SPECTにおける吸収散乱の解析的補正法に関する研究

尾川, 浩一 / 渡辺, 典博 / OGAWA, Koichi / WATANABE, Norihiro

(出版者 / Publisher)
法政大学計算科学研究センター

(雑誌名 / Journal or Publication Title)
Bulletin of Computational Science Research Center, Hosei University / 法政大学計算科学研究センター研究報告

(巻 / Volume)
14

(開始ページ / Start Page)
123

(終了ページ / End Page)
128

(発行年 / Year)
2001-03-31

(URL)
https://doi.org/10.15002/00024927

SPECTにおける吸収散乱の解析的補正法に関する研究

渡辺　典博　　尾川　浩一
法政大学大学院工学研究科電気工学専攻

SPECT 画像の再構成ではγ線の吸収､散乱やコリメータの開口などが画像の定量性をそこなう原因となる。本研究ではそのうち吸収と開口の影響を解析的に補正する手法の問題点を検討した。シミュレーションでは、吸収及びコリメータ開口の影響をうけた投影データを作成するため、まず吸収の影響をうけた投影データに対し、それらに開口関数をコンボリューションすることで開口の影響を与えた。さらに投影データにポアソンノイズを加えた。この結果、特に開口補正の実施において、雑音の影響が無視できないことがわかった。

1．はじめに

放射型 CT(emission computed tomography:ECT)は被検体の内部に分布させた放射性同位元素から放出される放射線(γ線)を外部にある検出器により計測し､その分布をコンピュータで画像化するものである。放射型 CT の場合、線源より放出されたγ線は検出器に到達するまでに被検体内の物質により吸収を受ける。そのため、SPECT(single photon ECT)や PET(positoron emission tomography)ではγ線の吸収係数分布を知り、そこで吸収された量を補正しなくてはならない。SPECT ではそのような吸収の影響に加え、被検体内の物質によるγ線の散乱、コリメータによる開口が大きな問題となる。本研究では、吸収補正[1]-[3]と開口補正[4]-[5]に焦点をしぼり、これを解析的に補正する手法の雑音特性を検討した。

2．吸収補正

被検体内から放出されたγ線は検出器に到達するまでに伝搬経路上の物質と光電吸収やコンプトン散乱などの相互作用を起こし、一部の光子が消滅する。このため、観測されるγ線の計数値、すなわち投影データの値が小さくなる。そのような投影データから画像を再構成すると放射性同位元素の定量的な分布を得ることができない。したがって、吸収補正は定量的な SPECT 画像の再構成では必須のものとなる。本研究ではこの吸収補正を解析的に行う Bellini 法[1]を用いその特性を調べた。なお、γ線の吸収は一様なものと仮定している。

2.1．吸収補正の理論

図 1 において放射能分布を f(x,y)とし､図中の円内で均一の吸収係数μを有する物体を考える。原点を中心に角度φだけ回転させた座標系をξ-η座標系とすると、検出器によって観測される投影データ $g_0(\xi,\phi)$は次式の様にあらわされる。

$$g_0(\xi,\phi)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi,\eta)\exp[-\mu(\eta+L)]d\eta \qquad (1)$$

今、吸収体の輪郭がわかっているので、投影データに既知の値 exp(μL)を掛けると次式が得られる。

$$g(\xi,\phi)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi,\eta)\exp(-\mu\eta)d\eta \qquad (2)$$

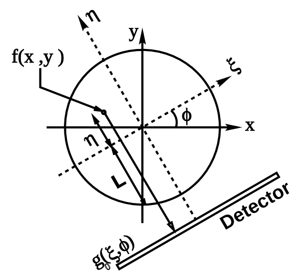

図 1．吸収補正のジオメトリ

ここでμは吸収係数、L はξ軸と物体の表面の間の距離である。(2)式の g(ξ,φ)を正規化投影データと呼ぶ。

この投影データをξについて１次元フーリエ変換したものを G(γ,φ)とする。そしてこれに吸収係数μを明示したものを G(γ,φ,μ)と書くと、これら３つの変数の間には以下の偏微分方程式が成立する。

$$\partial G(\gamma,\phi,\mu)=-\frac{\mu}{\gamma}\frac{\partial G(\gamma,\phi,\mu)}{\partial\gamma}-\frac{i}{\gamma}\frac{\partial G(\gamma,\phi,\mu)}{\partial\phi} \qquad (3)$$

