

### ウェーブレット変換によるカラー画像の操作 について

KUNII, Toshiyasu L. / SAITO, Yoshifuru / 齋藤, 兆古 / 國  
井, 利泰 / ISHIDA, Norimichi / 石田, 則道

---

(出版者 / Publisher)

法政大学計算科学研究センター

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学計算科学研究センター研究報告 / Bulletin of Computational Science  
Research Center, Hosei University

(巻 / Volume)

13

(開始ページ / Start Page)

241

(終了ページ / End Page)

246

(発行年 / Year)

2000-03-31

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00024901>

# ウェーブレット変換によるカラー画像の操作について

石田 則道 國井利泰  
法政大学計算科学研究センター

斎藤兆古  
法政大学工学部電気電子工学科

近年、コンピュータが手軽に使える環境になり、その結果、映像情報であるコンピュータグラフィックスが情報伝達の道具として極めて大きな社会的な意味を持ち、その広範な普及が今後期待されている。本論文ではこのような現状を踏まえ、コンピュータグラフィックスの持つ本質的な情報を抽出する手段として離散値系ウェーブレット変換を用いて映像情報を処理する技術の一方法を提案する。ウェーブレット変換を用いて、映像情報をハードウェアに対して負担が少なく、しかも、人間の視覚情報として説得性の高い情報へどのように展開するかを検討する。

## 1. はじめに

フーリエ変換を拡張した概念に基づく連続系ウェーブレット変換が提案され、フーリエ変換では得られなかった原空間情報（例えば時間波形ならば時間情報）が近似的に得られることから、波形解析へと広範に応用されるようになった<sup>1)</sup>。その後、スペクトラムにエネルギーの概念が与えられる離散値系直交ウェーブレット変換が提唱され、スペクトラムの特性から信号を評価するフーリエ変換の概念から、原空間の信号を抽出・分解する新しい信号処理技術分野が確立しつつある<sup>2)</sup>。他方、電子技術の急速な発達で1980年代頃から個人用計算機（パーソナルコンピュータ）は低価格化と高性能が相俟って爆発的に普及し、その結果、映像情報であるコンピュータグラフィックス（CG）は、情報伝達手段として大きな社会的有用性を持ち、その広範な普及が期待されている。そのCGは極めて豊富な情報を有するため、多くの情報を包含する高品質なグラフィックデータを操作するには、必然的に高度なハードウェアを必要とする。

本論文は、このような現状を踏まえ、CGの持つ本質的な情報を抽出する手段として離散値系ウェーブレット変換による映像情報処理技術の一方法を提案するものである。換言すれば、CGの豊富な情報から本質的な情報をウェーブレット変換で抽出し、結果としてハードウェアに対して負担の少ない信号量へ圧縮し、圧縮された本質的な情報（ウェーブレットスペクトラム）を人間に対して説得力の高い視覚情報へ如何に展開するかを検討する。具体的には、ウェーブレット変換を用いて画素数を縮小した場合、どのような基底関数を用いると再現性が高いかについて考察する。

## 2. 画像処理の基礎

画像は、人類が社会を構成する個人間、集団間の意志伝達を行う視覚情報となる最も古典的な情報メディアである。画像はその組み合わせにより、複雑な内容を伝える漢字の発明に繋がり文字へと昇華し、

さらに画像でしか表現できない情報凝縮である絵画芸術へと集大成された。画像から派生した文字は複雑な情報を伝える方法として極めて有用ではあるが、すべての情報は伝達できない。その伝えにくい情報を補完するのが画像情報である。文字や音声による情報伝達よりも「一枚の画像」が物事を雄弁に語ることもある。画像は特化した情報を伝達する道具として、科学技術の基礎要素として情報化社会に浸透している。

画像処理は広義には化学反応を利用したアナログ画像の現象も含むが、ここではCCDカメラやスキャナーから得られるデジタル画像の取り扱いを画像処理と呼ぶことにする。デジタル画像はピクセル（pixel）と呼ばれる画素の集合で構成する映像情報である。カラー画像を構成する個々の画素は光の3原色である（red）、緑（green）および青（blue）からなり、通常RGB信号と呼ばれる。例えば、Mathematicaでの処理はRGB信号がそれぞれ0から1の値を持ち、カラー画像からRGBColor関数を用いて分離した数値配列へ取り込むことができる。RGB情報を0と1の間の数値データとして、それぞれの配列へ数学的演算を施すことで、画像から情報を取り出すことが可能である<sup>3)</sup>。画像は当然であるが画素で構成されている。特定の映像情報を表現する場合、画素数が多いほど精緻な画像を表現可能である反面、画像を表現するハードウェアに対する負担は大きい。逆に、画素数が少ないほどハードウェアに対する負担は少ないが説得力のある情報は得られない。したがって、画素数の少ない画像は画像数を多くすることで情報量を豊かに見せる方法が考えられる。いわゆる、アニメーションの手法である。アニメーションは少ない画素数の画像で、情報量を豊富にしているのだが、少ない画素数で多くの情報を創出できればそれに越したことはない。

本論文は、画素数の少ない低解像度の画像へ如何に多くの情報を集約し、低解像度の画像の持つ情報からどのようにして、精緻な画像を再現するかを検討する。低解像度の画像を生成する場合、大まかに2つの方法が考えられる。1つは単純な間引きによる画素数の削減である。他方は、少ない画素中に原画像の情報を集約させる方法である。単純な間引き

