

等価固有値法を用いた熱伝導率の推定

HAYANO, Seiji / SAITO, Yoshifuru / 齋藤, 兆古 / 早野, 誠
治 / KAWAMURA, Kensaku / 河村, 憲作

(出版者 / Publisher)

法政大学計算科学研究センター

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学計算科学研究センター研究報告 / Bulletin of Computational Science
Research Center, Hosei University

(巻 / Volume)

18

(開始ページ / Start Page)

119

(終了ページ / End Page)

123

(発行年 / Year)

2005-03-22

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00025042>

等価固有値法を用いた熱伝導率の推定

河村 憲作 早野 誠治 齋藤 兆古
法政大学大学院工学研究科

筆者らは磁性体磁区画像から磁性体の最も重要な特性である磁化特性を巨視的にも微視的にも抽出可能であることを報告してきた。結果として、動画像から被撮影対象物の物性を抽出する新しい学術分野開拓の可能性が示唆された。本研究では同様のアプローチを用いてあらゆる物理系の可視化情報から被撮影対象物の物性が抽出可能かを調査する。本論文ではその一例として熱源より拡散する輻射熱エネルギーを赤外線カメラによって撮影し、熱拡散分布に対応する赤外線動画像から媒質中の熱伝導率分布を推定する。赤外線動画像の時間領域および空間領域情報の特性を双曲線関数の指数値として抽出する方法である等価固有値(ECV)法によって熱伝達系の線形性の評価を行う。

1. はじめに

映像情報による判断は、医学などで見られるように、極めて具体的な現実の状態把握を可能とする。たとえば言語が異なる民族ですら、映像情報で意志伝達を行えば誤解無く伝わる。このように人間の視覚情報処理は全地球人類共通の強力な知的機能である。

ニュートンは林檎が木から落下する現象を自分の視覚で観察し、最終的に現代力学の最も基礎的な体系であるニュートン力学を集大成した。この意味で視覚情報から物理的現象の因果関係を把握するため、人間の視覚機能では直接観察不可能な現象を可視化する試みがなされている。医学での可視化は、X線から始まり核磁気共鳴を利用したMRI画像まで実用化されている。工学・物理学では、電子顕微鏡やX線結晶構造解析法が発明された後、材料中の物理現象に関する因果関係が明らかにされた。

筆者らは、このような過去の経過とインターネットによる時間・空間的相違を克服した情報獲得手段の広範な普及を鑑み、可視化情報から特異点や規則性を計算機の強力な反復計算能力を用いて抽出する全く新しい学術分野の開拓を試みている。この学術を我々は「知的可視化情報処理(Smart Visualized Information Processing, Svipと略記)」と呼び、従来の「可視化情報処理」と区別している。これは、訓練された人間の視覚情報処理能力を前提とする従来の可視化情報処理と異なり、計算機で全ての可視化情報処理、すなわち、特異点抽出や規則性抽出など、を行うことを前提とするためである。

筆者らは Svip の 1 例として、方向性珪素鋼板の SEM 画像から、結晶性の品質、還流磁区や機械的ストレスを受けた部分の磁化特性などの規則性抽出を行った。その結果、習熟した技術者で無くとも方向性珪素鋼板の品質評価を可能とした。

本稿は Svip のツールとして開発された ECV (Equivalent Characteristic Value)法や線形システム行列の固有ベクトルを利用した MWT(Modal Wavelets Transform)解析法をアルコールランプで局所加熱中の赤外線動画像へ適用し、材料中の熱伝達現象の規則性抽出を試みる。その結果、過熱は熱気体の対流や伝達でなされ、そして冷却は複雑な冷却空気の対流を喚起する事が判明し、熱問題の境界条件は単純では無い事を明らかにした。また、MWT は熱伝達の広がりを多重解像度解析可能とし、アルコールランプの加熱は熱気体の対流にも拘わらず、比較的集中加熱がなされている事を明らかにした。

すなわち、本論文では、双曲線関数の指数値が、初期値問題の固有値と対応することを利用した等価固有値法を用いて熱伝達系の線形性評価について報告する。赤外線動画像が持つ支配方程式の等価固有値を算出し、赤外線動画像が高圧縮可能であることや、赤外線動画像にモーダル解析法を適用して、熱分布状態の新しい可視化法について報告する。

2. 電気回路と温度の ECV

2.1 等価固有値(Equivalent Characteristic Value)