この式を解くと、吸収を含む投影データ G(γ,φ,μ)とμ=0 の吸収がないときの投影データの関係が得られる。

$$G(\sqrt{\gamma^2-\mu^2},\phi,0)=G\left(\gamma,\phi+i\sinh^{-1}\frac{\mu}{\sqrt{\gamma^2-\mu^2}},\mu\right) \qquad (4)$$

ここで改めて吸収のある投影データを G、吸収のない投影データを F と置くと

$$F\left(\sqrt{\gamma^2-\mu^2},\phi\right)=G(\gamma,\psi)$$
$$\psi=\phi+i\sinh^{-1}\frac{\mu}{\sqrt{\gamma^2-\mu^2}} \qquad (5)$$

となり、F と G をそれぞれφおよびψフーリエ級数展開すると

$$F\left(\sqrt{\gamma^2-\mu^2},\phi\right)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_n\left(\sqrt{\gamma^2-\mu^2}\right)\exp(in\phi) \qquad (6)$$

$$G(\gamma,\psi)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}G_n(\gamma)\exp(in\psi)$$
$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}G_n(\gamma)\exp\left(in\phi-n\sinh^{-1}\frac{\mu}{\sqrt{\gamma^2-\mu^2}}\right) \qquad (7)$$

となる。両者を比較することで

$$F_n\left(\sqrt{\gamma^2-\mu^2}\right)=G_n(\gamma)\exp\left(-n\sinh^{-1}\frac{\mu}{\sqrt{\gamma^2-\mu^2}}\right) \quad (8)$$

が得られる。したがってこの F_n を逆フーリエ変換することで吸収の影響を除去した投影データが得られることになる。

2.2. 吸収補正のアルゴリズム

吸収補正のアルゴリズムを以下に示す。

i) 与えられた吸収影響をうけた投影データから画像を再構成し被検体の外輪郭を 2 値化などの手法によって得る。
ii) 輪郭に基き吸収のある投影データの正規化を行う。
iii) 正規化された投影データを２次元フーリエ変換し、吸収補正フィルタを掛ける。
iv) ２次元逆フーリエ変換を行う。
v) 得られた吸収補正投影データから画像再構成を行う。

3. 開口補正

3.1. コリメータの開口

SPECT では、γ線の飛来方向を検出するためにコリメータが用いられる。コリメータは鉛の板(厚さ 3～4cm)に内径 0.8～1.5mm 程度の穴を無数に開けたもので、その穴の大きさと隔壁の厚さによって感度や分解能が決定される。いま放射能分布 f(x,y)から放射されるγ線の理想的な投影データ（すなわち、検出器に垂直に入射するγ線）を p(ξ,θ)とすると、コリメータの開口の影響をうけた投影データは、ある立体角の範囲からのγ線がすべて計数されることとなるので以下の様に示される。

$$p_h(\xi,\theta)=\iint_{\xi',\eta} f(\xi',\eta)h(\xi-\xi',\eta+R)d\xi' d\eta \quad (9)$$

$$h(\xi-\xi',\eta+R)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{(\xi-\xi')^2}{2\sigma^2}\right) \quad (10)$$

ここで $p_h(\xi,\theta)$は開口の影響をうけた投影データで $\sigma=\sigma_0(\eta+R)$であり、$h(\xi,\eta)$は開口関数である。

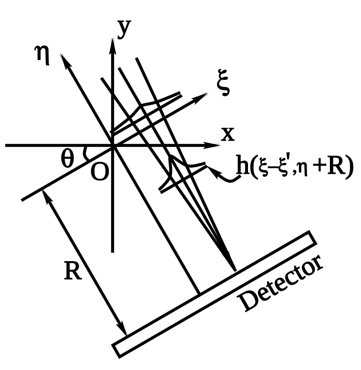

図 2．コリメータによる開口の影響

開口の影響をうけない (理想的な)投影データ p(ξ,θ)と開口の影響をうけた投影データ $p_h(\xi,\theta)$との関係は図 3 のようになる。つまり(ξ’,θ’)における理想の投影データは(ξ,θ)においては(θ’-θ)方向から入射するγ線と考えられる。

