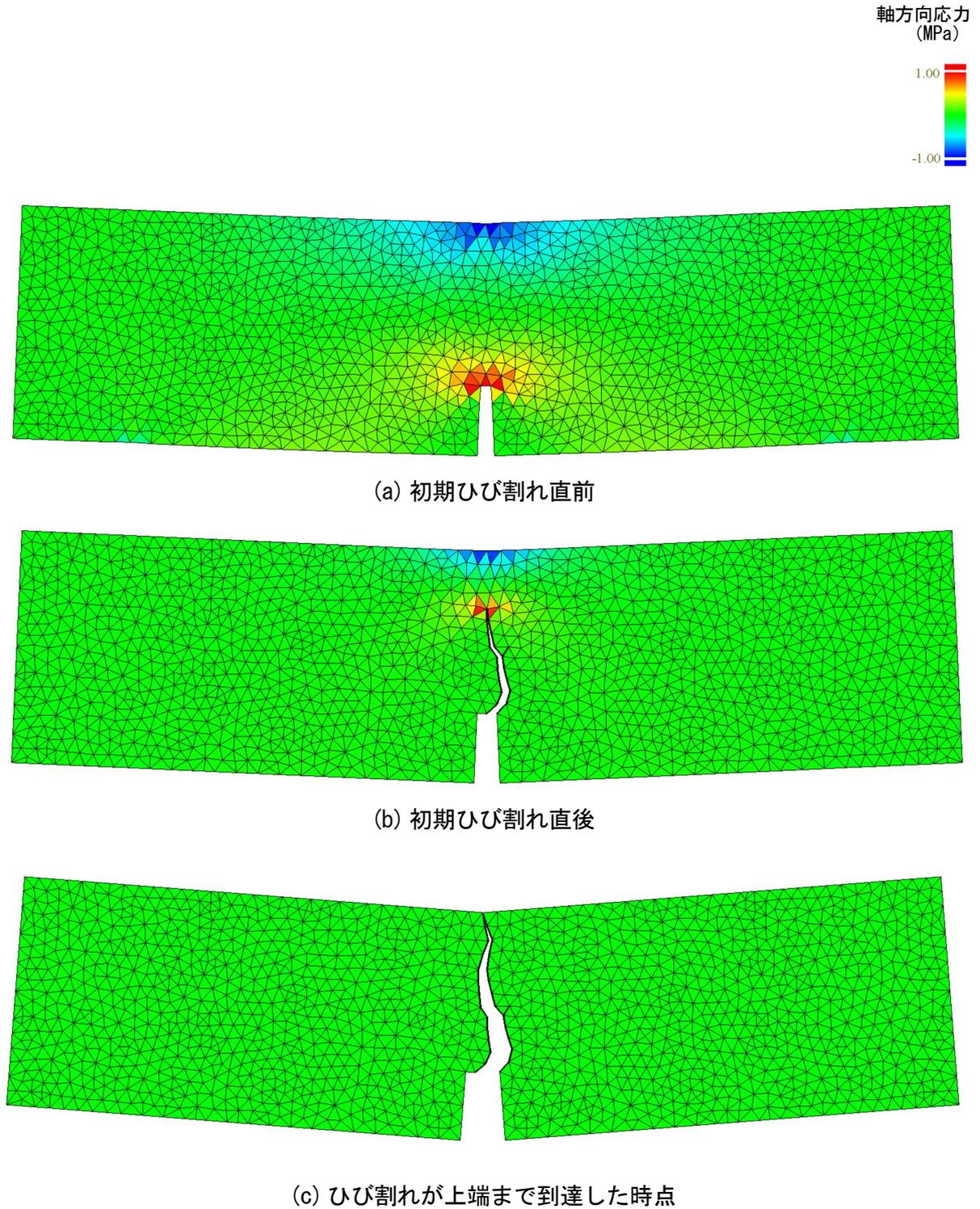


図-3.3.7 変形とひび割れ性状および梁軸方向の応力分布（変形の倍率500）

3.4 コンクリートの引張破壊エネルギーを考慮した解析

3.4.1 HPMによるひび割れ解析が要素寸法の影響を受けないことの確認

HPMによるひび割れ解析が要素寸法の影響を受けないことを示すため、破壊エネルギーを考慮した解析手法を用いて要素寸法を変えた解析を行う。解析の対象は破壊エネルギーを求める試験（スリットのある $400 \times 100 \times 100$ mmの試験体を用いる）である。破壊エネルギーは 0.2 N/mmとした。解析に用いた材料定数は解析対象の材料試験で得られた表-3.4.2の値を用いている。図-3.4.1に解析対象の寸法を示す。図-3.4.2に粗い分割（1500 node）と細かい分割（5000 node）の要素分割図を比較して示す。

表-3.4.2 材料定数

引張強度 f_t (MPa)	3.77
ヤング係数 E (GPa)	26.1
ポアソン比 ν	0.2
厚み (mm)	100.0

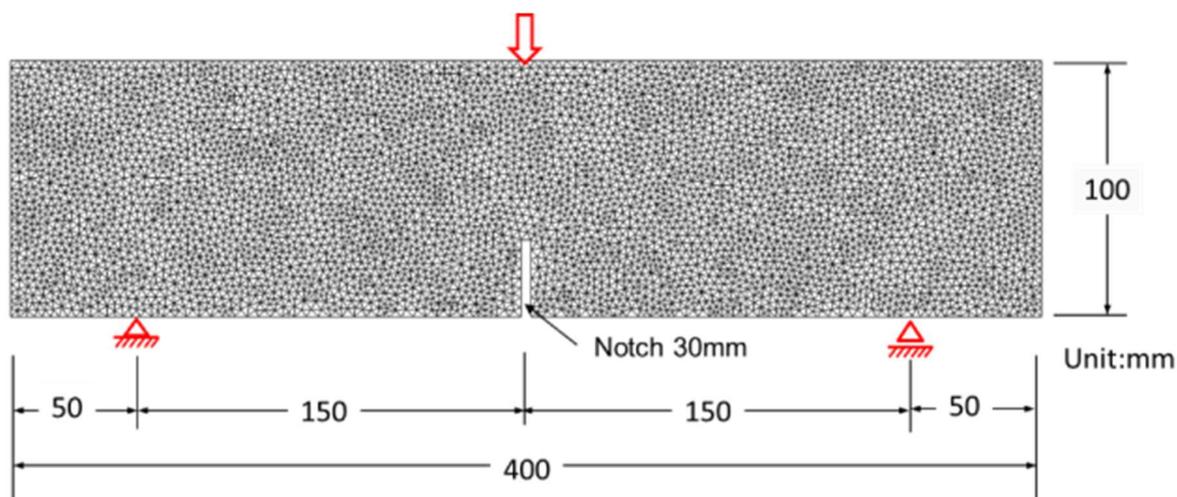
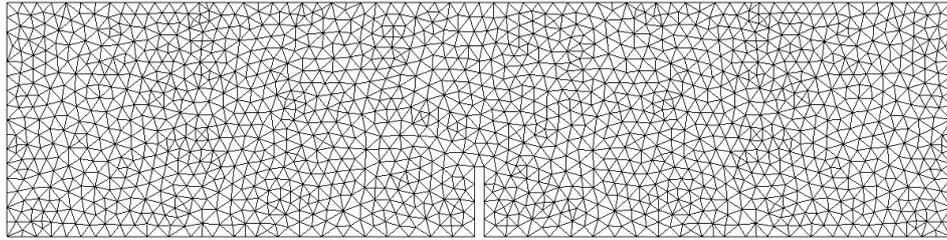
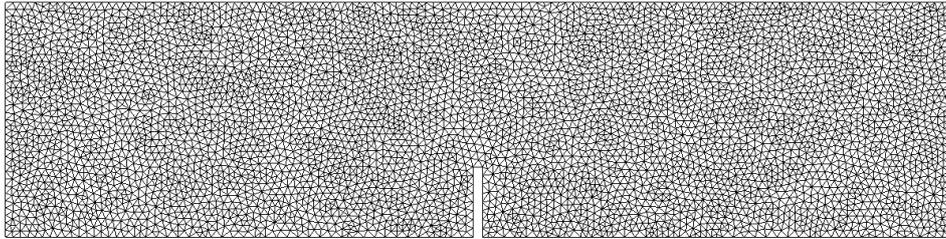


図-3.4.1 解析対象の寸法



(a) 粗い要素分割 (1500 nodes)



(b) 細かい要素分割 (5000 nodes)

図-3.4.2 要素分割の影響を確認する解析の要素分割図

図-3.4.3 に解析結果の荷重－開口変位 (CMOD) 関係を示す. なお, 前節の解析まで用いていた荷重－荷重点変位関係を荷重－開口変位関係に変えたのは実験結果の整理には開口変位を用いられるのが一般的なためである. 材料定数としては代表要素寸法等を用いずに粗い要素分割と細かい要素分割の解析を行っているが両者ともにほぼ同様の曲線となっている. 粗い要素分割の方が若干, 荷重が大きく出ているのはひび割れ経路の自由度が制約されるためと考えられる.

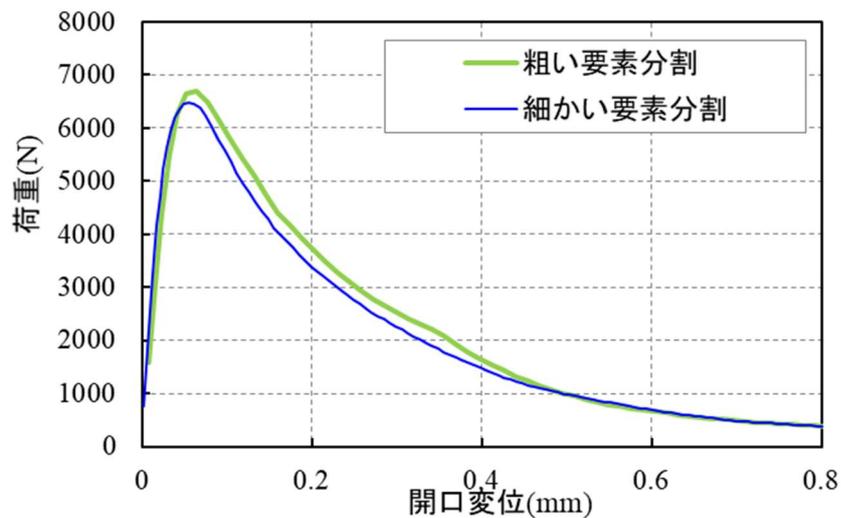


図-3.4.3 要素分割の影響 : 変位と CMOD の関係

図-3.4.4に各解析のひび割れ状況と最大主応力の分布を示す。ひび割れは複数箇所から発生し、やがて一本のひび割れに収束していく。変形は40倍して示している。

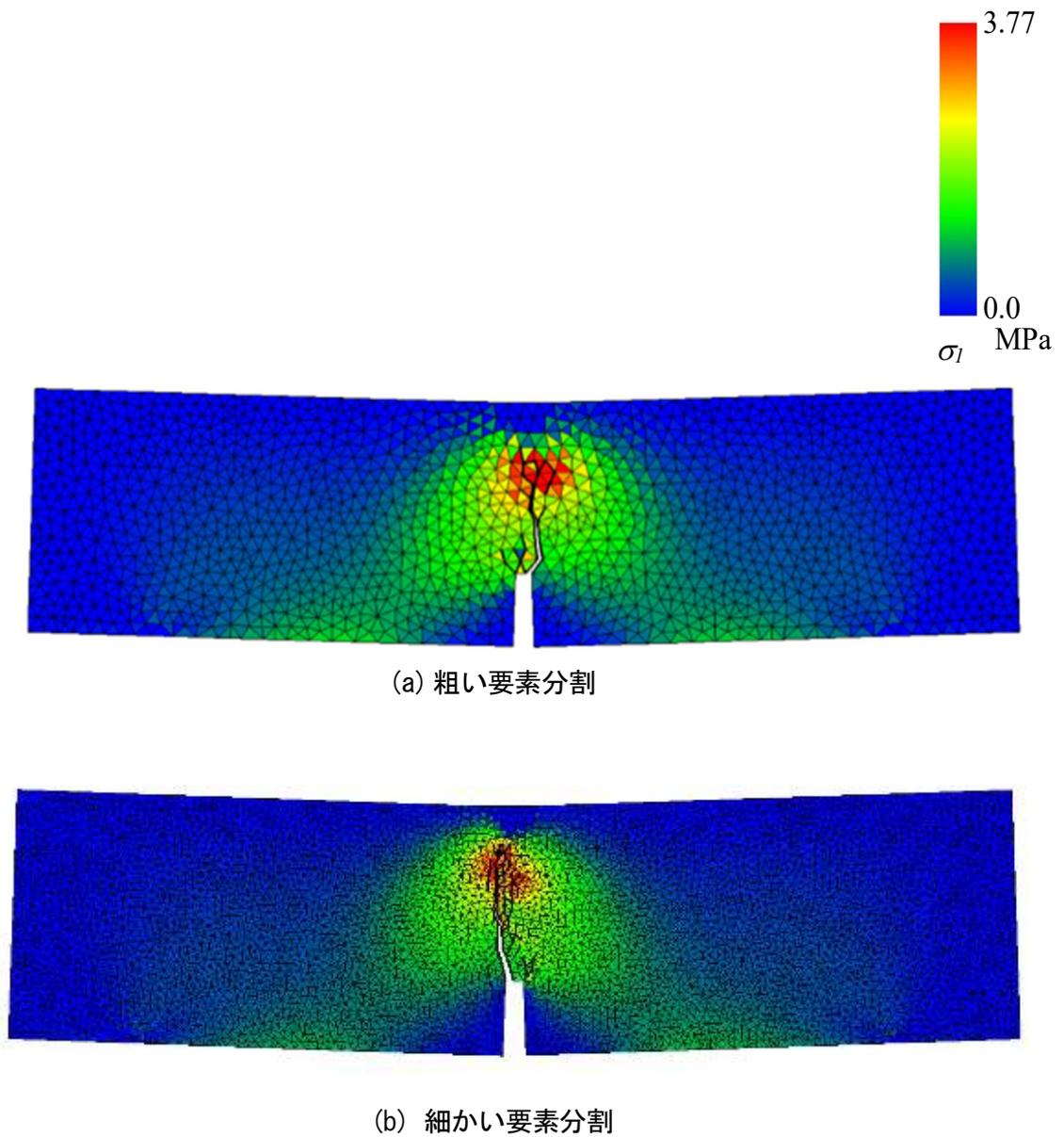


図-3.4.4 ひび割れ状況と最大主応力の分布

3.4.2 破壊エネルギーを変えた場合の適用性の検討

破壊エネルギーの値が解析結果に与える影響を確認するために破壊エネルギー G_f の値を0.01 N/mm, 0.1 N/mm, 0.2 N/mm と変化させた場合の解析結果を比較する. 図-3.4.5 にそれぞれの荷重と開口変位関係を示す. 破壊エネルギーを $G_f=0.01$ N/mm と極端に小さくした場合は荷重のピークはかなり小さくなり, 軟化曲線の傾きは比較的急になるが, 破壊エネルギーを考慮しない場合の解析のように, ひび割れ直後の解析ステップで荷重が大きく減少することなく, 解析は安定している.

また, これらの荷重—開口変位から実験値と同様に計算した破壊エネルギーは構成モデルに用いた G_f の値とほぼ一致する.