ECV は、信号が双曲線関数の指数部を計算可能な最小離散化点数 3 点毎に計算可能である、系から与えられる時間領域の信号を初期値問題の解と仮定して解析することで系の性質、すなわち、系の特徴量 ECV を抽出する[1]。

2.2 電気回路の ECV

電気抵抗 R とインダクタンス L が直列に接続された電気回路へ直流電圧 V が印加された場合、出力電流は Fig.1 のように時間変化する。Fig.1 の任意の時点 $n\Delta t$ における電流は式(1)で表現できるから、

$$i_{n\Delta t} = i_{(n+1)\Delta t} + [i_{(n-1)\Delta t} - i_{(n+1)\Delta t}]e^{-\lambda\Delta t} \quad (1)$$

R-L 直列回路の等価固有値 ECV は式(2)で与えられる。

$$\lambda = -\frac{1}{\Delta t} \ln \left[\frac{i_{n\Delta t} - i_{(n+1)\Delta t}}{i_{(n-1)\Delta t} - i_{(n+1)\Delta t}} \right] \quad (2)$$

Fig.1 の波形に式(2)を適用して得られる ECV を Fig.2 に示す。明らかに、線形なシステムから得られる ECV は一定値の実数である。

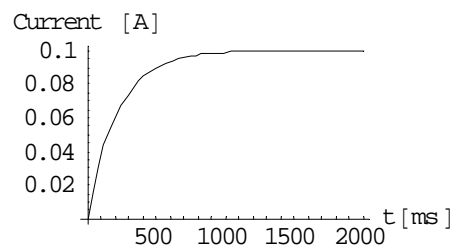


Fig.1 DC transient Current of a R-L Series Circuit

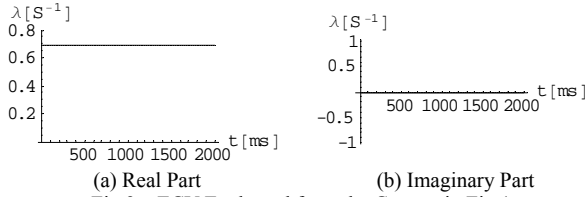


Fig.2 ECV Evaluated from the Current in Fig.1

直流電圧入力に対する応答から、ECV は正確に計算される。しかし、交流入力に対する応答信号からは、信号の時間変化率が小さい部分でノイズが生ずる。このノイズを削減するため、ECV を加算平均処理し、ECV 値の実数部は入力に依存せずシステムに固有の値を取り、虚数部は交流入力の角周波数へ対応する ECV 値へ収束することは既に報告した[2]。

2.3 微小物体における温度

電気系でない物理系の代表として温度上昇問題を考える。微小物体の温度方程式は式(3)で表現できる[3]。

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{\alpha S}{c\rho V}(\theta - \theta_f) - \frac{q_v}{c\rho} = 0 \quad (3)$$

式(3)より R-L 電気回路同様、任意の時点 $n\Delta t$ における温度は式(4)で表現できるから、微小温度上昇モデルも等価固有値が R-L 電気回路と同じ様に算定でき、式(5)で与えられる。

$$\theta_{n\Delta t} = \theta_{(n+1)\Delta t} - [\theta_{(n+1)\Delta t} - \theta_{(n-1)\Delta t}]^{-\lambda\Delta t} \quad (4)$$

$$\lambda = -\frac{1}{\Delta t} \ln \left[\frac{\theta_{(n+1)} - \theta_{n\Delta t}}{\theta_{(n+1)} - \theta_{(n-1)\Delta t}} \right] \quad (5)$$

3. 赤外線動画画像から固有値算出

3.1 偏微分方程式

実際の温度上昇問題は式(6)に示したような偏微分方程式で表現される[3][4]。

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \kappa \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \quad (6)$$

式(6)は一次元温度上昇問題であり、二次元問題について赤外線動画画像から固有値を算出することを考える。

3.2 画像の Poisson 方程式

画像データは、数値をマトリックス状に配置した画素(pixel)と呼ばれるもので構成されている。その画素値をスカラーポテンシャル U とみなし、画像の偏微分方程式を導入する。静的な画像の支配方程式は式(7)の Poisson 方程式となる。

$$\nabla^2 U = -\sigma \quad (7)$$

3.3 画像の Helmholtz 方程式

動的画像、いわゆるアニメーションに対する支配方程式は、式(8)のように画像の遷移情報 t に対する微分項を含んだ Helmholtz 方程式となる[5][6]。

$$\nabla^2 U + \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon U = -\sigma \quad (8)$$