したがって次式が得られる。

$$p_h(\xi,\theta)=\int\phi(\zeta)\,p(\xi',\theta+\zeta)d\zeta \quad (11)$$

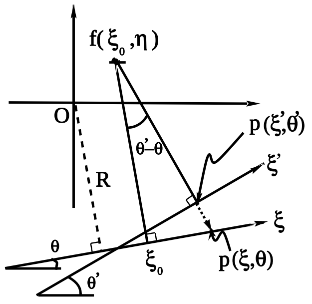

図 3．開口のある投影データの考え方

ここでξ’とζは

$$\xi'=\xi\cos\zeta+R\sin\zeta \quad (12)$$
$$\zeta=\theta'-\theta$$

であり、φ(ζ)は

$$\phi(\zeta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0}\exp\left(-\frac{\tan^2\zeta}{2{\sigma_0}^2}\right) \quad (13)$$

$$\zeta=\tan^{-1}\left(\frac{\xi-\xi_0}{\eta+R}\right) \quad (14)$$

である。

3.2. 開口補正

開口の影響をうけていない投影データと開口の影響をうけた投影データの関係を図 4 を用いて考察する。

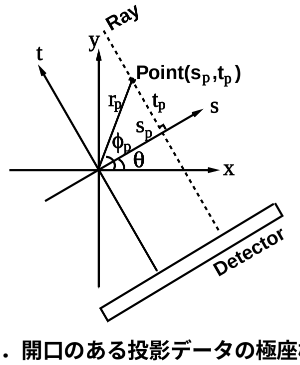

図 4．開口のある投影データの極座標表現

図 4 より直交座標系で表された点(s_p,t_p)を極座標系で表すと

$$s_p=r_p\cos(\phi_p-\theta)$$
$$t_p=r_p\sin(\phi_p-\theta) \quad (15)$$

となる。この位置にδ関数が存在していた場合、検出器

で測定される開口の影響のある投影データは次のようになる。

$$p_h(s,\theta)=h(s-s_p,t_p+R) \tag{16}$$

ここで h(s,t)は開口関数であり、この関数の s についての１次元フーリエ変換とそれを検出器方向に s'シフトした関数は次にようになる。

$$\begin{aligned}\hat{h}(\omega,t+R)&=\int_{-\infty}^{+\infty}h(s,t+R)e^{-i\omega s}ds\\ \hat{h}(\omega,t+R)e^{-i\omega s'}&=\int_{-\infty}^{+\infty}h(s-s',t+R)e^{-i\omega s}ds\end{aligned} \tag{17}$$

一方、開口の影響をうけていない投影データ p(s,θ)を２次元フーリエ変換したものと、そのフーリエ逆変換は次のようになる。

$$\begin{aligned}\hat{\hat{p}}(\omega,n)&=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}p(s,\theta)e^{-i(\omega s+n\theta)}dsd\theta\\ p(s,\theta)&=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\hat{\hat{p}}(\omega,n)e^{i(\omega s+n\theta)}d\omega\end{aligned} \tag{18}$$

同様に開口の影響をうけた投影データの２次元フーリエ変換は次のようになる。

$$\hat{\hat{p}}_h(\omega,n)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}p_h(s,\theta)e^{-i(\omega s+n\theta)}dsd\theta \tag{19}$$

ここで式(16)より $p_h(s,\theta)$を $h(s-s_p,t_p+R)$で置換すると

$$\hat{\hat{p}}_h(\omega,n)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\hat{h}(\omega,t_p+R)e^{-i\Phi(\theta)}d\theta \tag{20}$$

となる。ここでΦ(θ)は

$$\Phi(\theta)=\omega s_p+n\theta=\omega r_p\cos(\phi_p-\theta)+n\theta \tag{21}$$

である。

図 5 は exp[-iΦ(θ)]の特性を調べるために(ω,n)=(-80,40), ϕ_p=0.0, r_p=0.86 でのΦ(θ)と exp[-iΦ(θ)]の実部をグラフ化したものである。Φ(θ)の傾きが 0 になったところを θ_1, θ_2とすると cos[-iΦ(θ)]の面積は θ_1, θ_2近辺以外では打ち消しあい 0 になることがわかる。