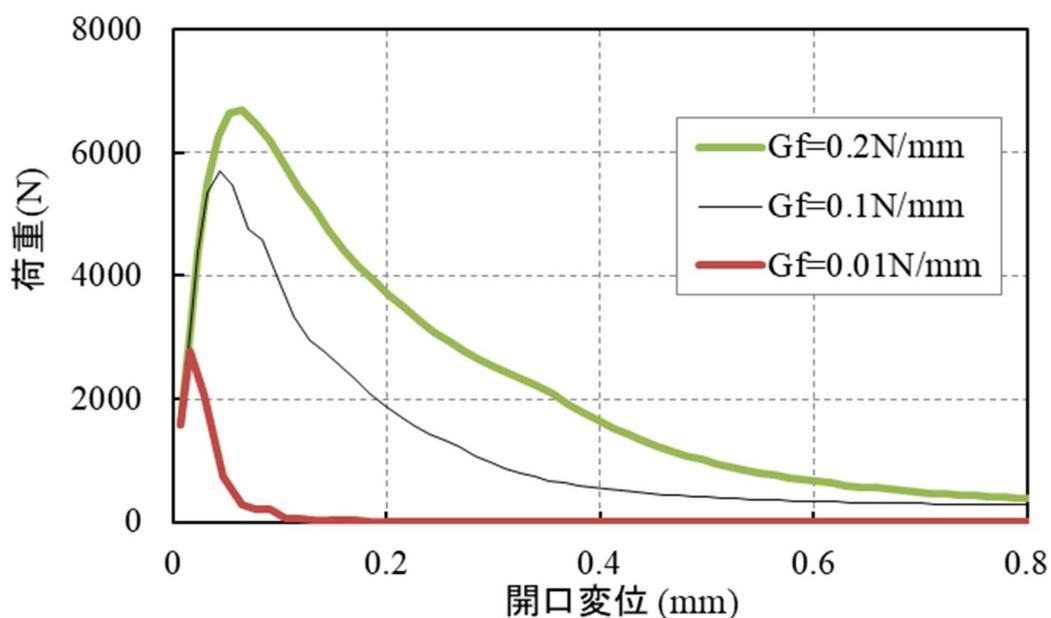
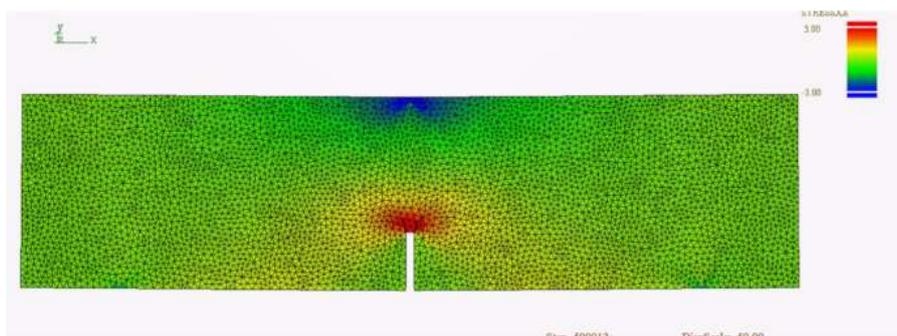


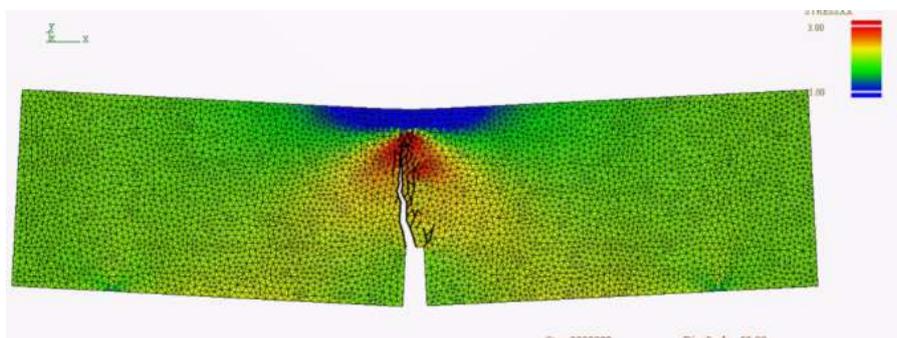
図-3.4.5 破壊エネルギーの影響：荷重と開口変位関係

3.4.3 曲げ引張実験のシミュレーション解析

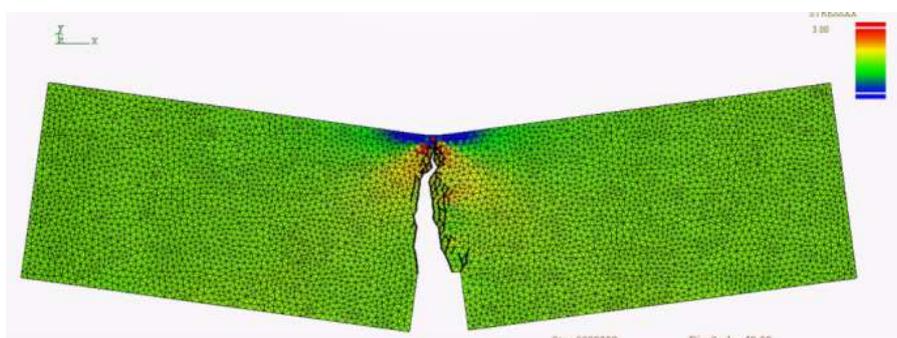
ここでは、破壊エネルギーを求める曲げ引張実験の材料定数を用いて、そのシミュレーション解析を行い、解析結果と実験結果を比較する。図-3.4.6 に変形、ひび割れ状況と水平方向応力の分布を示す。ひび割れは切り欠き上部より2本生じ、片側のひび割れが徐々に進展して最大荷重時を迎え、その後徐々にひび割れが進展し、荷重は低下する。



(a) ひび割れ直後



(b) 最大荷重付近



(c) 最終ステップ

図-3.4.6 変形、ひび割れと水平方向の応力分布

図-3.4.7 に開口変位 (CMOD) と荷重の関係を実験値と比較して示す。実験値解析値とも、初期ひび割れ後も荷重が増加し、開口変位 (CMOD) が 0.05 mm 付近で荷重のピークを迎える。解析値の最大荷重は実験値より若干大きいですが、開口変位が 0.2 mm, 0.4 mm 付近の荷重残存率もほぼ実験値と良い一致を示している。破壊エネルギーを考慮しない場合の解析のように 1 ステップで荷重が急落することはなくなり、実験結果と同様になめらかな曲線が得られることが分かった。

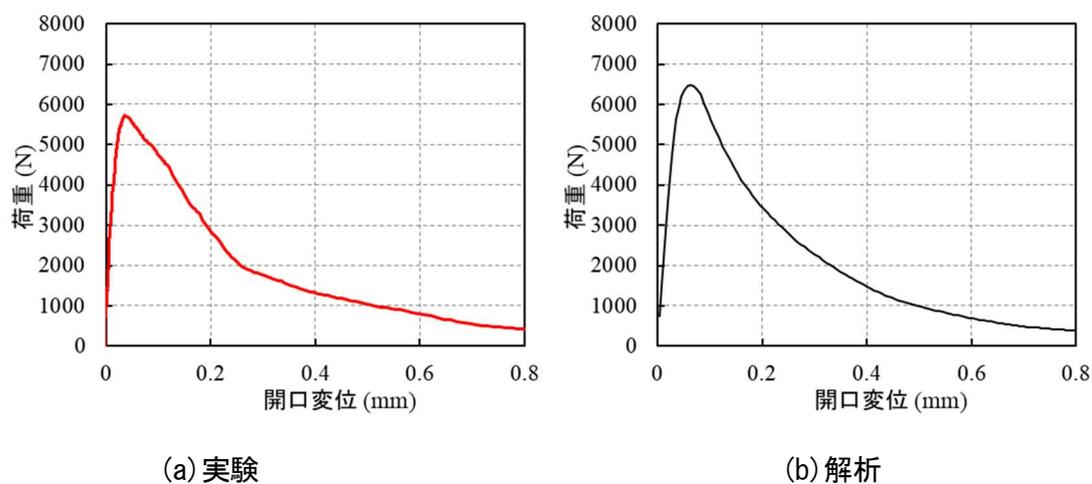


図-3.4.7 変位と開口変位 (CMOD) の関係

3.5 まとめ

第3章では、コンクリートのひび割れによる進行性破壊の計算に適した、変位制御を用いたひび割れ計算手法について述べた。

3.2節では変位制御を用いた HPM における離散ひび割れ計算手法について述べた。最初に計算フローを示し、変位制御点のペナルティ行列を定式化し、外力項の求め方を説明した。また、 r_{min} 法の適用の手順、節点反力の定式化を示した。

3.3節では、コンクリートの引張破壊エネルギーを考慮しない、すなわちひび割れ後ただちにひび割れ面の応力をすべて解放する解析を行い、最も脆性的な条件となった時にもひび割れ進展を安定的に計算可能で妥当な解析結果が得られることを確認した。また、この解析結果により導入した変位制御解析機能が正しく動作していることも確認した。また、要素分割に均等分割を基本とした少数要素分割とデローニ三角要素分割を用いてそれぞれの要素分割での適用性も確認した。

3.4節では、引張破壊エネルギーを考慮した解析により、最初に、HPM のひび割れ構成モデルが要素寸法に依存しないことの確認を行った。次に破壊エネルギーを現実的な範囲で変更した場合の解析の適用性を確認した。最後に、破壊エネルギーをパラメータとして曲げ引張実験をシミュレートしその再現性の確認をした。

第4章 ひび割れ計算手法の適用性の確認

4.1 はじめに

第4章では、開発したひび割れ進展解析手法の適用性を確認するために、コンクリートの引張破壊エネルギーを求める無筋コンクリートの三点曲げ実験を行い、続けて実験の感度解析を行い、解析のひび割れ進展問題への適用性を検討する。最後に鉄筋コンクリート Deep Beam の解析を行い、圧壊を含む鉄筋コンクリート部材の解析への適用性を確認する。

4.2 節では、引張破壊エネルギーを求める三点曲げ試験を実施し、実験結果をまとめる。支点条件をローラーのみ、高精度のローラーで滑り性能を向上させた治具、ローラーではなくテフロンシートを敷いた場合の3水準に変化させ、実験結果の変化を考察する。

4.3 節では、4.2 節で行った実験を、本解析手法を用いてシミュレーション解析し、ひび割れ強度、破壊エネルギー、および切欠き寸法のパラメータを変化させて最大荷重、最大荷重時変位、軟化勾配等に対する感度を確認するとともに、実験との整合性を探り適用性を確認する。

4.4 節では既往の研究における三点曲げ試験の引張強度、破壊エネルギー、および切欠き寸法の影響を調査し、本解析手法を用いてシミュレーション解析することにより解析の適用性を確認する。

4.5 節では、鉄筋コンクリート Deep Beam の解析を行い、圧壊を含む鉄筋コンクリート部材解析への適用性を確認する。

最後に、4.6 節では、この章で得られた結果を総括する。

4.2 引張破壊エネルギーを求める実験結果

4.2.1 実験概要

開発したひび割れ進展解析手法の適用性を確認するために、コンクリートの引張破壊エネルギーを求める無筋コンクリートの三点曲げ実験を行う。基本的には JCI の引張破壊エネルギーを求める試験要領[56]に従うが、支持部での摩擦エネルギーの影響を確認するため、支持部の滑りを3水準に変化させた実験を行い、実験結果を比較する。

試験体は9体作成し支持部の滑りを3種類、それぞれ3体ずつ試験に供する。

4.2.2 実験装置と計測項目

実験の荷重装置と試験体設置状況の全景を図-4.2.1に示す。図の左側がアムスラー式荷重装置で試験体上部の梁が油圧により下方に下がり、試験体に荷重を載荷する。右側はコントロールシステムで荷重速度制御することができる。荷重速度は0.3 mm/分として1.5 mmまで載荷する（1体の実験時間は約5分となる）。

計測項目はアムスラーの荷重値、図-4.2.2に示すように試験体下面中央の切欠き肩口開口変位（CMOD）をクリップゲージで計測、およびアムスラー荷重梁の上下方向の変位（ストローク）、図-4.2.3に示すように試験体裏面に曲率を算出することを目的として水平方向変位を計測する。



図-4.2.1 試験体を設置した状態の実験装置全景 (TE-R-3)

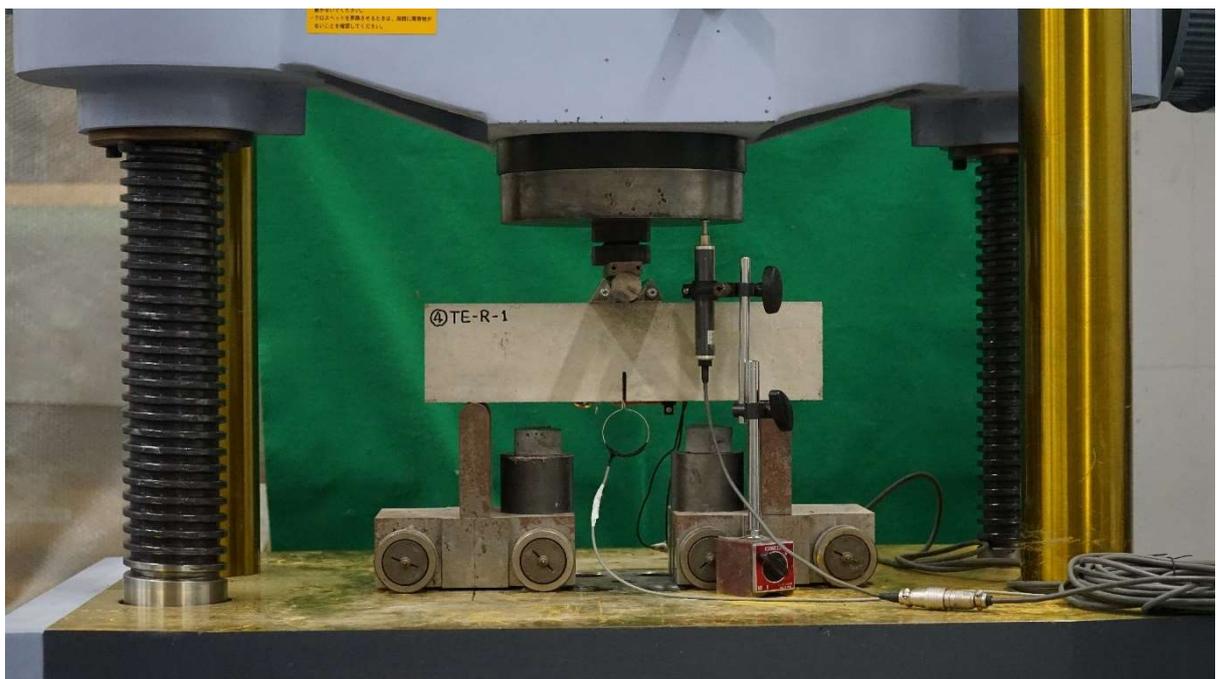


図-4.2.2 試験体と開口変位測定用パイゲージ設置状況 (TE-R-1)



図-4.2.3 試験体背面の曲率を算出するための水平方向変位計（試験後）

4.2.3 実験変数（支持部の滑り）と試験体記号

構造実験とともにコンクリートの引張破壊エネルギーを求める場合、曲げ引張強度を求める試験（4点曲げ試験）に用いる舟形治具を用いることが多い。しかし JCI の規準においては支持点の治具の下に複数のローラーを設置することを推奨している。

本実験では支持部で拘束されることによる破壊エネルギーの変化を確認するため、試験体下の支持部として支点到ローラーの付いた舟形治具を用いた場合と、JCI 規準推奨の支持治具の下端にローラーを設置した場合、およびテフロンシートを敷いた試験の3水準の支持点条件で実験を行った。図-4.2.4にそれぞれの支持具に試験体を設置した状況を示す。試験体記号は支持部の治具の下部を固定したものを TE-N-1~3, ローラーのものを TE-R-1~3, テフロンシートを敷いたものを TE-S-1~3 とした。試験体の材料試験結果を表-4.2.1に示す。試験体寸法、および切欠き寸法はいくつかの試験体について曲尺を用いて目視で計測したが、1.0mm以上の誤差はないことを確認している。図-4.2.5に計測状況を示す。



(a) 固定 (TE-N)

(b) ローラー (TE-R)

(c) テフロンシート (TE-S)

図-4.2.4 支持点の治具の下の条件の違い

表-4.2.1 材料試験結果

	圧縮強度 [N/mm ²]	ヤング係数 [×10 ⁴ N/mm ²]	割裂強度 [N/mm ²]
材令 23 日	20.9	2.31	1.85
材令 42 日	22.5	2.18	2.35



図-4.2.5 切欠き寸法の計測状況

4.2.4 実験結果

(1) 実験経過

試験結果一覧を表-4.2.2に示す。この順に各実験の荷重-ストローク関係、ひび割れ確認時と載荷終了時のひび割れ性状を示す。

表-4.2.2 試験結果一覧

支持部の条件	試験体番号	最大荷重 [kN]	最大荷重時のストローク [mm]	破壊エネルギー [N/mm]	備考
固定	TE-N-1	5.07	0.296	0.139	初期に荷重の乱れがある
	TE-N-2	5.92	0.284	0.159	終了時に試験体落下, 以後落下防止治具を設置
	TE-N-3	5.79	0.366	0.138	パイゲージが損傷したため交換
ローラー	TE-R-1	5.23	0.228	0.094	終了時に試験体落下した
	TE-R-2	4.89	0.246	0.209	残留荷重あり, 計測治具と接触している
	TE-R-3	4.75	0.278	0.122	
テフロンシート	TE-S-1	5.85	0.416	0.161	滑り出しに引っ掛かりあり
	TE-S-2	5.48	0.369	0.153	ピーク値が後方にシフト
	TE-S-3	4.26	0.266	0.186	立ち上がりが早くピーク値が小さい