また、初期値と最終値の画像をそれぞれ U_{Start} , U_{Final} とすれば、式(8)の基本解は式(9)となる。

$$U(t) = U_{Final} + \varepsilon^{-\Delta t} [U_{Start} - U_{Final}] \quad (9)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで、式(8)における係数 ε が与えられていないことから式(9)の状態遷移行列 $\varepsilon^{-\Delta t}$ が決定できない。しかしながら、解の画像 $U(t)$ をアニメーション画像の 1 フレームとして考えれば U_i , U_{i+1} および U_{i+2} をそれぞれ、 U_{Start} , $U(t)$ および U_{Final} とすれば、式(11)を用いて行列 Λ の要素が決定できる。

$$A = -\frac{1}{\Delta t} \ln \left[\frac{U_{i+1} - U_{i+2}}{U_i - U_{i+2}} \right] \quad (11)$$

式(11)で得られる行列 Λ を式(9)に代入すれば、離散的に与えられるアニメーションフレームが解析的に生成可能となる。また、行列 Λ は、式(8)における係数 ε に対応するから、赤外線動画画像に適用すれば、熱画像から系を支配するパラメタの抽出が期待できる。

4. 実験・解析

4.1 撮影

20×30[cm]の Al, Fe, Cu, ステンレスの 4 種類の金属板で厚さが 0.3, 0.5, 1.0[cm]の 3 種類を対象物として用意する。暗室内にて Fig.3 に示すようにアルコールランプを用いて金属板を加熱し、氷を基準温度として赤外線カメラで加熱後 90 秒間の撮影を行う。カメラは 1 秒間に 30 フレームの撮影が可能である。

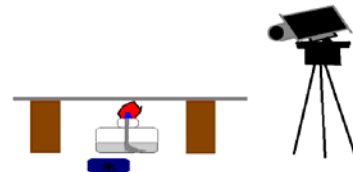


Fig. 3 Infrared Image Measurement System

4.2 金属の違いによる ECV 比較

金属の違いによる ECV の比較を行う。0.3[cm]厚の金属板について Fig.4 に加熱前の画像を示す。黒い部分が氷である。Fig.5 は、加熱後 60 秒後の画像を示している。最も熱伝導率のよい Cu、Cu に続く Al は金属板全体に高速に熱が均一分布し、供試赤外線カメラの性能では熱拡散現象の把握が難しいことがわかる。Fe やステンレスは、熱分布の差異が大きく、供試赤外線カメラで熱拡散現象が把握可能であることがわかる。

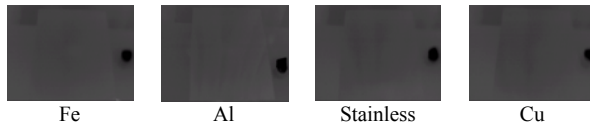


Fig.4 Infrared Images at t=0[sec]

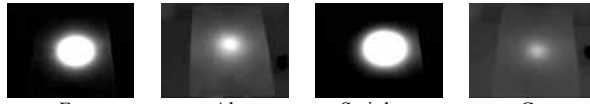


Fig.5 Infrared Images at t=60[sec]

熱拡散速度が比較的遅いことを勘案して、2秒間隔で抽出した3フレーム画像へ式(11)を適用して ECV を計算する。Fig.5 より、ステンレスと Fe は同様な傾向を持ち、Al と Cu は同一傾向にあることから、Fe と Cu に関して得られた ECV を Fig.6 に示す。また、同図から加熱後 60 秒経過後の Fe の ECV 分布は明確なコントラストを有するが、Cu の ECV 分布は Fe ほど明確なコントラストを持たない。よって、供試赤外線カメラで熱拡散分布現象が把握可能な Fe について考察する。