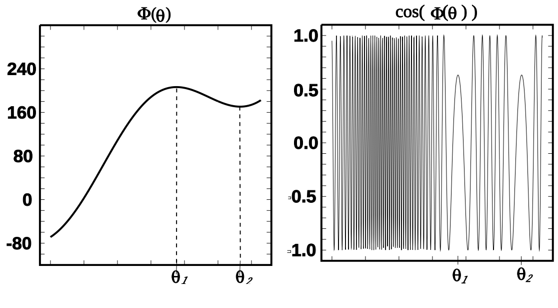

図 5．Φ(θ)と cos[-iΦ(θ)]

したがって、以下の様に近似することができる。

$$\begin{aligned}\hat{\hat{p}}_h(\omega,n)\approx&\frac{1}{2\pi}\int_{\theta_1-\alpha_1}^{\theta_1+\beta_1}\hat{h}(\omega,t_p+R)e^{-i\Phi(\theta)}d\theta\\ &+\frac{1}{2\pi}\int_{\theta_2-\alpha_2}^{\theta_2+\beta_2}\hat{h}(\omega,t_p+R)e^{-i\Phi(\theta)}d\theta\end{aligned} \tag{22}$$

ここでα, βは十分に小さいものとする。その時、$\hat{h}$にはあまり変化がないので積分の外に出すことができる。

$$\begin{aligned}\hat{\hat{p}}_h(\omega,n)\approx&\frac{1}{2\pi}\hat{h}(\omega,t_p(\theta_1)+R)\int_{\theta_1-\alpha_1}^{\theta_1+\beta_1}e^{-i\Phi(\theta)}d\theta\\ &+\frac{1}{2\pi}\hat{h}(\omega,t_p(\theta_2)+R)\int_{\theta_2-\alpha_2}^{\theta_2+\beta_2}e^{-i\Phi(\theta)}d\theta\end{aligned} \tag{23}$$

また、θ_1とθ_2を求める為にΦをθで微分して 0 とおくと

$$\begin{aligned}\omega r_p\sin(\phi_p-\theta_1)+n=0\\ \omega r_p\sin(\phi_p-\theta_2)+n=0\end{aligned} \tag{24}$$

が得られ、式(15)より

$$\begin{aligned}\omega t_p(\theta_1)+n=0\\ \omega t_p(\theta_2)+n=0\end{aligned} \tag{25}$$

が求まる。これを t_pについて解くと

$$t_p(\theta_1)=t_p(\theta_2)=-\frac{n}{\omega} \tag{26}$$

とる。したがって、(23)式は以下の様になる。

$$\begin{aligned}\hat{\hat{p}}_h(\omega,n)\approx&\hat{h}\left(\omega,-\frac{n}{\omega}+R\right)\\ &\left\{\frac{1}{2\pi}\int_{\theta_1-\alpha_1}^{\theta_1+\beta_1}e^{-i\Phi(\theta)}d\theta+\frac{1}{2\pi}\int_{\theta_2-\alpha_2}^{\theta_2+\beta_2}e^{-i\Phi(\theta)}d\theta\right\}\end{aligned} \tag{27}$$

ここで開口の影響をうけていない投影データを考える。h(s-s',t'+R)において s'=0 を代入し、式変形をすることで右辺の積分は開口の影響をうけていない投影とほぼ同じであることがわかる。

$$\hat{\hat{p}}(\omega,n)\approx\frac{1}{2\pi}\int_{\theta_1-\alpha_1}^{\theta_1+\beta_1}e^{-i\Phi(\theta)}d\theta+\frac{1}{2\pi}\int_{\theta_2-\alpha_2}^{\theta_2+\beta_2}e^{-i\Phi(\theta)}d\theta \tag{28}$$

よって開口の影響をうけていない投影データと開口の影響をうけた投影データの関係は

$$\hat{\hat{p}}_h(\omega,n)\approx\hat{h}\left(\omega,-\frac{n}{\omega}+R\right)\hat{\hat{p}}(\omega,n) \tag{29}$$