① TE-N-1

図-4.2.6 に荷重ストローク関係を、図-4.2.7 にひび割れ確認後と載荷終了時のひび割れ性状を示す。荷重ストローク関係においてストロークに乱れがあり、ひび割れが生じたことによると考えられるが確認はできていない。

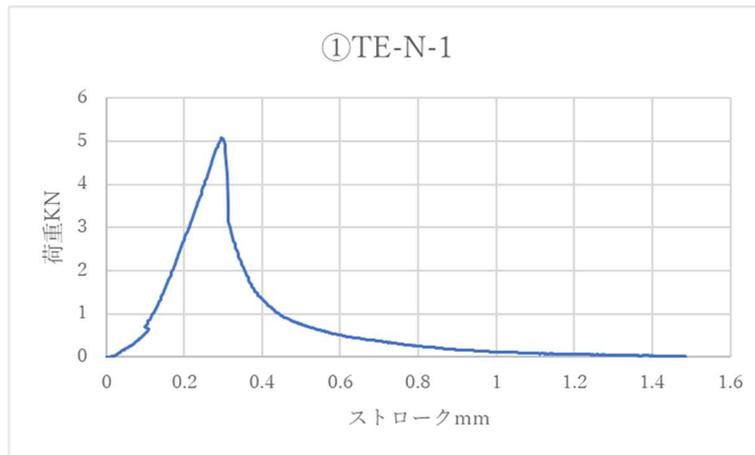


図-4.2.6 荷重ストローク関係 (TE-N-1)

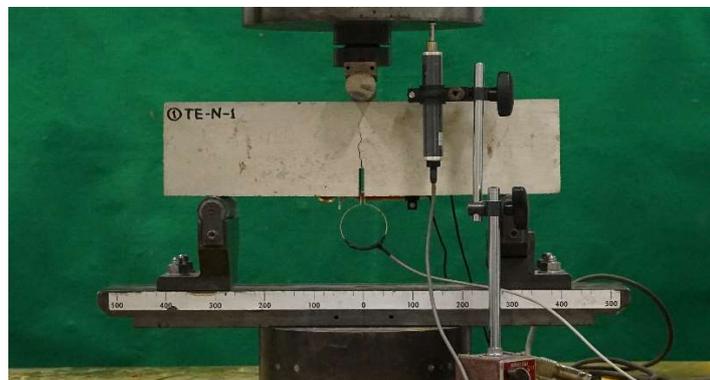
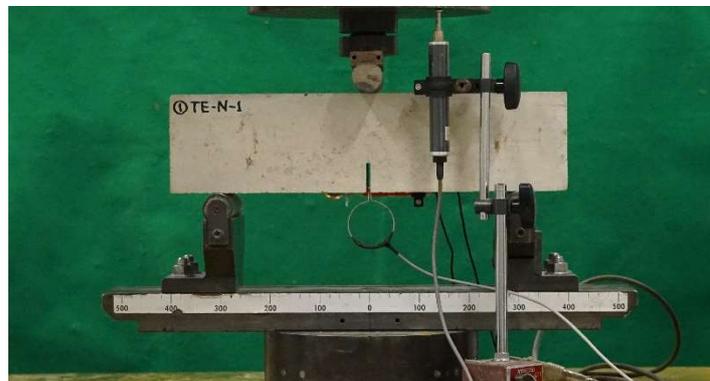


図-4.2.7 ひび割れ確認時と載荷終了時のひび割れ性状 (TE-N-1)

② TE-N-2

図-4.2.8 に荷重ストローク関係を，図-4.2.9 にひび割れ確認後と載荷終了時のひび割れ性状を示す．載荷終了前に試験体が分裂・落下したがデータに乱れは生じていない．この実験以降は試験体の下部に落下止め治具を設置する．

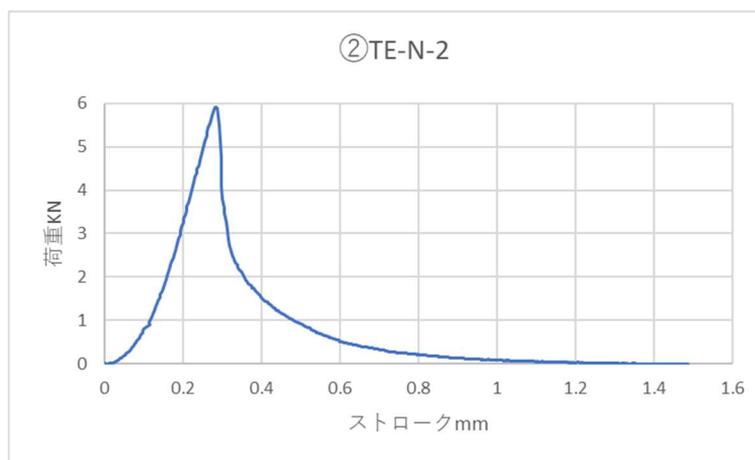


図-4.2.8 荷重ストローク関係 (TE-N-2)

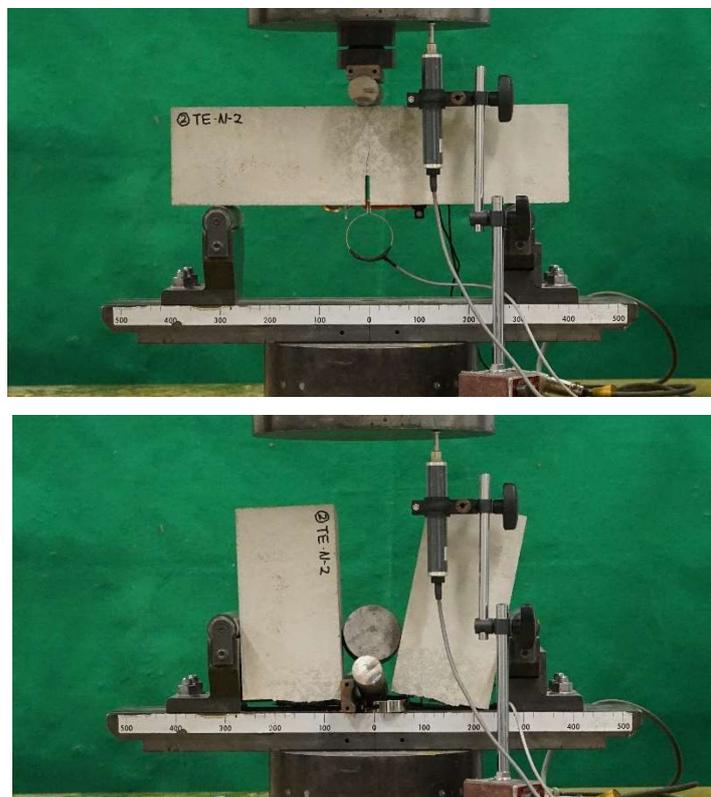


図-4.2.9 ひび割れ確認時と載荷終了時の破壊状況 (TE-N-2)

③ TE-N-3

図-4.2.10 に荷重ストローク関係を、図-4.2.11 にひび割れ確認後と載荷終了時のひび割れ性状を示す。TE-N-2 でひび割れ幅計測用のパイゲージを痛めたと考えられたため、交換するとともに試験体が落下しないように落下止めを設置した。

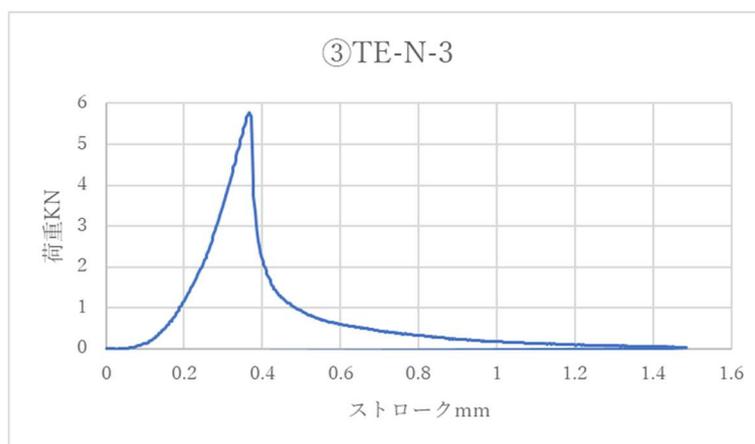


図-4.2.10 荷重ストローク関係 (TE-N-3)

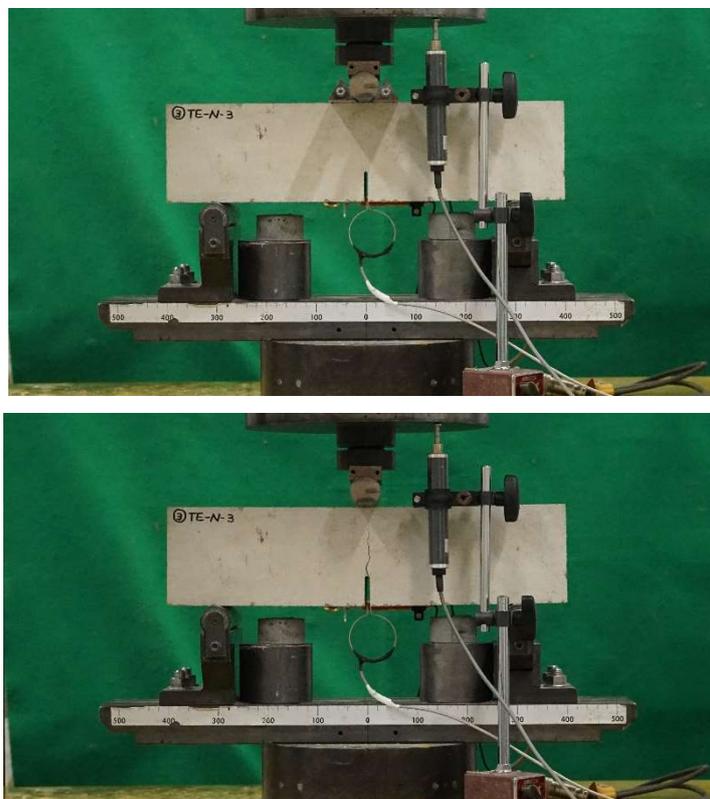


図-4.2.11 ひび割れ確認時と載荷終了時のひび割れ性状 (TE-N-3)

④ TE-R-1

図-4.2.12 に荷重ストローク関係を、図-4.2.13 にひび割れ確認後と載荷終了時のひび割れ性状を示す。実験前にローラーの滑り具合を確認したが何も載せない状態の時は予想より軽く滑る印象だった。実験終了前に試験体が分裂・落下した。落下止めを設置してあったが止まらなかった。

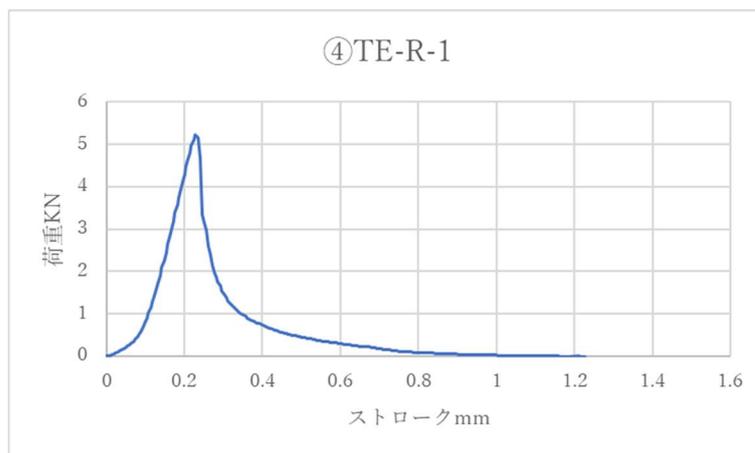


図-4.2.12 荷重ストローク関係 (TE-R-1)



図-4.2.13 試験開始時と載荷終了時のひび割れ性状 (TE-R-1)

⑤ TE-R-2

図-4.2.14に荷重ストローク関係を、図-4.2.15にひび割れ確認後と載荷終了時のひび割れ性状を示す。他の2例（TE-R-1, TE-R-3）と比較してピーク後の荷重の落ち方が少ない。実験後に写真を確認して気付いたが、ストロークを計測している治具のマグネットがローラーを抑えているためと思われる。

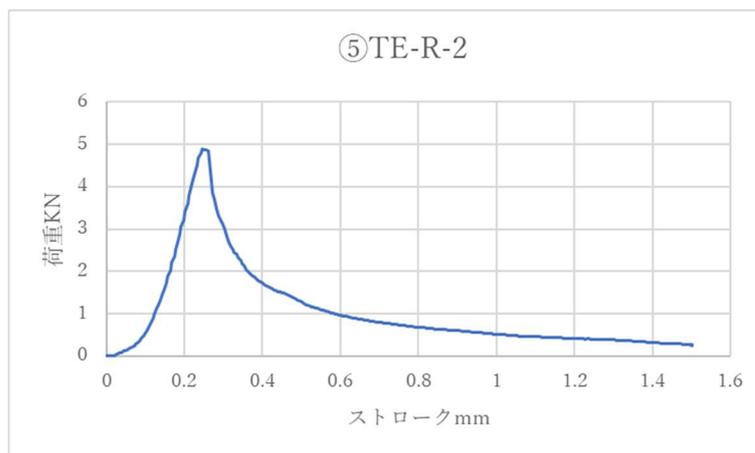


図-4.2.14 荷重ストローク関係 (TE-R-2)

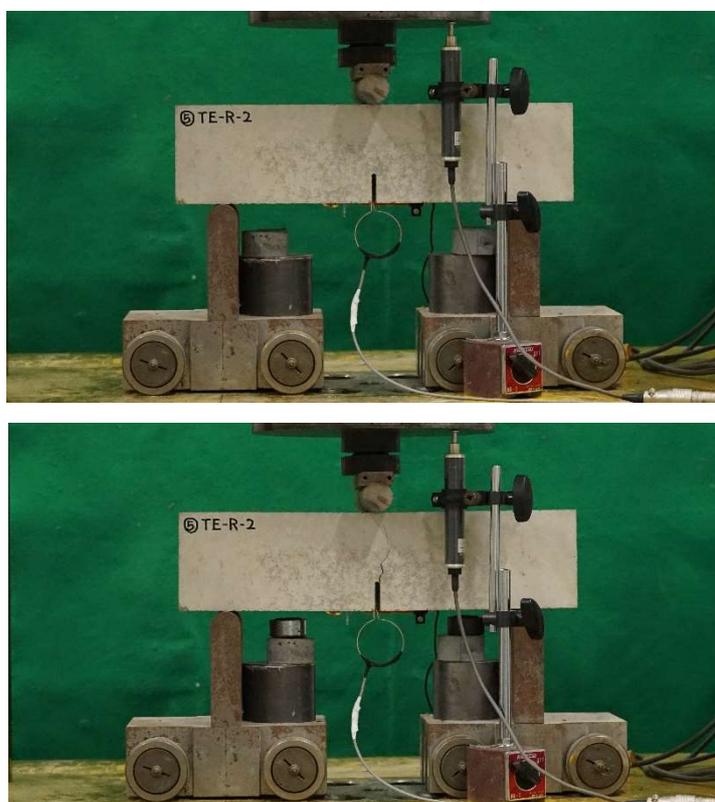


図-4.2.15 ひび割れ確認時と載荷終了時のひび割れ性状 (TE-R-2)

⑥ TE-R-3

図-4.2.16 に荷重ストローク関係を、図-4.2.17 にひび割れ確認後と載荷終了時のひび割れ性状を示す。ピーク荷重は他の2例（TE-R-1, TE-R-2）より小さいが、ピーク後の荷重の落ち方は他の2例の中間程度である。