Fig.6 で、ECV 実数部は熱伝達係数分布、虚数部は熱入力に対応する。

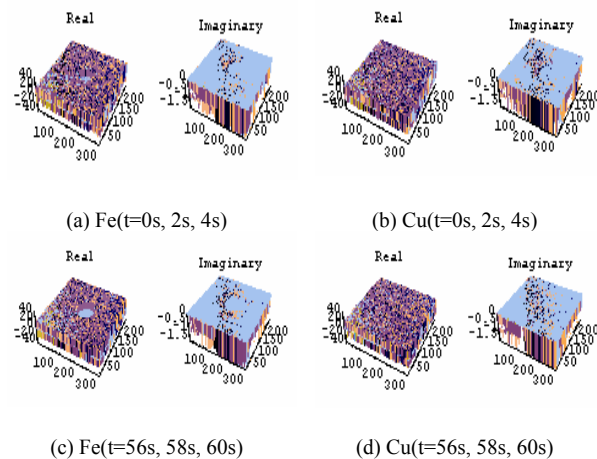


Fig.6 ECV Distributions Evaluated from the Infrared Images in Fig.5

4. 3 ECV に対するサンプリング間隔の影響

Fe について、式(11)を用いて 1 秒間隔の 3 フレームと 2 秒間隔の 3 フレーム、それぞれを採用して計算した ECV 分布を Fig.7 に示す。Fig.7 の結果から 1 秒程度のサンプリング間隔は ECV 分布に殆ど影響を与えないことが判る。

これは 2 秒間隔の 3 フレームから求めた行列 Λ を式(9)に適用し、1 秒間隔のフレームが作成可能であることを意味する。一例として 2 秒間隔の 3 フレームから求めた行列 Λ を式(9)へ適用して生成した 1 秒間隔のアニメーションフレームと 1 秒間隔の原アニメーションフレーム画像間の相関係数を Fig.8 に示す。原画像と生成画像の相関係数は殆ど 1 であり、ECV 分布を用いればアニメーション画像の圧縮が可能であることを示している。

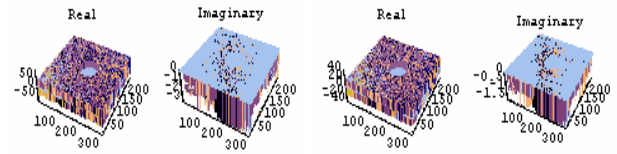


Fig.7 Λ Evaluated from the Different Sampling Periods

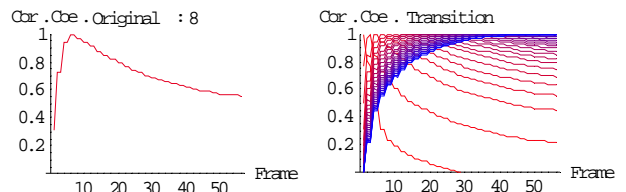


Fig.8 Correlation Coefficient between the Generated and Original Animation Flames.

5. MWT とベクトル化演算の応用

5.1 モーダル解析法を用いた画像分析

ウェーブレット変換行列とモーダル行列の関係とモーダル解析法による画像解析の原理は既に報告した[6][7]。このモーダル解析法を用いた多重解像度解析画像から 3 次元熱分布画像を生成し、Fig.9 に示す。

Fig.9 から金属板、氷の輪郭が明確に抽出され、熱画像を 3 次元で表現することで熱分布が具体的にイメージ化されることがわかる。

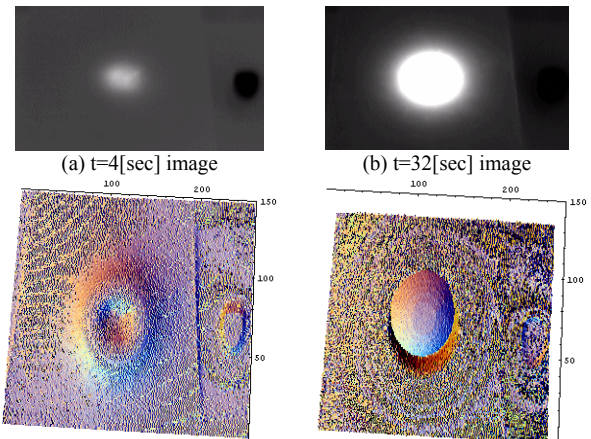


Fig.9 3D Representation of the Infrared Images

5.2 ベクトル化解析

赤外線画像を構成する画素値を、それぞれスカラーとベクトルポテンシャルの 1 成分と見做し、それぞれへ勾配演算と回転演算を適用して得られたベクトル化画像を Fig.10 と Fig.11 にそれぞれ示す。

Fig.10 より熱勾配がベクトル化され、熱の広がる方向が表現可能になることがわかる。また、赤外線カメラが対象物を斜めから撮影した為、多くのベクトルが下方へ向くのはカメラに接近した部分の熱分布が高感度に撮影された結果に起因すると考えられる。