となり、すなわち

$$\hat{\hat{p}}(\omega,n)\approx\frac{1}{\hat{h}\left(\omega,-\frac{n}{\omega}+R\right)}\hat{\hat{p}}_h(\omega,n) \tag{30}$$

と求められる。

3.3. 開口補正フィルタ

式(30)の補正フィルタでは、雑音が存在する場合、分母が 0 に近づくと雑音の影響が無視できない。この解決策として次式のようにパラメータεを加え低周波成分では値を保持し高周波成分ではεの値を最小値とするようにした。

$$\hat{\hat{p}}(\omega,n)\approx\frac{\hat{\hat{p}}_h(\omega,n)}{\hat{h}\left(\omega,-\frac{n}{\omega}+R\right)+\varepsilon\left(1-\hat{h}\left(\omega,-\frac{n}{\omega}+R\right)\right)} \tag{31}$$

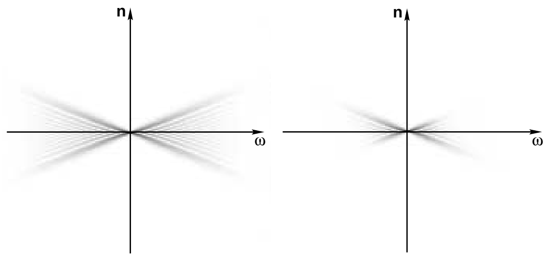

図 6．投影データの２次元フーリエ変換
左:理想的な投影データ、右:開口の影響をうけた投影データ

投影データを２次元フーリエ変換すると図 5 のようになる。右図で示される様に高周波成分が低下したものを、開口補正フィルタにより増大させることになる。

3.4．開口補正のアルゴリズム

開口補正のアルゴリズムを以下に示す。

i) 投影データを２次元フーリエ変換する。
ii) 開口補正フィルタを掛ける。
iii) ２次元逆フーリエ変換を行う。
iv) 開口補正された投影データから画像再構成を行う。

4． シミュレーション

解析的な吸収補正と開口補正の雑音特性を調べるためにシミュレーションを実施した。シミュレーション条件を以下に示す。

表 1．シミュレーション条件

原画像	ファントム 1,2 (図 7)
画像サイズ	64×64[pixel]
ピクセルサイズ	1.0[cm]
吸収係数 μ	0.15[1/cm]
投影数	256(0°～360°)
投影データ計算法	Pixel-Driven 法により計算
σ_0	0.01
ε	0.01
雑音	ポアソンノイズ (カウント 5000k)

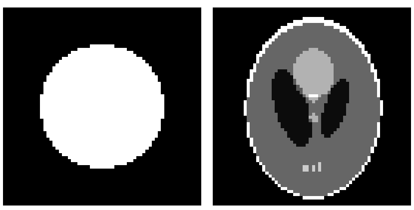

図 7．原画像(左：ファントム１、右：ファントム２)

図 8 は吸収の影響のみをうけた投影データを補正したもので、左より、γ線の吸収によって低周波成分が劣化した再構成画像、吸収補正後の画像、及び、これらの画像のプロファイルを示している。プロファイルは x=31 の場所とした。図 9 は開口の影響のみを受けた投影データを補正したものである。左より、コリメータの開口の影響によってぼけが生じた画像、開口補正後の画像、及びこれらの画像のプロファイルを示している。