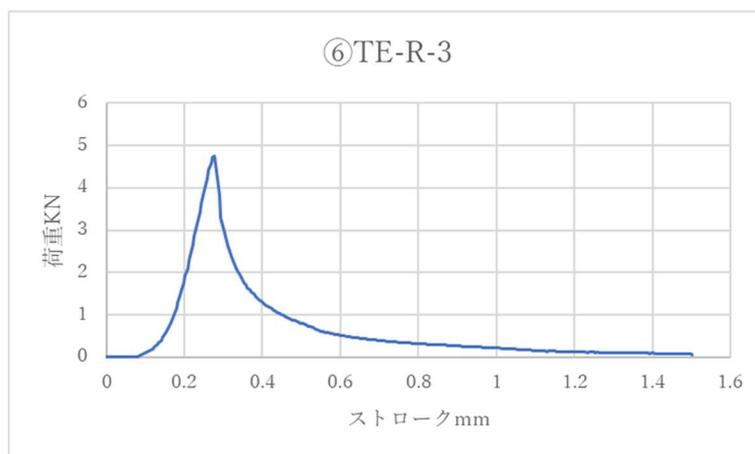


図-4.2.16 荷重ストローク関係 (TE-R-3)

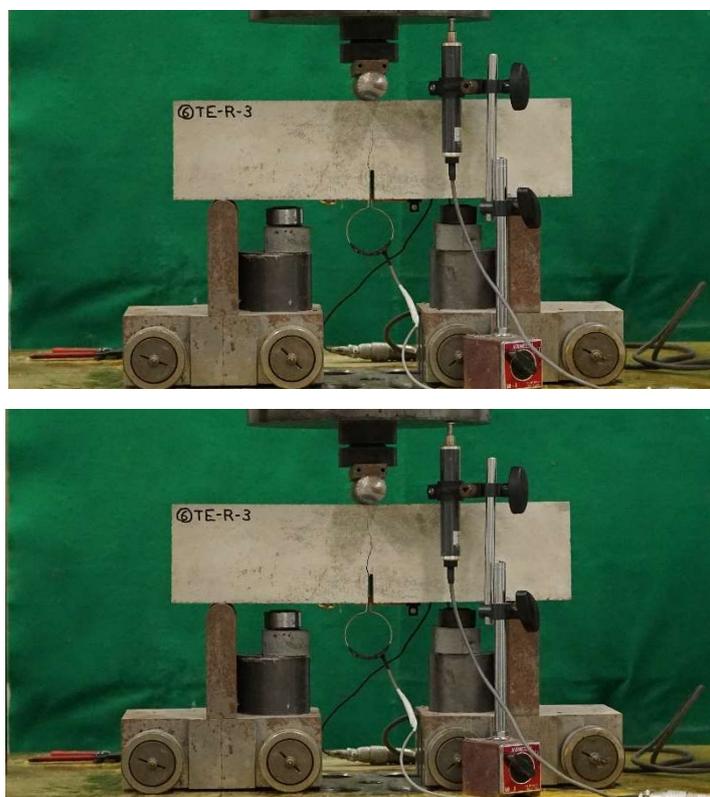


図-4.2.17 ひび割れ確認時と載荷終了時のひび割れ性状 (TE-R-3)

⑦ TE-S-1

図-4.2.18 に荷重ストローク関係を、図-4.2.19 にひび割れ確認後と載荷終了時のひび割れ性状を示す。ローラー治具の底面にテフロンシートを設置し、滑り具合を確認したが滑り出しはローラーよりも引っ掛かりが感じられた。

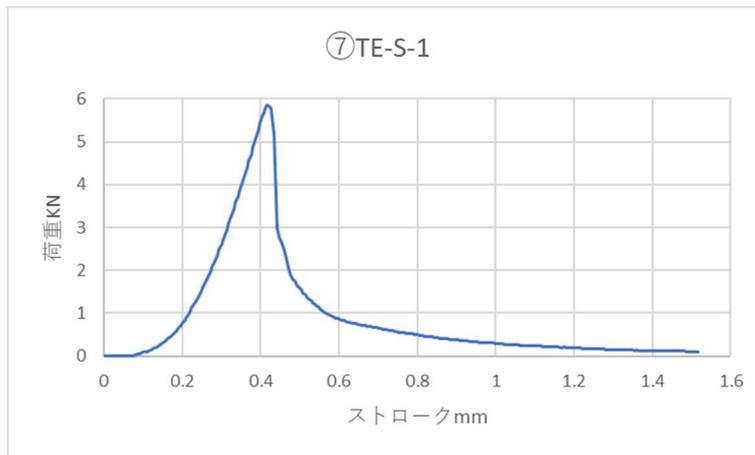


図-4.2.18 荷重ストローク関係 (TE-S-1)



図-4.2.19 試験開始時と載荷終了時のひび割れ性状 (TE-S-1)

⑧ TE-S-2

図-4.2.20 に荷重ストローク関係を、図-4.2.21 にひび割れ確認後と載荷終了時のひび割れ性状を示す。TE-S-1 と同様にストロークが 0.4 付近（TE-N-3 も）とローラーのもの（0.2 付近）と比べてピーク位置が後方である。

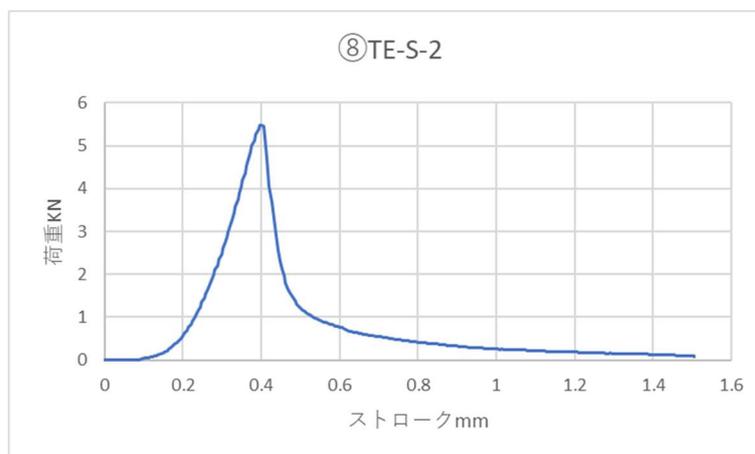


図-4.2.20 荷重ストローク関係 (TE-S-2)

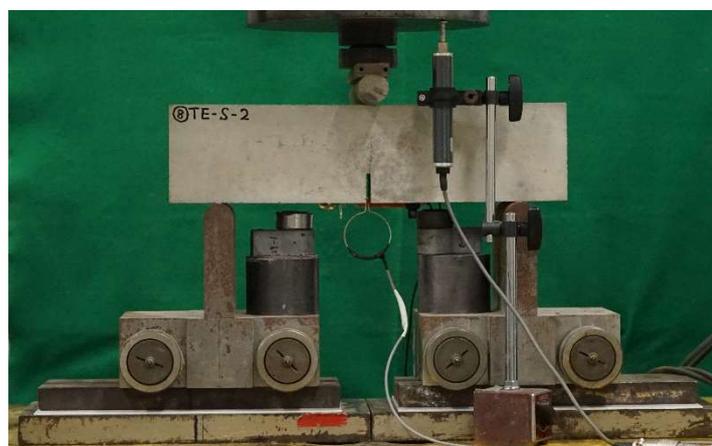


図-4.2.21 ひび割れ確認時と載荷終了時のひび割れ性状 (TE-S-2)

⑨ TE-S-3

図-4.2.22 に荷重ストローク関係を、図-4.2.23 にひび割れ確認後と載荷終了時のひび割れ性状を示す。前の2例（TE-S-1, TE-S-2）より立ち上がりが早く、ピーク荷重が小さい。

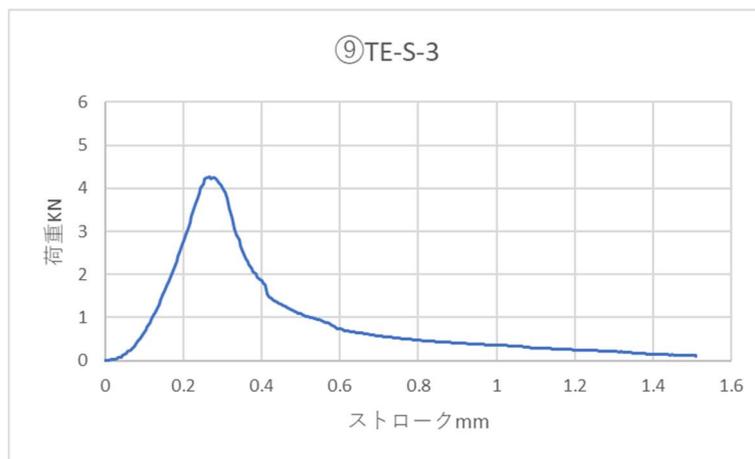


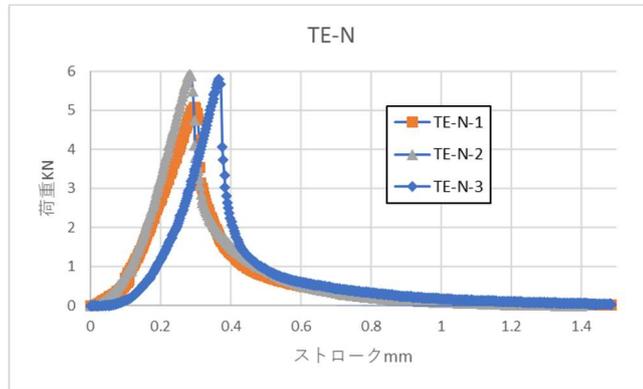
図-4.2.22 荷重ストローク関係 (TE-S-3)



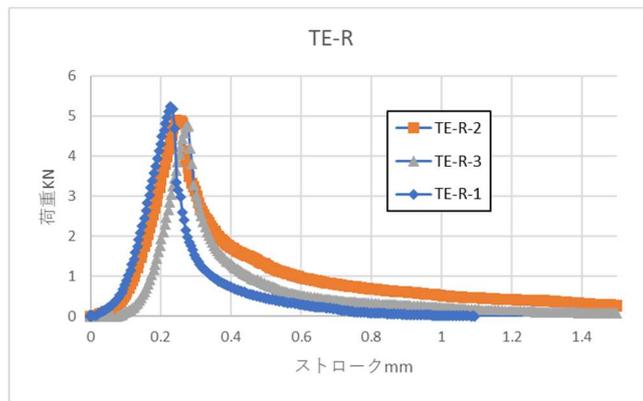
図-4.2.23 ひび割れ確認時と載荷終了時のひび割れ性状 (TE-S-3)

(2) 荷重-ストローク関係の比較

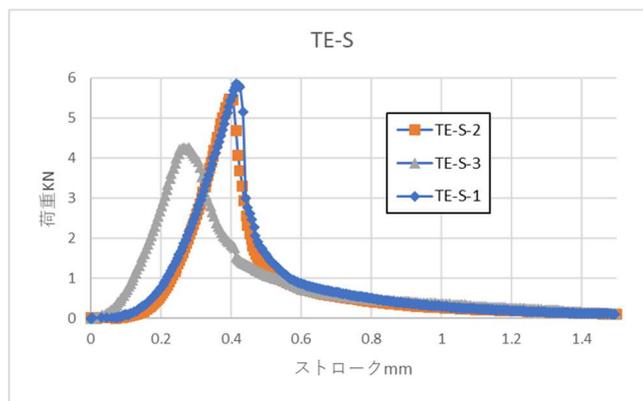
図-4.2.24に各実験の荷重-ストローク関係を比較して示す。ピーク付近まで各実験の差が大きい。実験数が少ないため一概には言えないが、ローラーの実験データが一番安定している。



(a) 固定 (TE-N)



(b) ローラー (TE-R)

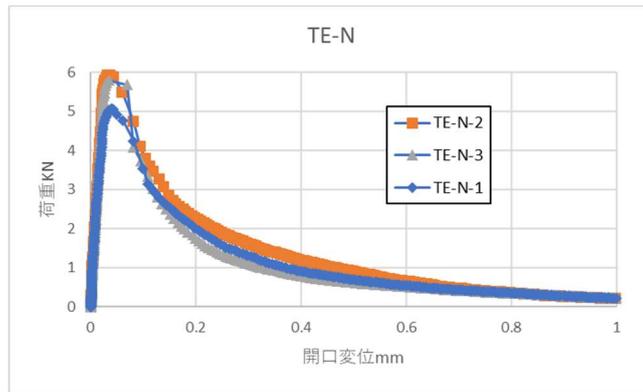


(c) テフロンシート (TE-S)

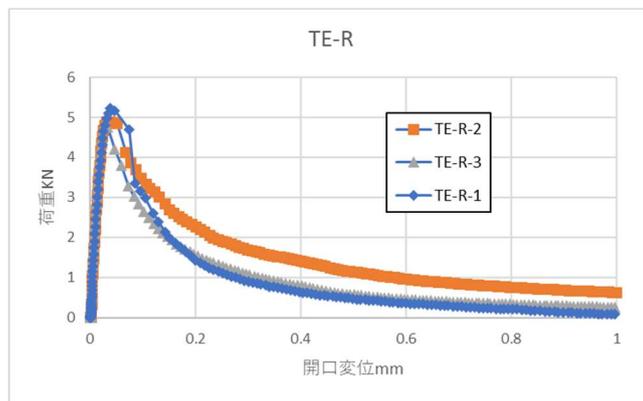
図-4.2.24 荷重-ストローク関係の比較

(3) 荷重－開口変位関係

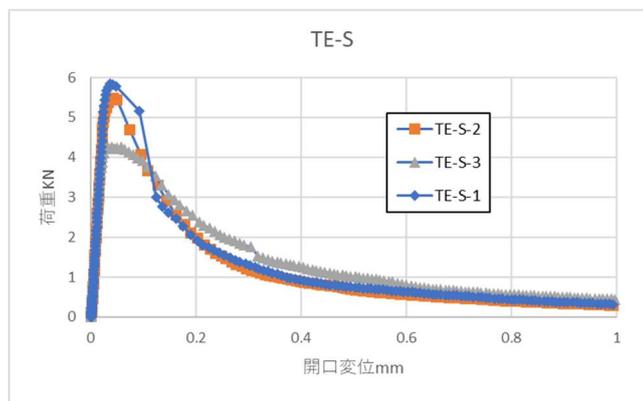
図-4.2.25 に各実験の荷重－開口変位関係を示す。ピーク付近まで開口変位はあまり大きくならないため、荷重－ストローク関係で目立っていたストロークの差があまり見られない。



(a) 固定 (TE-N)



(b) ローラー (TE-R)

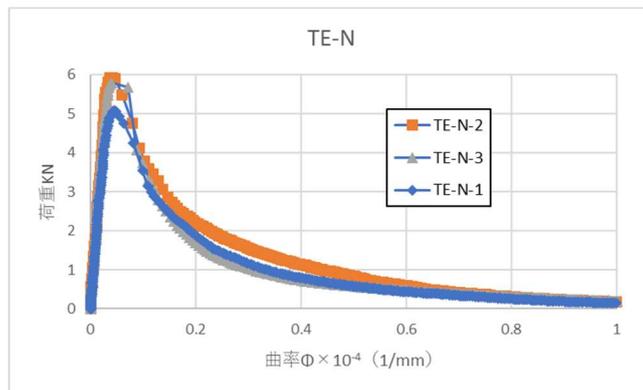


(c) テフロンシート (TE-S)

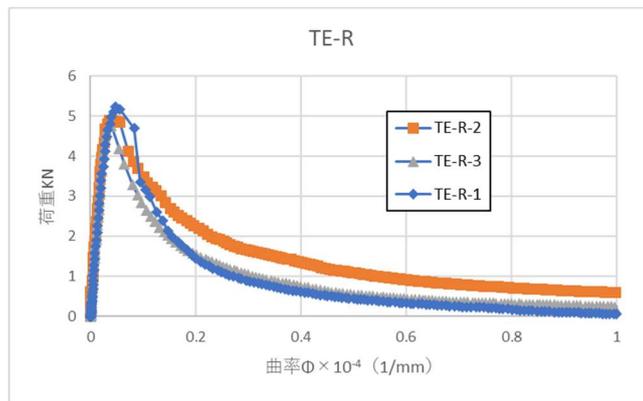
図-4.2.25 荷重－開口変位関係の比較

(4) 荷重—曲率関係

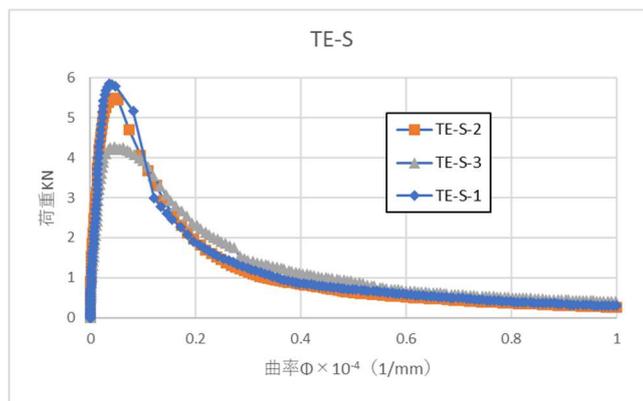
図-4.2.26 に各実験の荷重—曲率関係を示す。開口変位と同様に荷重—ストローク関係で目立っていた曲率差があまり見られない。曲率は開口変位と同等のため以降の整理には開口変位を用いる。



(a) 固定 (TE-N)



(b) ローラー (TE-R)



(c) テフロンシート (TE-S)

図-4.2.26 荷重—曲率関係の比較

(5) 破壊エネルギーの算出

荷重－開口変位関係から算出した引張破壊エネルギーを表-4.2.3に示す.