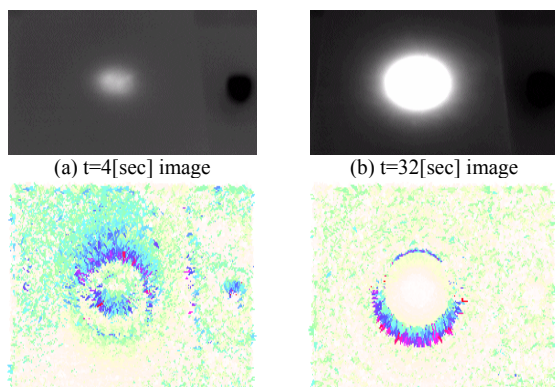


Fig.10 Divergent Vectors Representation of the Infrared Images

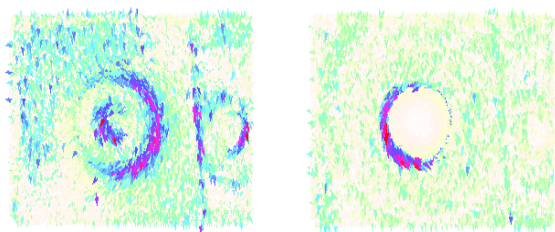


Fig.11 Rotation Vectors Representation of the Infrared Images

6. まとめ

本稿は Svip のツールとして開発された ECV (Equivalent Characteristic Value)法や線形システム行列の固有ベクトルを利用した MWT(Modal Wavelets Transform)解析法をアルコールランプで局所加熱中の赤外線動画画像へ適用し、材料中の熱伝達現象の規則性抽出を試みた。その結果、過熱は熱気体の対流や伝達でなされ、そして冷却は複雑な冷却空気の対流を喚起する事が判明し、熱問題の境界条件は単純では無い事を明らかにした。

また、MWT は熱伝達の広がり多重解像度解析可能とし、アルコールランプの加熱は熱気体の対流にも拘わらず、比較的集中加熱がなされている事を明らかにした。

すなわち、本論文では、双曲線関数の指数値が、初期値問題の固有値と対応することを利用した等価固有値法を用いて熱伝達系の線形性評価について吟味した。赤外線動画が持つ支配方程式の等価固有値を算出し、赤外線動画画像が圧縮可能であることや、赤外線動画画像にモデル解析法を適用して、熱分布状態の新しい可視化法について述べた。

参考文献

- [1] 茂田幸康、早野誠治、斎藤兆古、"磁気センサー信号処理-概念と一例-"、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-00-116、2000年。
- [2] 茂田幸康、早野誠治、斎藤兆古、"等価固有値法による磁気センサー信号処理"、2002年度法政大学修士論文、2003年。
- [3] 関信弘、"伝熱工学"、森下出版、1988年。
- [4] G・D・スミス、"電算機による偏微分方程式の解法"、

サイエンス社、1971年。

[5] 遠藤、早野、齋藤、國井、"画像処理の一方法とその動磁界解析への応用"、電学論、Vol.120-A、No.10、pp.913-918、2000年。

[6] 遠藤久、斎藤兆古、"電磁界可視化画像解析法に関する研究"、2000年度法政大学修士論文、2001年。

[7] 斎藤兆古、"知的可視化ツールウェブレット"。

キーワード.

等価固有値法、熱拡散方程式、赤外線画像

Summary.

Estimation of Thermal Conductivity by Equivalent Characteristic Value

Kensaku Kawamura Seiji Hayano Yoshifuru Saito
Graduate school of Engineering, Hosei University

Previously, we have proposed a new methodology, which makes it possible to extract the physical properties from the visualized magnetic domains in ferromagnetic materials. This new approach to the sequential magnetic images is based on the modal analysis solution vector of initial value problems.

In this paper, we apply this approach to the thermal infrared dynamic image in order to extract the physical parameters as well as regularity that dominate the dynamics of thermal distribution.

As a result, it was difficult to extract the physical parameters as well as regularity dominating the dynamics of thermal distribution, because of complex heating and cooling conditions. However, it has been found that only few images are required to recover the precise infrared images by means of the equivalent characteristic values. Furthermore, applying the modal wavelets analysis to the infrared images well visualizes the heating situations.

Keywords.

Equivalent Characteristic Value, Thermal diffusion equations, Infrared images