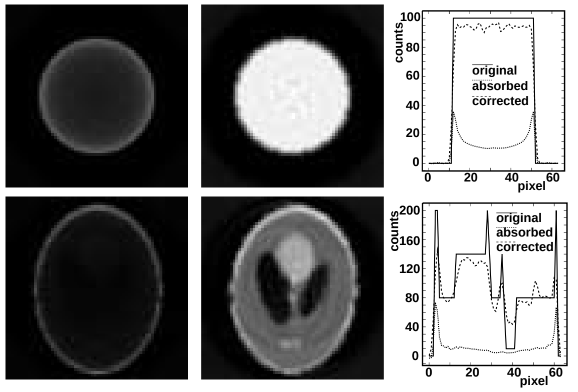

図 8．吸収補正の結果、左：未補正、中央：吸収補正後、右：プロファイル

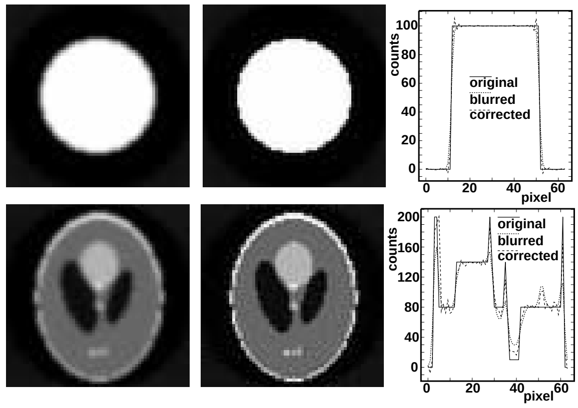

図 9．開口補正の結果、左：未補正、中央：開口補正後、右：プロファイル

次に吸収と開口の影響が複合したモデルを考えた。吸収の影響を受けた投影データに対し開口の影響を与え、吸収と開口の補正を行い画像再構成したものを図 10、図 11 に示す。また、これらのプロファイルも同時に示した

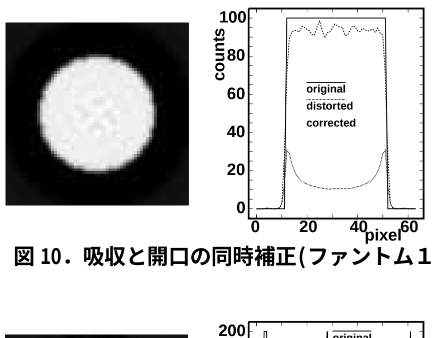

図 10．吸収と開口の同時補正(ファントム１)

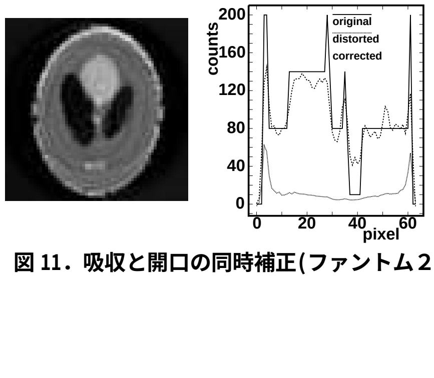

図 11．吸収と開口の同時補正(ファントム２)

次に吸収、開口の雑音特性を調べるためのシミュレーション画像を図 12 の左に示した。雑音は吸収を受けた投影データを作成後に発生させ、ひき続き開口の影響を投影データに与えた。この様にして作成された投影データに開口補正と吸収補正を行い再構成を行っている。吸収、開口補正とともに逆フィルタの処理を行うために基本的に雑音に弱いので、吸収、開口補正後の投影データに対して低域通過フィルタを適用した。この結果を図 12 の右に示す。

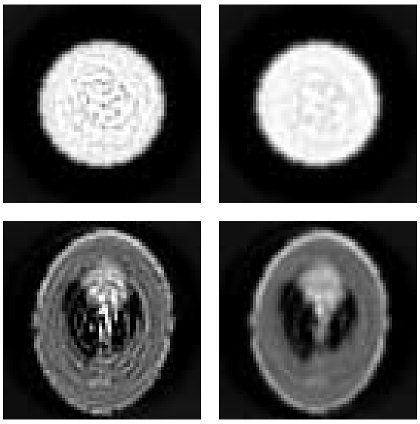

図 12．雑音あり（左：フィルタなし、右：フィルタあり）

図 13 は開口角の大きさと再構成画像の RMSE（平均２乗誤差）との関係を示したものである。また図 14 は雑音の影響をおさえるために(31)式の ε の値を変化させた場合の補正画像の RMSE をみたものである。図 15 は投影データの総カウントと補正画像との間の関係を示したものである。