破壊エネルギーの計算は式(4.2.1)で行った.

$$G_f = \frac{0.75W_0}{b \times h} \quad (4.2.1)$$

ここに、 W_0 は荷重－開口変位曲線の下側の面積

荷重－開口変位関係では、支点到ローラーを設置した結果 (TE-R) が最大荷重値と最大荷重付近の形状が比較的まとまっているが、破壊エネルギーは最もばらついている結果となった.

これは TE-R-2 の荷重がピーク後もあまり落ちていないことが原因である.

表-4.2.3 荷重－開口変位関係から算出した引張破壊エネルギー

支持部の条件	試験体番号	破壊エネルギー [N/mm]	平均 [N/mm]
固定	TE-N-1	0.138813	0.145236
	TE-N-2	0.158688	
	TE-N-3	0.138206	
ローラー	TE-R-1	0.094161	0.141893
	TE-R-2	0.209296	
	TE-R-3	0.122221	
テフロンシート	TE-S-1	0.160988	0.166615
	TE-S-2	0.152649	
	TE-S-3	0.186209	

(6) 実験の考察

① 支持具が消費するエネルギーに関して

構造実験の材料試験として簡易に行っている舟形を用いた試験（TE-N シリーズ）と JCI 規
準推奨の視点下にローラーを用いた場合（TE-R シリーズ）では破壊エネルギーの平均値にあまり
差がなかった。ただし、TE-R-2 が他の二体に比べて破壊エネルギーの値が異常に大きいこと
と、その原因が支持部ローラーが計測治具に接触していたことによるとの懸念があるため、こ
のデータを異常値とすると表-4.2.4 のようになり、舟形を用いた場合の試験（TE-N シリーズ）
はローラーを用いた場合（TE-R シリーズ）と比べて3割ほど大きな値となる。

実験後に再度調査したところ、テフロンの摩擦係数は、摩擦面が極めて平坦な鋼の場合で
0.04 程度。それに対して転がり抵抗はそれに対してかなり小さいことが分かった。TE-S シリー
ズの破壊エネルギーの値は、TE-R-2 の結果を含めた場合 17%の増加、TE-R-2 を含めない場合
には5割程度大きい。

表-4.2.4 TE-R-2 を削除して算出した引張破壊エネルギーの比較

支持部の条件	試験体番号	破壊エネルギー [N/mm]	平均 [N/mm]	「ローラー」 との比
固定	TE-N-1	0.138813	0.145236	1.34
	TE-N-2	0.158688		
	TE-N-3	0.138206		
ローラー	TE-R-1	0.094161	0.108191 0.141893	1.0
	TE-R-2	0.209296		
	TE-R-3	0.122221		
テフロンシート	TE-S-1	0.160988	0.166615	1.54
	TE-S-2	0.152649		
	TE-S-3	0.186209		

②ひび割れ状況

表面のひび割れ状況ではひび割れが分岐しているものも見られた。図-4.2.27 と図-4.2.28 にその例を示す。デローニ要素分割の解析においてもひび割れの分岐が見られたため同様の現象が再現できているのかと考え状況を観察した。

しかしながら、断面を見てみると 図-4.2.29 のように骨材の界面でひび割れが生じていることがわかる。表面から見てひび割れが分岐している状況も3次的にみると表面が剥離するようなひび割れであることがわかった。

図-4.2.30 は試験後一度ひび割れ面で分離していたものを重ね合わせた状況であるが、分岐していたひび割れ（図-4.2.27 の下図）部分が角欠けし内部に一本のひび割れが見えている。

このようにひび割れは分岐するが断面一様に分岐したひび割れが入るのではなく、試験体幅のごく一部で分岐が生じており、逆に断面の内部でもこのような分岐が広がっていることも推察される。

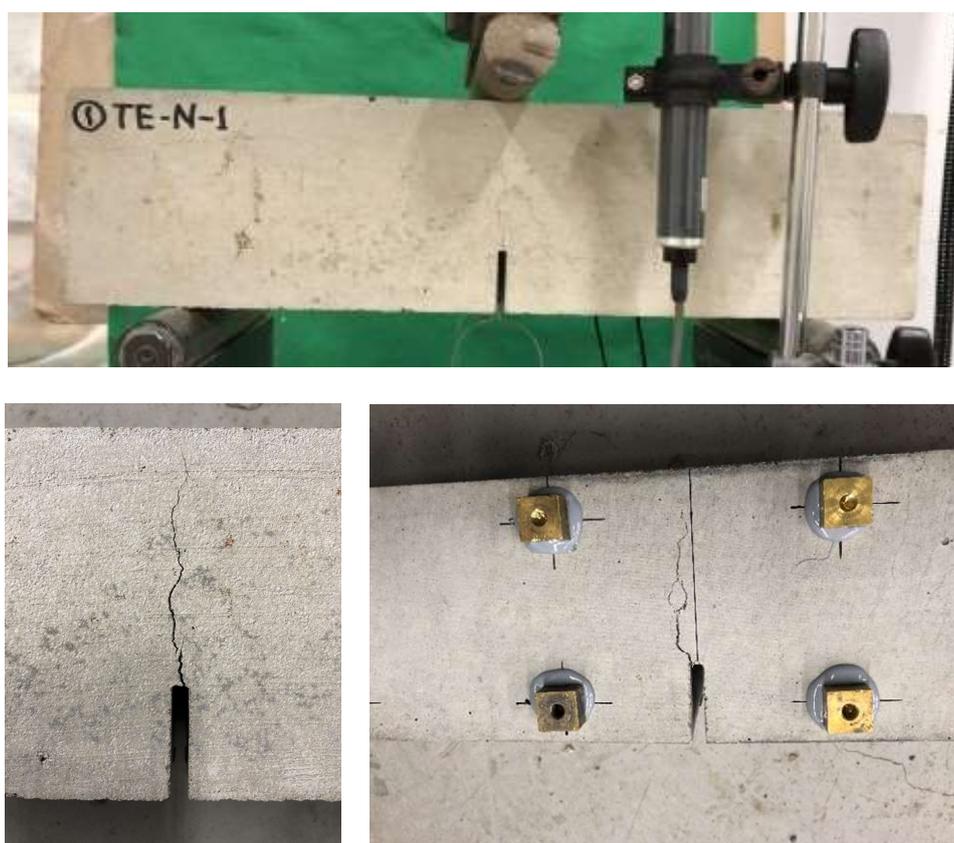


図-4.2.27 分岐しているひび割れの例：表面のひび割れ状況（TE-N-1）



図-4.2.28 分岐しているひび割れの例：表面のひび割れ状況（TE-S-1）



図-4.2.29 断面と分岐部の状況 (TE-N-1)



図-4.2.30 一度ひび割れ面で分離し、重ね合わせた試験体：分岐部分が角欠けし，内部に一本のひび割れが見える (TE-S-1)

4.3 曲げ引張破壊実験のシミュレーション解析

4.3.1 解析概要

実験結果に対する解析の適用性の検討として、はじめに材料実験で得られた引張強度の平均値および実験で得られた破壊エネルギーの平均値を用い、標準寸法によるシミュレーション解析を実施し、実験値との整合性を確認する。次に引張強度、破壊エネルギー、切欠き寸法等を変化させて感度解析を実施する。

解析に先立ち、着目する解析値（応答指標と呼ぶ）を設定する。三点曲げ試験の解析においては最大荷重、最大荷重時の開口変位、および開口変位 0.3 mm での荷重値を応答指標とする。開口変位 0.3 mm はポストピークの軟化曲線の形状指標として設定した値であり、0.3 mm は実験値で軟化曲線のほぼ中点付近となることからこの値とする。

表-4.3.1 に三点曲げ試験の応答指標に対する弾性変形等の諸現象との関連性を表に示す。ひび割れ面のせん断伝達に関しては検証を行っていないが現象として着目する指標に与える影響は低いと考えている。開口深さは影響が大きいと考えられるが 4.2 節の実験では 1 mm 以上の差がなくて検証できないため次節（4.4 節）で既往の実験結果と比較することで検証する。支持点の滑りは三水準で行っており得られた破壊エネルギーの大きさに差があり、影響はあると考えているが解析モデルとして摩擦のある滑りモデルが検証できていないので評価はしない。

表-4.3.1 三点曲げ試験の応答指標と諸現象の関連性

現象		最大荷重	最大荷重時のたわみ	開口変位が 0.3 mm 時の荷重
材料	弾性変形	高	高	中
	ひび割れ発生	高	中	低
	ひび割れの進展	高	高	高
	ひび割れ面のせん断伝達	低	低	低
寸法	開口深さ	高	高	高
境界条件	支持点の滑り	高	高	高

4.3.2 材料定数と解析モデル

実験時の材料定数を用いてシミュレーション解析を行う。表-4.3.2 に解析に用いる材料定数を示す。

表-4.3.2 解析に用いた材料定数

引張強度 f_t (MPa)	2.35
ヤング係数 E (GPa)	21.8
ポアソン比 ν	0.2
厚み (mm)	100.0

解析モデルは3.4.1で検討した要素分割のうち粗い要素分割（1500 節点）の解析モデルを用いる。図-4.3.1 に要素分割を示す。

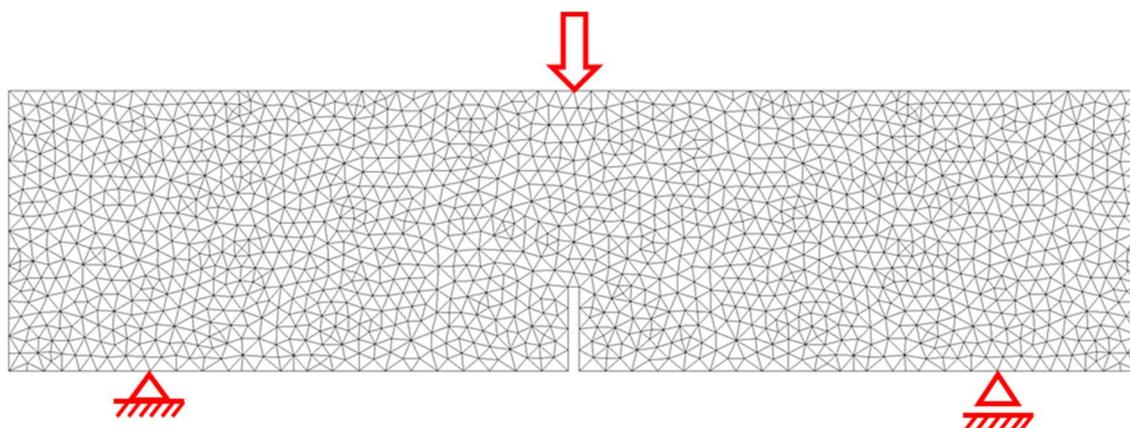


図-4.3.1 解析に用いる要素分割図

4.3.3 解析結果と実験値の比較

(1) 破壊エネルギーをパラメータにした解析

破壊エネルギー G_f の実験値の平均値を解析に用いた場合(青実線)および最小値(黄実線), 最大値(赤実線)を用いたとしたときの荷重—開口変位関係を実験値(灰色の線)と比較して図-4.3.2に示す. 最大荷重は G_f が大きくなると若干大きくなる. 軟化曲線は G_f が小さい場合(黄色実線)が実験値のTE-R-1,3に合っている. 平均値(青)は開口変位が小さいうちはTE-R-2に合っているが開口変位が0.3 mm以降では合わなくなる. G_f をTE-R-2で得られた0.2 N/mm以上にしても実験値との差がより大きくなる結果となった.

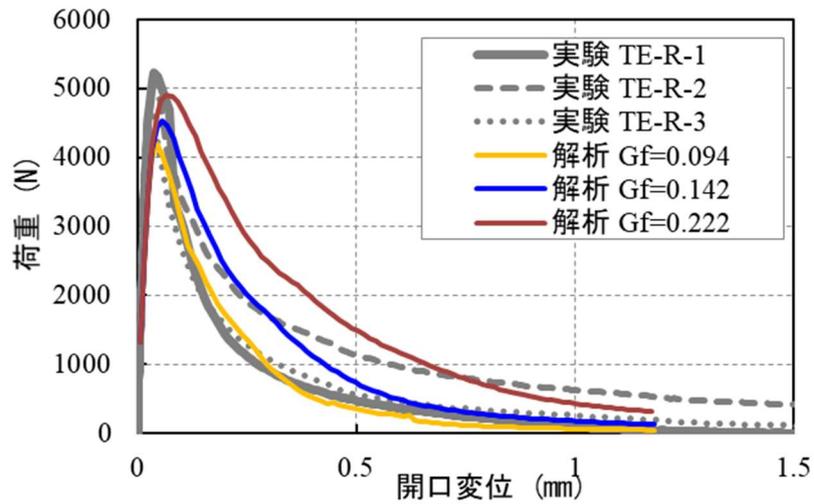


図-4.3.2 破壊エネルギーに対する感度

(2) 引張強度をパラメータにした解析

引張強度 f_t を材料試験の平均値 2.35 N/mm^2 としたとき（青実線）および最小値（黄），最大値（赤）としたときの解析結果を図-4.3.3に示す．最大荷重は f_t が大きくなると若干大きくなるが期待したほどではなかった．軟化曲線は f_t にはほとんど影響がない．今回の材料試験は比較的3体の割裂試験値が $2.52, 2.25, 2.28 \text{ N/mm}^2$ と比較的まとまっていたが通常割裂実験の試験値はもう少しばらつくので影響はもう少し大きいと考えられる．試みとして引張強度 f_t を 3.0 N/mm^2 と 2.0 N/mm^2 としたときの解析結果を図-4.3.4に示す．最大荷重は f_t が 3.0 N/mm^2 程度でよく合う．