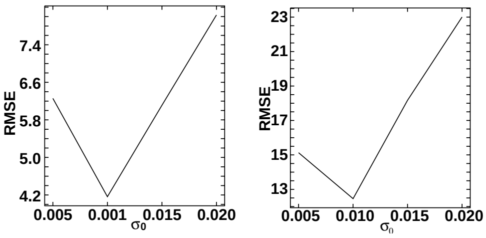

図 13．開口角の大きさ

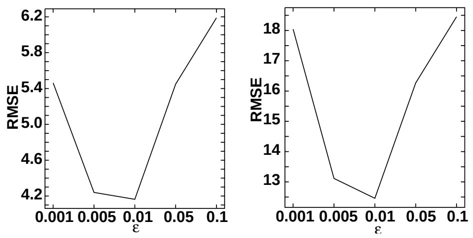

図 14．ε の設定

10． 考察

図 10、11 において投影データに対して吸収と開口の補正が行われ画質が改善しているが、これらの補正では基本的に除算が行われているため雑音が混入した場合には

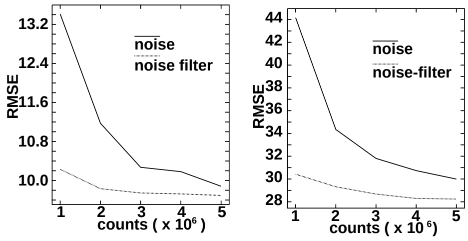

図 15．カウントレベル

その影響は無視できない。図 12 の様に吸収、開口補正後の画像に対して低域通過フィルタを作用させることでこれらの劣化はある程度低減できる。図 13 では開口角の大きさ σ_0 と RMSE との関係を示している。開口角がある程度大きくなると開口補正フィルタの値が極端に小さくなり、この値で除するため、良質な補正画像は得られなかった。また、図 14 は開口補正フィルタのパラメータ ε と RMSE の関係を示すが、ε の値を小さくすると高周波成分が強調され再構成画像の分解能は高くなるために画質が改善する。ただし ε をあまり小さくすると高周波成分が必要以上に増幅され RMSE が高くなる結果となった。また、開口補正フィルタにより雑音も強調されていることがわかる。図 15 は、投影データの総カウント値と補正画像の RMSE との関係を見たものであるが、カウント値が増大すればポアソンノイズの比率が低下する為 RMSE が低下していることが分かる。

10． まとめ

本研究では、SPECT 画像の定量性を改善するための吸収と開口補正について、解析的手法を用いる場合の雑音特性について検討した。この結果、これらの解析的手法はいずれも雑音に弱く、特に開口補正においては十分注意する必要があることが明らかになった。

参考文献

[1]S. Bellini, M. Piacentini, C. Cafforio, et. al, "Compensation of tissue absorption in emission tomography," IEEE Trans. Acoustics, Speech and Singnal processing ASSP-27, pp. 213-218, 1979.

[2]篠原広行, 長谷部伸, 国安芳夫, 他,"解析的ＳＰＥＣＴ画像再構成法の比較", Medical Image Technology, Vol. 14 No. 1, pp. 97-108, 1996.

[3]T. Inouye, K. Kose, A. Hasegawa, "Image reconstruction algorithm for single-photon-emission computed tomography with uniform attenuation," Phys Med Biol, Vol. 34, pp. 299-304, 1989.

[4]W. Xia, R. M. Lewitt, P. R. Edholm, "Fourier correction for spatially variant collimator blurring in SPECT," IEEE Transactions on Medical Imaging, Vol. 14 No. 1, pp. 100-115, 1995.

[5]B. Xu, X. Pan, C.-T. Chen, "An Innovative Method to Compensate for Distance-Dependent Blurring in 2D SPECT," IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. 45 No.4, pp. 2245-2252, 1998.

キーワード.

SPECT、吸収補正、開口補正、ポアソンノイズ、画像処理

Summary.

Study on analitical image correction of attenuation and scattering effect in SPECT

Norihiro Watanabe　Koichi Ogawa

Division of Electrical Engineering, Graduate Schoool of Engineering, Hosei University.

Attenuation and scattering of gamma rays and the collimator aperture cause degradation of the image quality in single photon emission computed tomography(SPECT). Several methods were proposed for compensating the attenuation of gamma rays and the aperture effect of the collimator. This paper focuses on the analitical method for correcting the attenuation effect and aperture effect. The methods used here are Bellini's method and Xia's method. The performance of these correction methods to the noisy projection data were discussed by using the results of computer simulation.

Keywords.

Single Photon Emission CT, Attenuation Correction, Scatter Correction, Poisson Noise, Image Processing