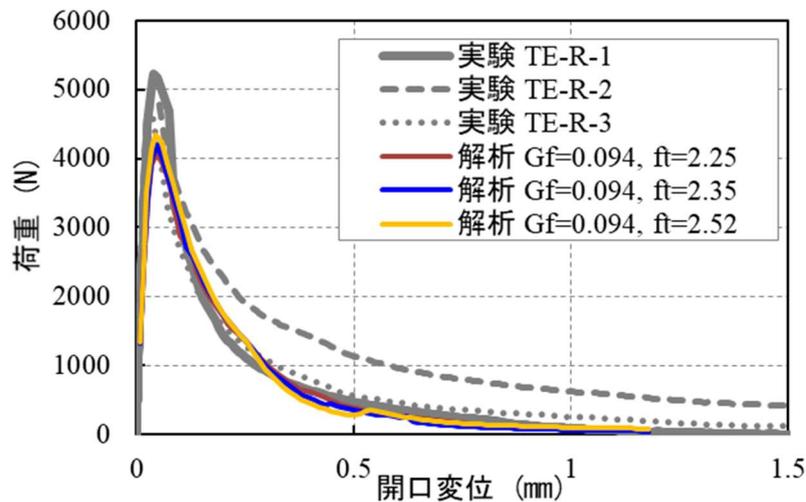


図-4.3.3 引張強度に対する感度（材料試験のばらつき）

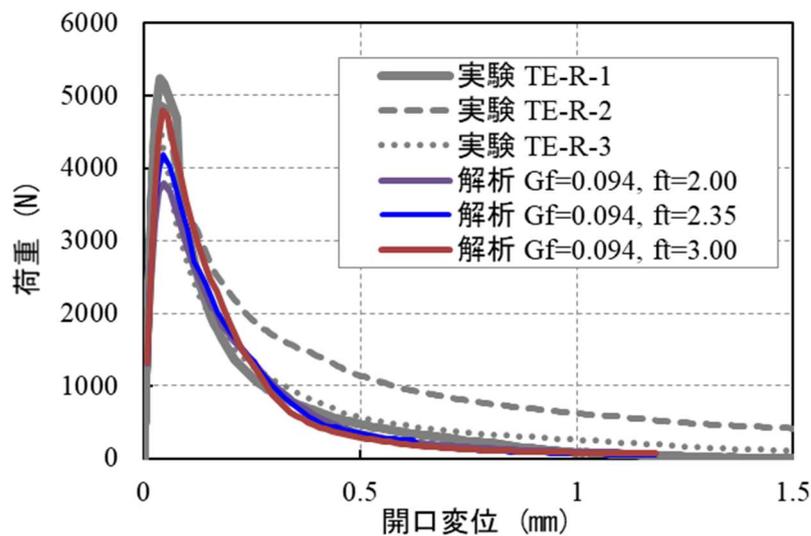


図-4.3.4 引張強度に対する感度（大きな引張強度を用いた解析）

(3) ヤング係数を変えた解析

実験値の弾性域（最大荷重の 1/3 の荷重値の傾き）と解析の第一点（荷重点変位が 0.005 mm, 非線形に入っていると弾性ではない可能性もある）の差異を確認したところ 1.33 倍であったため、ヤング係数を 1.33 倍して解析した。コンクリートのヤング係数は鋼と比較してばらつきが大きいことと、材令変化に対しても増加するためヤング係数を 1.33 倍することは非現実的な変更ではない。図-4.3.5 に荷重開口変位関係を示す。右側の図は荷重点付近の横軸を拡大した図である。ヤング係数を変えた解析結果（青線）は最大荷重が若干大きくなり、最大荷重時の開口変位は実験値とよくあっている。

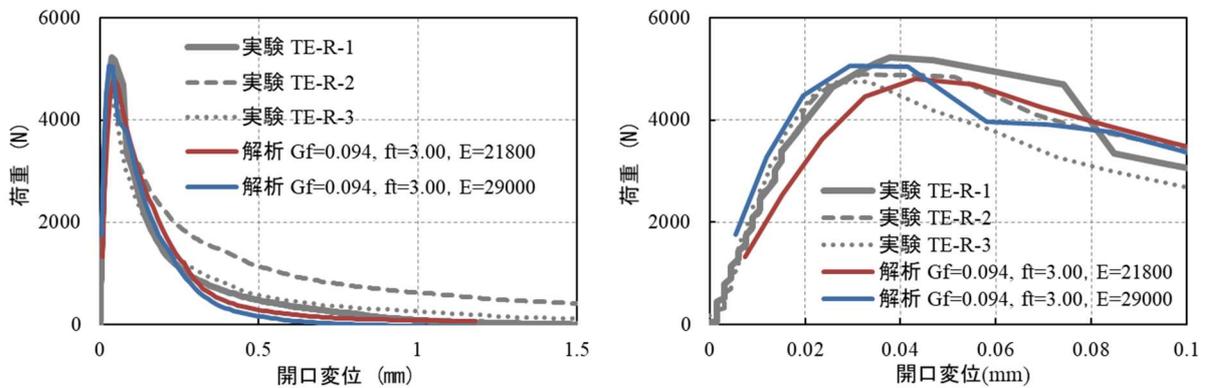


図-4.3.5 ヤング係数に関する検討（右図は荷重点付近の横軸を拡大した図）

(4) キャリブレーションした解析結果

これまでの感度解析結果を踏まえて材料定数を見直した。実験のコンクリート打設日が2018/11/28、実験日は2019/10/28でかなり時間がたっており、通例で28日強度より1.2倍ほど実際の強度は増加することを考慮し、実験時には圧縮強度は22.3 MPa から27 MPa 位まで増加していると考えた。圧縮強度が27 MPa だとして推定式[64]から各定数を算出するとヤング係数 $E_c=23600\text{ N/mm}^2$ (初期値の1.08倍)、引張強度 $f_t=2.9\text{ N/mm}^2$ (初期値の1.23倍)、破壊エネルギー G_f は本実験における全ケースの平均値と最小値、および最大値を用いて解析を行った。

全実験データとこれらの解析値を比較して図-4.3.6に示す。解析値は全実験値をほぼ包含しており、実験値をほぼ再現できる。

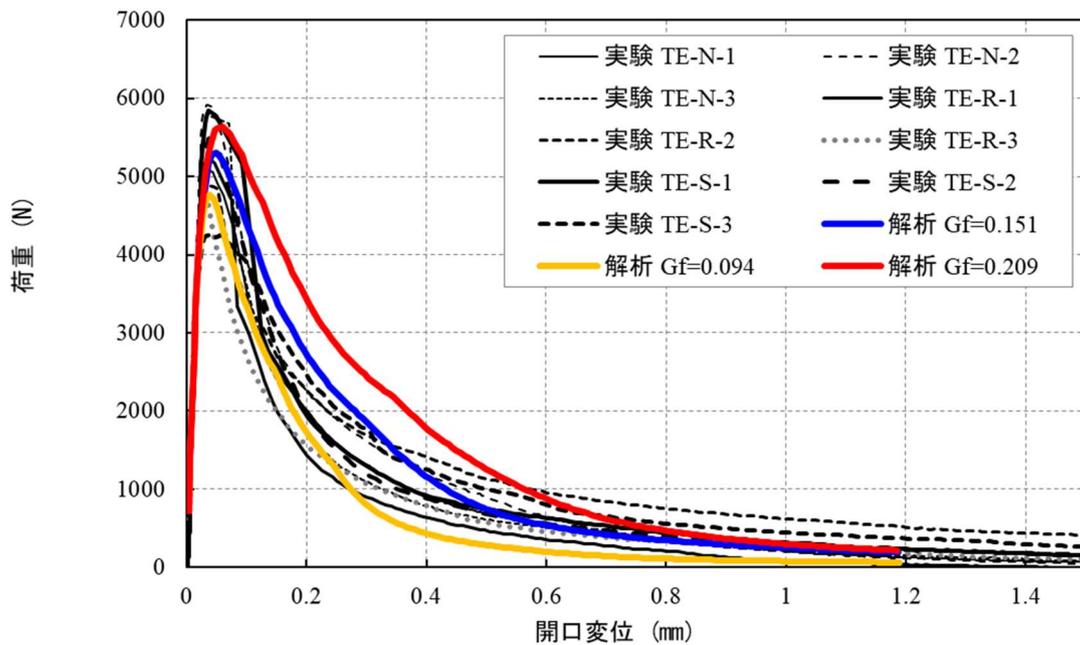


図-4.3.6 キャリブレーションした材料定数を用いた解析と全実験値の比較

4.4 既往の研究における実験結果と解析結果の比較

4.4.1 解析概要

コンクリート強度，ノッチの深さ等を変えた場合に解析値が実験値と同様の傾向を示すことを確認するために既往の研究における破壊エネルギーを求める三点曲げ試験をシミュレーション解析して，実験値の荷重変形関係と解析の荷重変形関係を比較する。

4.4.2 解析結果と実験値の比較

(1) ノッチ寸法を 30 mm から 50 mm に変えた場合の実験のシミュレーション解析

破壊エネルギーを求める三点曲げ試験ではノッチの深さが 0.5 D (D は梁せい) で行われることも多い。JCI の委員会で行われたノッチの深さが 50 mm の実験結果が委員会報告[55]に示されており，この結果をシミュレーション解析する。コンクリートの圧縮強度やヤング率は示されていないが文献中の引張軟化曲線図に割裂引張強度が示されており，図から読み取って 3.2 N/mm²。これから圧縮強度を $f_t = 0.23f_c$ から逆算して 52 MPa とし，これからヤング係数を計算して 29300 N/mm² とする。また， G_f は文献に示されているこれらの実験の平均値 0.141 N/mm，最大値 0.261 N/mm，最小値 0.078 N/mm で解析した結果を

図-4.4.1 に示す。 G_f を最大値とした緑色の線はポストピークがかなり大きいですが，解析の三曲線は実験値のほとんどを包含している。

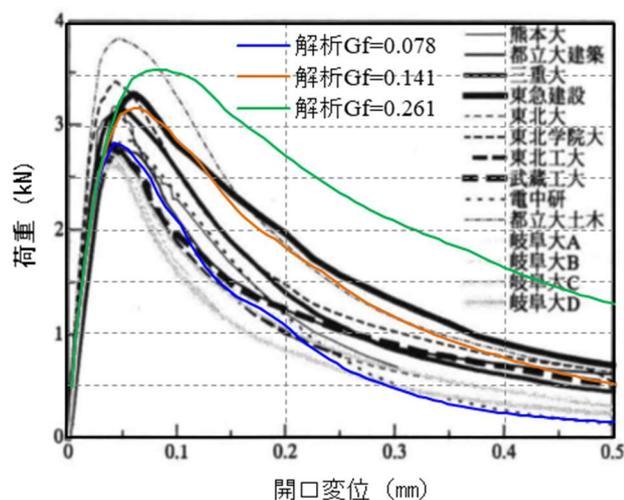


図-4.4.1 ノッチ 50 mm の実験のシミュレーション解析

(2) 圧縮強度を変化させた実験のシミュレーション解析

次に圧縮強度を変化させた場合の荷重—開口変位関係が実験結果と解析結果で同様の傾向にあるかを確認する。実験はRC梁のせん断強度の寸法効果に関する研究[60]で行われた、破壊エネルギーを求める三点曲げ試験でこれもノッチの深さは50 mmである。圧縮強度はL-20-Gが35.1 MPa、M-20-Gが50.2 MPa、U-20-Gが85.6 MPaで引張強度、ヤング係数は文献の表-2に示されている数値を用いた。図-4.4.2に文献に示されている荷重—開口変位関係と解析結果を比較して示す。下段の解析値はU-20-G(85.6 MPa)の場合の最大荷重がかなり大きくなるが、強度が大きくなるにしたがって最大荷重が大きくなる傾向は実験値とよく一致している。

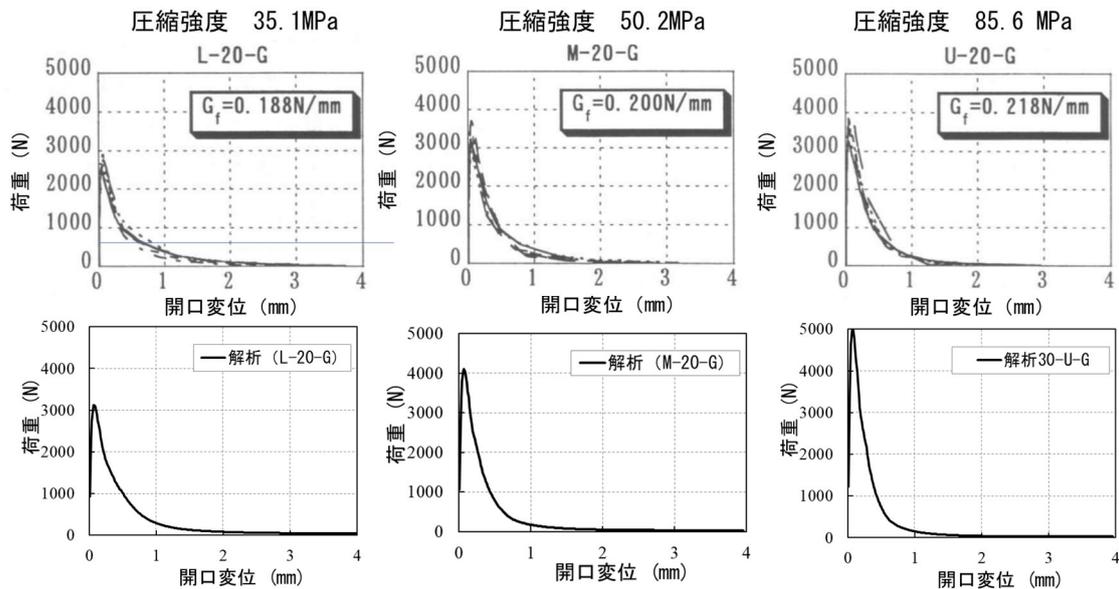


図-4.4.2 圧縮強度を変化させた実験と解析の比較（上段実験値，下段解析値）

4.5 鉄筋コンクリート部材破壊解析への適用性の検討

4.5.1 適用する鉄筋コンクリート部材の想定

建築分野において部材解析のニーズは数多くあるが、ひび割れ進展問題が破壊性状に影響を与える場合は少ない。例えば曲げ破壊する鉄筋コンクリート梁の解析は中央下面からのひび割れによるひび割れ進展と周辺のひび割れによる剛性低下の影響はあるものの、耐力が引張鉄筋の降伏により決定するため、耐力への影響は小さく FEM 解析でも十分な解析精度がある。これに対しせん断破壊する Deep Beam の破壊はせん断ひび割れが先行するためその耐力に対するひび割れ進展の影響が大きい。鉄筋コンクリート柱に対しても同様に曲げ破壊する長柱の解析は FEM 解析で解析でき、せん断破壊する短柱はひび割れが大きくひび割れ進展の影響が大きいと考えられる。鉄筋量の少ない短柱の解析は Deep Beam の解析とほぼ同様の性状を示すため、Deep Beam の解析に対して適用性があれば短柱に対しても適用性があることが期待できる。一方、耐震壁の解析も多く行われているが、これらの問題は平板実験で得られた FEM の構成モデルの組み合わせで高精度の解析が行われているため、新たに本解析を適用するニーズは少ない。ここでは Deep Beam の解析を行い適用性の検討をすることで、本解析の鉄筋コンクリート部材の破壊解析への適用性が確認できるものとした。

4.5.2 解析概要

開発した変位制御 HPM 解析プログラムの鉄筋コンクリート部材への適用性を検討するために、鉄筋コンクリート Deep Beam の解析を行った。解析の対象とした実験[63]の模式図を図-4.5.1に示す。また、解析モデルを図-4.5.2に示す。鉄筋を含む要素は鉄筋の剛性をコンクリートの剛性に重ね合わせた要素とし、鉄筋の応力ひずみ関係はバイリニアとした。また、鉄筋を含む要素とコンクリートだけの要素はコンクリートのペナルティ関数で接続しており付着滑りは考慮していない。図中の赤枠内の要素には鉄筋の材料定数を設定した。層厚は鉄筋の総断面積が等しくなるように設定した。材料定数を表-4.5.1に示す[63]。

強制変位は拡張 r_{min} 法[58]の収束性を考慮して細分化し、左右の載荷版の中央上面に与えた。

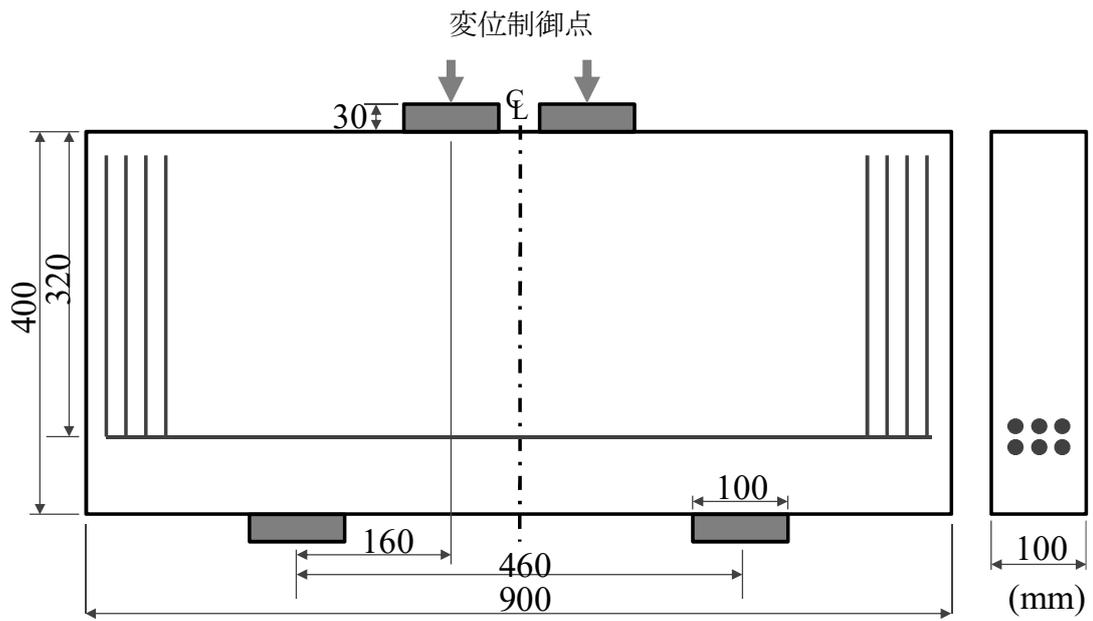


図-4.5.1 Deep Beam 試験体の模式図

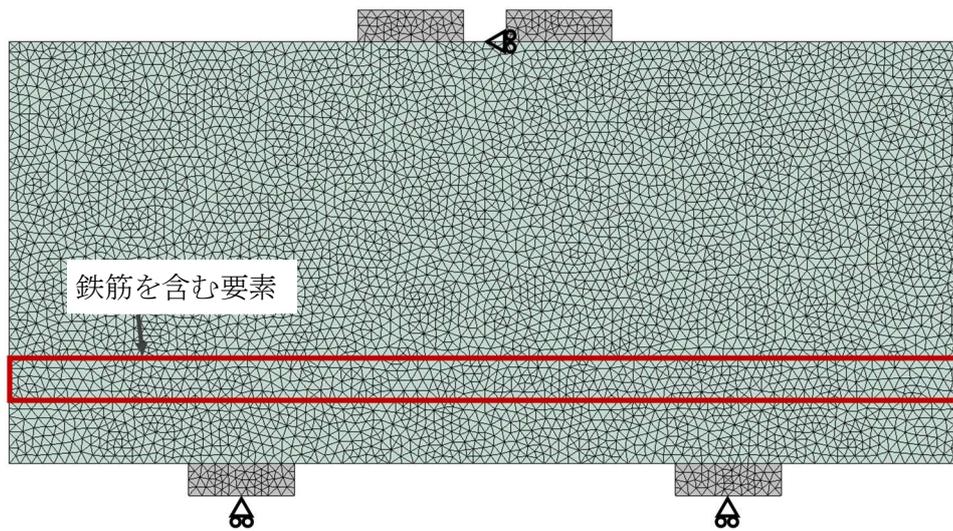


図-4.5.2 Deep Beam 解析モデル

表-4.5.1 材料定数

項目	コンクリート	鉄筋	支承版
圧縮強度 f_c (MPa)	54.4	375.3	—
引張強度 f_t (MPa)	3.3	375.3	—
ヤング係数 E (GPa)	33.3	210	210
ポアソン比	0.167	—	0.3
厚み (mm)	100.0	29.79	100.0
破壊エネルギー G_f (N/mm)	0.13	—	—

4.5.3 解析結果と実験値の比較

図-4.5.3 に荷重変形関係を示す（図中の黄色○は図-4.5.4 の出力位置）．解析結果のせん断力が不連続になっているのは，左側支持版上のコンクリートが圧縮破壊したためである．最大荷重以降の軟化曲線は実験値と一致していない．これは実験における破壊が載荷板近傍のコンクリートの圧縮，もしくはせん断破壊によると考えられるが，解析では載荷板直下のコンクリート要素の圧壊であり，実験の破壊を的確に解析できていないためと考えられる．HPM では要素内でのせん断破壊，および要素間でのせん断滑りをモデル化することが出来るが，これらの機能の実装と適用性の検討は今後の課題とした．

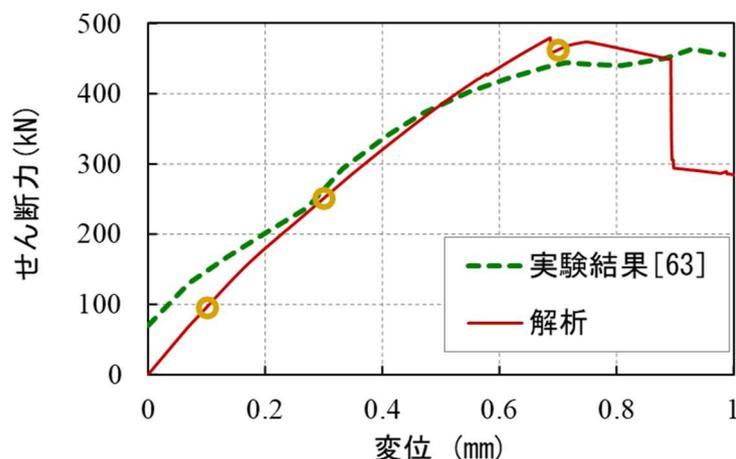
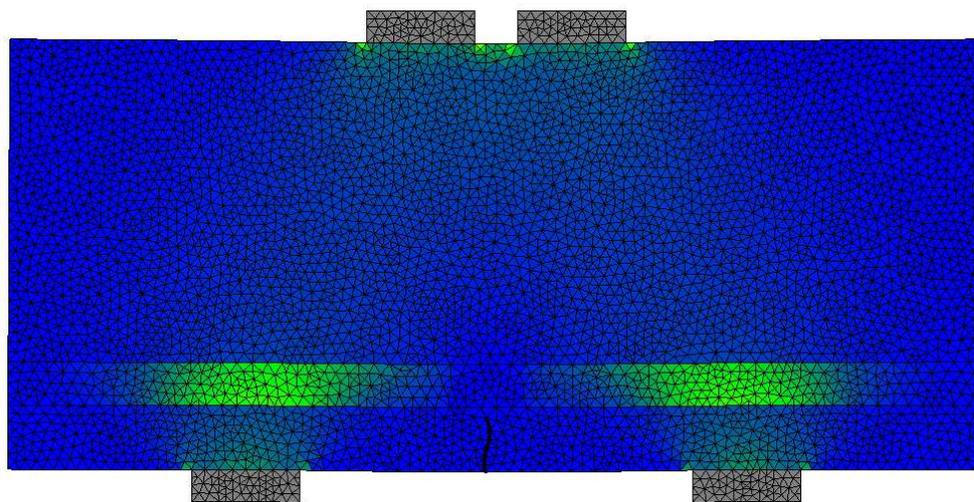


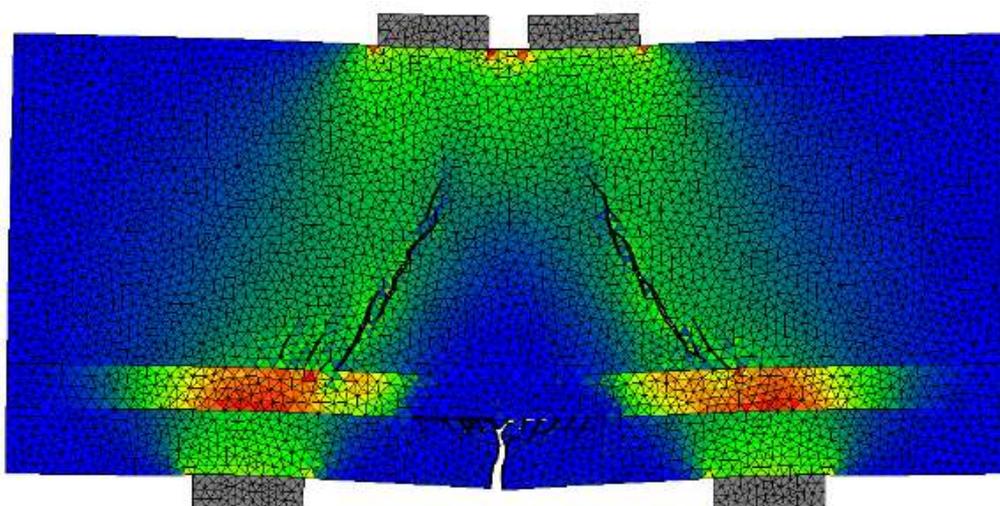
図-4.5.3 Deep Beam の荷重変形関係

図-4.5.4 に変形図（倍率 40.0）と最小主応力の分布を示す．最初に供試体下面中央に曲げひび割れが入り，次に支持版から載荷版に向かいせん断ひび割れが進展していく過程を表すことができた．ひび割れ後に支持版と載荷版間に圧縮ストラットが形成され，最終的に圧縮破壊により計算が終了した．

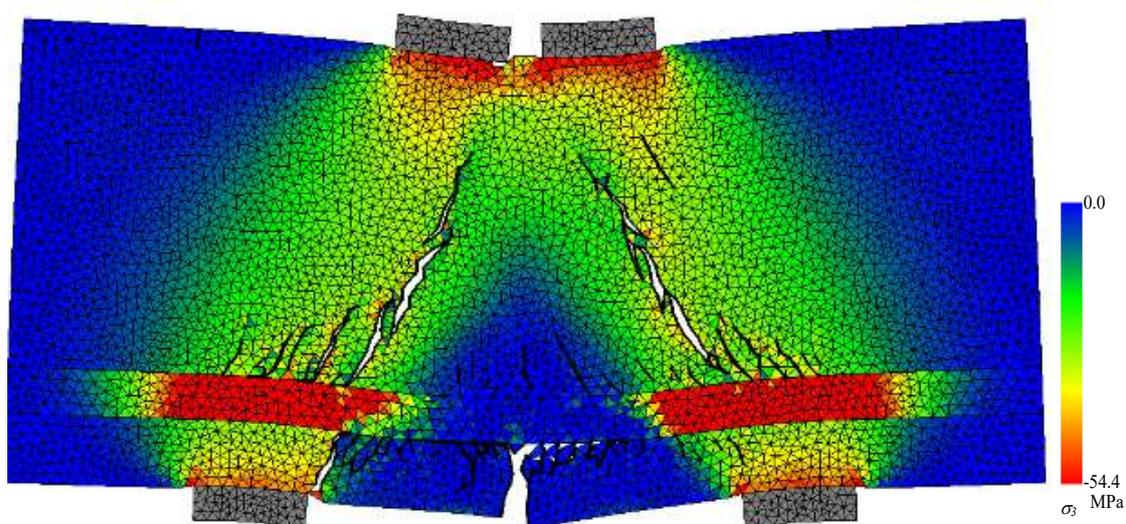
実験値と比較すると，初期の曲げひび割れの発生からせん断ひび割れが進展し破壊に至るまでほぼ同様の結果となり，本解析手法の適用性を示した．最大荷重以降の圧縮破壊による急激な崩壊が実験値よりも早く発生しており，本研究であまり検討されていない圧縮破壊に対する計算精度の向上が今後の課題である．



(a) $\delta = 0.1\text{mm}$



(b) $\delta = 0.3\text{mm}$



(c) $\delta = 0.7\text{mm}$

図-4.5.4 変形図と σ_3 コンター図

4.6 まとめ

第4章では本研究で開発した変位制御法を用いた HPM ひび割れ解析の適用性を検討するために、最初に解析と比較する破壊エネルギーを求める三点曲げ実験を実施し、実験における支持条件やひび割れ性状を確認した。次に、これをシミュレーション解析し実験値と解析値を比較して解析の適用性を確認した。さらに、切り欠きを深くした場合の既往の研究で示されている実験値と比較して、破壊エネルギーをパラメータとした解析により、実験値をほぼ包含する解析値を示すことができた。また、コンクリート強度をパラメータとした既往の研究で示されている実験をシミュレーション解析しほぼ実験値と同様の傾向を解析でシミュレートできることを確認した。最後に圧縮破壊を伴う鉄筋コンクリート Deep Beam の解析を行い、せん断、および圧縮破壊とピーク後の解析には課題が残るが、鉄筋を含むコンクリート構造の曲げひび割れ、せん断ひび割れの進展解析に適用性があることを示した。

第5章 結論

5.1 本研究で得られた成果

ひび割れを伴う鉄筋コンクリート部材の解析は要素内でひび割れを扱う FEM 等を用いた分布ひび割れとして扱うか、不連続体解析手法を用い要素間の離散ひび割れとして扱う方法がある。分布ひび割れとして扱う場合は鉄筋の付着によるコンクリートの応力分担をコンクリートの引張軟化曲線として与えることができる。この方法は付着を詳細にモデル化せずに全体の解析を精度よく解析できるが、ひび割れを要素全体に分散すると仮定するため、ひび割れ本数を陽に設定することができない。このため、要素寸法に依存する解析となる。離散ひび割れを扱う解析手法には DEM や DDA などもあるがこれらは動的解析を基本としており点接触を基本としている。RBSM と HPM は連続体から離散体へ移行する崩壊過程を表すことを基本としており、接触判定を要素（部分領域）間の面で行う。RBSM はポアソン比を扱えず、ボロノイ分割以外での変位の精度に難があるため、本論文では、HPM を解析手法として選択した。HPM は要素間のペナルティ関数に大きな値を用いているため荷重項が極端に大きくなり変位制御手法の適用が難しく、これまでは荷重制御による解析が行われていた。しかし、荷重制御では、ピーク後に荷重が低下する現象の解析はできない。

本論文では、このピーク後の荷重低下現象を含むひび割れ進展問題を正確に解くことができる解析手法の開発を目的として、HPM に変位制御手法を導入した新しい非線形解析アルゴリズムの開発を行った。また、コンクリートのひび割れ進展を適切に評価するため、ひび割れ破壊エネルギーを考慮して応力を解放するアルゴリズムを開発し、提案手法に導入した。さらに、この提案手法を用いて、無筋コンクリートのひび割れ進展解析および鉄筋コンクリート Deep Beam の解析を行い、その適用性について検討した。

第2章の基礎方程式と荷重制御による材料非線形解析法では、HPM の基礎方程式の概要と、荷重制御アルゴリズムの詳細を述べた。拡張 r_{min} 法を用いた荷重制御手順は、第3章で述べる変位制御のアルゴリズムと密接に関係するため、詳細な計算フローについても新たに整理して記述した。

第3章の破壊エネルギーを考慮した変位制御による材料非線形解析法では、コンクリートのひび割れによる進行性破壊の計算に適した、変位制御を用いたひび割れ計算手法を提案した。

この方法では、計算フローにおける前段で変位制御点における荷重項を求め、荷重制御で用いた拡張 r_{min} 法を変位制御の計算ルーチンに組み込んでいる。

これらの解析機能が正しく作動することを確認するために、いくつかの条件で解析を進めた。最初に、最も脆性的な場合として、コンクリートのひび割れ後の軟化曲線を定義せずに、ひび割れ後は要素境界の応力をすべて解放する解析を行った。この条件は、応力解放時に次のひび割れが連鎖的に生じることがあり、進行性破壊となるため厳しい解析条件であるが、本研究で提案した手法は適切な解を求めることができた。次に、引張破壊エネルギーを考慮した検討を行った。粗い要素分割と細かい要素分割の解析により、HPMのひび割れ構成モデルが要素寸法に依存しないことを示した。最後に、実験に用いた試験体と同じ材料強度を用いた曲げ引張実験のシミュレーション解析を行い、実験に対する再現性を示すことができた。

第4章では、ひび割れ計算手法の適用性の確認を行った。最初に、引張破壊エネルギーを求める実験を行い、支持点拘束の影響の程度と三次元的なひび割れ進展状況を確認した。次に、この実験をHPM変位制御解析手法でシミュレーション解析し、その適用性を示した。さらに、引張強度、ヤング係数等をパラメータとした感度解析を行い、実験結果の荷重-開口変位関係を包絡する解析が可能であることを示した。ここに示した実験だけでは圧縮強度が異なった場合やノッチ深さが異なる場合の適用性の確認が十分でないため、既往の研究における三点曲げ実験に対するシミュレーション解析を行い、ノッチ深さを変えた場合とコンクリート強度を増加した時の変化を適切に解析できることを示した。最後に、鉄筋コンクリート造のDeep Beamの実験に対するシミュレーション解析を行った。最大荷重付近でのせん断、および圧縮破壊の再現には課題が残るが、鉄筋を含むコンクリート構造においても、初期の曲げひび割れの発生からせん断ひび割れが進展し破壊に至るまで、本解析手法の適用性を示した。最大荷重以降の圧縮破壊による急激な崩壊が実験より早く発生しており、本研究であまり検討されていない圧縮破壊に対する計算精度の向上が今後の課題である。

以上のように、本論文では、HPMによるコンクリートの引張破壊エネルギー(G_f)を考慮した変位制御に基づく新しい解析手法を提案した。この方法はピーク後における荷重低下現象の解析が可能であり、いくつかの数値解析例を通して、コンクリートのひび割れ進展問題に対する本手法の適用性を示すことができた。

5.2 今後の研究課題

本研究により変位制御を用いた HPM 解析が可能になり、ピーク以降荷重が減少する現象を詳細に解析することができることを確認した。また、コンクリートの引張破壊エネルギーを考慮した解析を行えるようにしたことにより本来の引張破壊エネルギーの定義に沿った適用ができるようになった。これらの検証解析として、無筋コンクリートの曲げ引張実験と鉄筋コンクリート梁の解析を行い、適用性を確認することができた。しかしながら、まだ解決すべき問題があり、以下に示す。

本研究で用いた構成モデルは要素間のペナルティにおける引張側の構成則と要素内における圧縮側の構成則を用いている。要素内の構成モデルを用いずに要素間のペナルティにおいてせん断破壊するように設定して圧縮側の破壊を表したり、ひび割れ後のせん断剛性を低下させたりする手法も考えられ、今後検討する必要がある。

ディープビームのせん断破壊実験をシミュレーションでは、荷重のピーク以降をうまくシミュレーションできなかった。この要因として要素間でのせん断すべり破壊を考慮していないことが考えられた。ディープビームに関しては実現象の破壊現象がせん断滑りで表されるかどうか十分解明されておらず、HPM でせん断滑り破壊を考慮する機能を追加する場合にも、どのようなモデルとするかも検討しなければならない。

また、鉄筋コンクリートのひび割れ幅等を予測するためには鉄筋との付着現象を解析できるようになる必要がある。現在の二次元解析で付着バネ等を考慮できるようにする手法も考えられるが、入り組んだ鉄筋周りの付着現象はコンクリートと鉄筋の応力状態にも影響すると考えられ、多くは三次元的な挙動を扱う必要が生じてくると考えられる。弾性問題に対する三次元化は比較的容易に行えるが三次元のひび割れ進展解析の妥当性をどのように確認するかが難しい課題と思われる。

さらに、動的問題では、応力波の伝播問題におけるコンクリートの表面破壊や裏面破壊、貫通現象などのひび割れを含んだ衝撃問題の解析に適用可能だと考えるが、これらの現象も三次元的な広がりが必要となる。

参考文献

- [1] Kambayashi, A., Shirai, T., Ueda, M., Taniguchi, H., Ohno, T., Ishikawa, N.: Experiment and Simulation of Double-Layered RC Plates under Impact Loadings PART 2: Computer Simulation, 12th Structural Mechanics in Reactor Technology Conference, Stuttgart, 1993.
- [2] Bazant, Z.P. and Oh, B.H. : Crack band theory for fracture of concrete, in Materials and Structures (RILEM, Paris), Vol.16, No.93, pp.155-177, 1983.
- [3] Kawai, T. : New element models in discrete structural analysis, *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, No. 141, pp.174-180, 1977.
- [4] 竹内則雄, 草深守人, 武田洋, 佐藤一雄, 川井忠彦 : ペナルティを用いたハイブリッド型モデルによる離散化極限解析, 土木学会構造工学論文集, Vol. 46A, pp.261-270, 2000.
- [5] 竹内則雄, 大木裕久, 上林厚志, 草深守人 : ハイブリッド型変位モデルにペナルティ法を適用した離散化モデルによる材料非線形解析, 日本計算工学会論文集 (Transactions of JSCES Paper No.20010002), pp.53-62, 2001.
- [6] 藤原良博 : ハイブリッド型ペナルティ法による鉄筋コンクリート離散ひび割れ解析手法の研究, 法政大学学位論文, 平成 27 年 3 月.
- [7] 三橋博三, 六郷恵哲, 国枝稔 : コンクリートのひび割れと破壊の力学, 技報堂出版, 第 1 版, 2010.
- [8] Sih, G.C., Ditommaso, A. : Fracture Mechanics of Concrete, Martinus Nijhoff Publishers, 1985.
- [9] Ngo, D. and A. C. Scordelis. : Finite element analysis of reinforced concrete beams, *ACI Journal*, Vol. 64, No. 3, pp.152-163, 1967.
- [10] 柴山淳 : 分布型光ファイバセンサを用いた RC 部材の準連続的なひずみ計測法, 日本建築学会技術報告集, 第 26 巻, 第 63 号, pp.543-548, 2020 年 6 月.
- [11] 岡村甫, 前川宏一 : 鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則, 技報堂出版, 1991.
- [12] 塑性域の繰り返し耐力劣化と耐震性能研究委員会報告書, 日本コンクリート工学協会, pp.150, 2004 年 9 月.
- [13] 第 2 回 RC 構造のせん断問題に関する解析的研究に関するコロキウム, 日本コンクリート工学協会, 鉄筋コンクリート構造のせん断強度研究委員会, 1983 年 10 月.
- [14] コンクリート構造物のポストピーク挙動評価と設計への応用, 日本コンクリート工学協会, 2003 年 8 月.
- [15] RC 構造のせん断問題に関するコロキウム, 日本コンクリート工学会, コンクリート構造のせん断力に対する包括的照査技術研究委員会, 2016 年 9 月.

- [16] 渡辺忠朋他：コンクリート構造のせん断力に対する包括的照査技術研究委員会，コンクリート工学年次論文集, Vol.38, No.1, 2016.
- [17] 建築構造における強非線形問題への数値解析による挑戦，日本建築学会，2008年.
- [18] 佐藤祐一，長沼一洋：分散ひび割れモデルによる鉄筋コンクリートのひび割れ幅の予測，日本建築学会，構造工学論文集, Vol.61B, 2015年3月.
- [19] Rashid, Y.R. : Ultimate strength analysis of prestressed concrete pressure vessels, *Nuclear engineering and design*, Vol.7, pp.334-344, 1968.
- [20] Franklin, H.A.: “Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames and Panels”, Ph.D Dissertation, Univ. of Calif., Berkeley, March 1970.
- [21] Vecchio, F., J., Collins, M., P.: The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, *ACI Journal*., March-April, 1986.
- [22] JCI コロキウム, RC 構造のせん断設計法に関する解析的研究，日本コンクリート工学協会，鉄筋コンクリート構造の有限要素法解析と設計法研究委員会, 1989年10月.
- [23] コンクリート構造物の設計に FEM 解析を適用するためのガイドライン，日本コンクリート工学協会，鉄筋コンクリート構造の有限要素法解析と設計法研究委員会, 1989年3月.
- [24] Ueda, M., Seya, H., Ohmiya, Y., Taniguchi, H., Kambayashi, A.: Nonlinear analysis on RC shear wall shaking table test, *International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, 1997
- [25] 鈴木紀雄：鉄筋コンクリート構造物の非線形 FEM 解析と実務設計，コンクリート工学, Vol.37, No.2, 1999.
- [26] コンクリート系構造の部材解析モデルと設計への応用，コンクリート系構造の部材解析モデル検証小委員会，日本建築学会, 2008年.
- [27] Hillerborg, A., Modéer M. and Petersson, P. E. : Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements, *Cement and Concrete Research*, Vol.6, No.6, pp.773-781, 1976.
- [28] 相馬悠人，車谷真緒：破壊力学に基づく損傷モデルによる RC 部材の大規模破壊シミュレーションに関する基礎的検討，土木学会論文集 A2, Vol.73, No.2, 2017.
- [29] 佐々木浩武，加藤匠，車谷真緒：損傷モデルによるコンクリートの非均質性に関するモンテカルロシミュレーション，土木学会論文集 A2, Vol.76, No.2, 2020.
- [30] 川井忠彦，上田眞稔，竹内則雄他：鉄筋コンクリート構造物の離散化極限解析（その1）—鉄筋コンクリート剛体要素の定式化—，生産研究, Vol.38, No.4, pp181-184, 1986.
- [31] 上田眞稔，竹内則雄，上林厚志，樋口晴紀：鉄筋コンクリートコーベルの耐力算定式について，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.14, No.2, 1992.

- [32] 竹内則雄, 上田眞稔, 鬼頭宏明, 樋口晴紀, 上林厚志 : ポロノイ分割を用いた RBSM による無筋コンクリート梁の寸法効果解析, 土木学会, 構造工学論文集, Vol.40A, 1994 年 3 月.
- [33] 上田眞稔 : 鉄筋コンクリート部材の離散化極限解析法に関する研究, 博士論文, 平成 7 年 11 月.
- [34] 竹内則雄, 守屋洋一, 鬼頭宏明, 上田眞稔, 樋口晴紀, 上林厚志, 富田充宏 : 鉄筋を梁要素で置換した RBSM による鉄筋コンクリート梁の解析, 計算工学講演会論文集, Vol.4, 1999 年 5 月.
- [35] 竹内則雄, 上田眞稔, 上林厚志, 鬼頭宏明他 : 鉄筋コンクリート構造の離散化極限解析法, 丸善, 2005.
- [36] 小澤泰士, 斉藤成彦, 桧貝勇 : 3 次元剛体バネモデルによるコンクリートの収縮ひび割れ解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.26, No.1, 2004.
- [37] 山本佳士, 中村光, 黒田一郎, 古屋信明 : 3 次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析, 土木学会論文集 E, Vol.64, No.4, 2008.
- [38] 山本佳士, 中村光, 黒田一郎, 古屋信明 : 3 次元 RBSM による横拘束コンクリートの 1 軸圧縮破壊解析, 土木学会論文集 E, Vol.66, No.4, 2010.
- [39] Gedik, Y. H., Nakamura, H., Yamamoto, Y., and Kunieda, M. : Evaluation of three-dimensional effects in short deep beams using a rigid-body-spring-model, *Cement and Concrete Composites*, Vol.33 (9–10), pp. 978–991, 2011.
- [40] 山本佳士 : RBSM を用いた RC 構造物の解析技術の現状と将来, コンクリート工学, Vol.56, No.9, 2018.
- [41] Cundall, P. A. : A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems, *Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics* (Nancy, France), Vol. 1, No. II-8, 1971.
- [42] 伯野元彦 : 破壊のシミュレーション, 森北出版, 1997.
- [43] Shi, G. H. and Goodman, R. E. : Generalization of two-dimensional discontinuous deformation analysis for forward modeling, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.13, No.4, pp.359-380, 1989.
- [44] 佐々木猛, 大西有三, 吉中龍之進 : 不連続変形法 (DDA) とその岩盤工学への適用に関する研究, 土木学会論文集, No.493/III-27, pp.11-20, 1994.
- [45] 藤原良博, 竹内則雄, 塩見忠彦, 上林厚志 : ハイブリッド型ペナルティ法を用いた鉄筋コンクリート構造物の離散ひび割れの解析, コンクリート工学会年次論文集(Vol.36), 2014 年 7 月 10 日.

- [46] Fujiwara, Y., Takeuchi, N., Shiomi, T. and Kambayashi, A. : Discrete crack analysis for concrete structures using the hybrid-type penalty method, *Computers and concrete*, 2015.
- [47] 秋田宏, 小出英夫, 三橋博三 : コンクリートの直接引張試験における 4 つの誤解, *コンクリート工学論文集*, 第 16 巻, 第 1 号, 2005 年 1 月.
- [48] Petersson, P.E.: Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials, Report TVBM-1006, Lund University, Sweden, 1981.
- [49] 秋田宏, 小出英夫, 孫銅基, 外門正直 : コンクリートの直接引張試験で得られる引張強度の精度に関する検討, *コンクリート工学論文集*, 第 12 巻, 第 2 号, 2001 年 5 月.
- [50] 安達優 : コンクリートの引張特性及び試験方法と簡易直接引張試験の開発, *寒地土木研究所月報*, No.670, 2009 年 3 月.
- [51] Griffith, A.A. : The phenomena of rupture and flow in solids, *Philosophical Transactions, Series A*, Vol.221, pp.163–198, 1920.
- [52] Kaplan, M., F.: Crack Propagation and the Fracture of Concrete, *Journal of the American institute*, Vol.58, pp.591-610, 1961.
- [53] RILEM Draft Recommendation (50-FMC) : Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams, *Materials and Structures*, Vol.18, No.106, pp.285-290, 1985.
- [54] Kitoh, H., Takeuchi, N., Ueda, M., Kambayashi, A., Higuchi, H., Tomida, M.: Fracture analysis of steel plate anchors in concrete by using RBSM, *FRAMCOS-3*, 1998.
- [55] コンクリートの破壊特性の試験方法に関する調査研究委員会報告, *コンクリート工学年次論文集*, Vol.23, No.1, 2001.
- [56] JCI 規準「切欠きはりを用いたコンクリートの破壊エネルギー試験方法」, *JCI-S-001-2003*.
- [57] Yamada, Y., Yoshimura, N., and Sakurai, T. : Plastic Stress–Strain matrix and its Application for the Solution of Elasto-Plastic Problem by a Finite Element Method, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.10, pp. 343–354, 1968.
- [58] 竹内則雄 : 地盤力学における離散化極限解析, 培風館, 1991.
- [59] Kupfer, H., Hilsdorf, H. K. and Rusch, H. : Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 66, No.8, pp.656-666, 1969.
- [60] コンクリート標準示方書[設計編 : 本編], 土木学会, pp.38-42, 2017.
- [61] Cornelissen, H. A. W., Hordijk, D. A. and Reinhardt, H. W. : Experiments and Theory for the Application of Fracture Mechanics to Normal and Lightweight Concrete, *Fracture toughness and Fracture Energy of Concrete*, pp.565-575, 1986.

- [62] 藤田学, 大舘武彦, 松本香保里 : RC 梁のせん断強度の寸法効果に及ぼす破壊エネルギーの影響, コンクリート工学年次論文集, Vol.23, No.3, 2001.
- [63] 日本コンクリート工学会編 : 破壊力学の応用研究会報告書, (社) 日本コンクリート工学会, 1993.
- [64] 日本建築学会 : 鉄筋コンクリート構造計算基準・同解説, 丸善, 2010.

謝辞

本研究は、筆者が2014年度から2021年度までの間、法政大学大学院デザイン工学研究科システムデザイン専攻の研究生、博士後期課程の学生として竹内研究室に所属して行った研究成果をまとめたものです。本研究を進めるにあたって、多くの方々からのご指導、ご協力を戴きました。以下に、感謝の意を記します。

指導教員である竹内則雄教授には、1991年頃からRBSMの研究を通じてご指導とご鞭撻、ご助言を頂いており、2014年以降の博士後期課程と前後の研究生を含め、8年間の研究のご指導のほか、国内、海外の論文執筆に多大なご指導を賜りました。国際会議においては、楽しい思い出を作ることができました。さらに、体調を悪くして会社を休職している間も「元気になってからでいいから」と気遣っていただき、深く感謝の意を表します。

東京大学工学系研究科 鈴木克幸教授、法政大学システムデザイン研究科 田中豊教授、法政大学都市環境デザイン工学科 山本佳士教授には、ご多忙の中にも本論文の審査を通じて貴重なご指導とご意見を頂きました。ここに、深く感謝の意を表します。

亡き上田眞稔博士には株式会社竹中工務店の上司として、RBSMの研究期間、HPMの研究機関を通して鉄筋コンクリート研究の全般、および公私にわたるご指導をいただきました。ここに、深く感謝申し上げるとともに、ご冥福をお祈りいたします。

塩見忠彦博士には、会社の先輩として数値解析全般に関する基礎からのご指導をいただきました。本研究を進めるうえでも研究会に欠かさず参加して頂き適切なアドバイスを多くいただきました。深く感謝申し上げます。

株式会社マインドの藤原良博博士には、HPM解析プログラムの作成にあたり多大なご協力をいただきました。ここに深く感謝致します。

また、株式会社竹中工務店の技術研究所の構造・施工法グループ（旧RC構造グループ）の皆様、および材料グループの本間様には本研究に記載している実験の協力をはじめ多くのディスカッション、アドバイスを頂きました。ここに、深く感謝申し上げます。

研究室の先輩である、八木唯夫氏、同僚である山口清道氏には、国内会議や国際会議で同行することが多く、色々お世話になりました。ここに、深く感謝致します。

また、研究室の他の方々にも大変お世話になりました。後半はコロナの影響もあり研究室で顔を合わせることも少なかったですが、合宿等良い思い出となりました。有難うございました。

最後になりますが、妻の恭子には研究への理解、体調が悪い時の看病等の多大な支援なしで

は研究を進めることができませんでした。本当に感謝致します。