による低解像度画像はサンプリングした原画像の情報しか有していないため、高解像度の画像へ展開しても情報量が増加するわけではなく、単純に内挿補間による画素数の増加された画像が得られるのみであり、再現性は内挿の方法による相違を評価することとなる。他方、予め何らかの方法で低解像度画像へ原画像の情報を集約した画像であれば、集約された情報を展開する作業が高解像度画像の再構成となり得るのである。低解像度の画像を再構成する場合、条件によって大きく2つの方法が考えられる。低解像度画像に対する先見情報やデータベースが存在する場合と存在しない場合である。本論文では先見情報が与えられてなく、何らかの方法で低解像度画像から高解像度画像を再現する場合について検討する。最初の検討課題は低解像度画像の作成にある。低解像度画像を作成するには、「単純間引きによる方法」と「原画像の情報を集約する方法」があり、後者の原画像全体の情報を集約するのに離散値系ウェーブレット変換を適用する。

### 3. カラー画像の操作

#### 3.1 高解像度の基準画像

図1は、本論文で採用した高解像度の画像である。この128x128画素からなる画像を基準画像とし、この画像の16分の1(6.25%)での画素数(32x32)を持つ低解像度画像を作成し、その低解像度画像を高解像度画像へ再構成した場合、基準画像との再構成画像間の相関係数で再現性を評価することとする。



図1 基準高解像度画像(128x128)

#### 3.2 低解像度と基底関数の基本波

図2(a)-(f)は、単純に間引きしたものと、ドビッシー(Daubechies)の2,4,8,16,20次基底関数を用いてウェーブレット変換から作成した低解像度画像を示す。同一画素数であっても情報量の相違が感じられる。同一画素数を持つ画像間の相関係数を、単純間引き画像図2(a)を基準として計算すると、高次のウェーブレット基底関数を採用した場合ほど低く、図2(b),(c),(d),(e)、それぞれに対して0.95,0.93,0.89,0.79,0.74となる。これは、単純間引き画像と比較して、高次のウェーブレット基底関数を使った画像の縮小は基底関数が高次になるほ

ど単純間引きで除かれる原画像の情報を有していることに他ならない。ちなみに、図2(d),(e)間(8次と16次)の相関係数は0.94、(e),(f)間(16次と20次)は0.98であり、ウェーブレット変換基底が高次であるほど共通の原画像情報を維持していることを意味する。



図2 低解像度画像(32x32)

ウェーブレット変換による画素数の削減は $I_{128 \times 128}$ を原画像イメージデータとすれば、 $W_{128 \times 128}$ をウェーブレット変換行列として、原画像のウェーブレット変換スペクトラム $S_{128 \times 128}$ は次式で与えられる。

$$S_{128 \times 128} = W_{128 \times 128} \cdot I_{128 \times 128} \cdot W_{128 \times 128}^T \quad (1)$$

(1)式のスペクトラム行列 $S_{128 \times 128}$ の(1,1)要素から

(32,32)要素の正方部分行列を $S_{32 \times 32}$ とすれば、

32x32画素へ縮小された画像 $I_{32 \times 32}^{(w)}$ は

$$I_{32 \times 32}^{(w)} = W_{32 \times 32}^T \cdot S_{32 \times 32} \cdot W_{32 \times 32} \quad (2)$$

で与えられる。ただし、 $W_{32 \times 32}$ は32行32列のウェーブレット変換行列である。(1)式は原画像データ $I_{128 \times 128}$ をウェーブレット変換によって、(1,1)要素を基点として空間変化率の小さい低周波成分から高周波成分へ並べ替えることを意味し、(2)式は空間周波数の比較的低い部分領域の画像を低解像度画像として再現することを意味する。ウェーブレット変換での空間周波数の意味は波形の周期性を意味し、フーリエ変換的な意味と異なる。長周期と短周期がそれぞれ低周波と高周波に対応する。また、波形は採用する基底関数によって異なり、例えば、ドビッシーの2,4,8,16,18,20次基底関数の基本波の波形

は図3の(a),(b),(c),(d),(e),(f)となる。

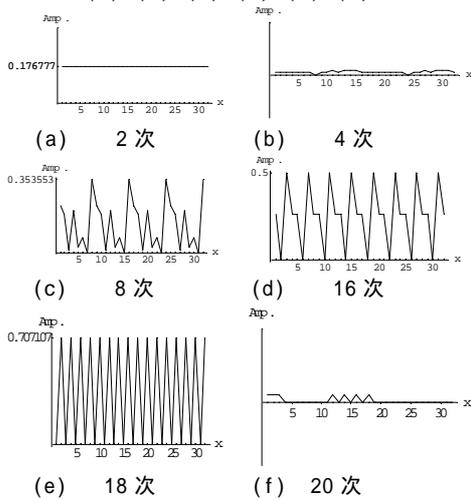


図3 ドビッシーの基底関数の基本波形

図3の波形から、ウェーブレット変換を使った(1),(2)式による低解像度画像は単純な低周波成分から構成されるわけではなく、高次(例えば8,16,18次)の基底関数を採用した低解像度画像ほど高周波成分を多く含んだ画像となる。すなわち、図2(d),(e)間の相関が比較的大きいのは、図3(c),(d)に示すように8,16次の基底関数が比較的高い空間周波数の成分を持つことに起因することから理解できる。

#### 画像の再構成

##### 4.1 線形補間による画像の再構成

低解像度の画像から高解像度の画像を再構成する方法として最も単純な方法は画素データを線形補間する方法である。この場合、補間して得られる画素データの値が0から1の間でなければならない。これは、画像の赤、緑、青の各成分の画素値が常に0から1に限定されることに起因する。ここでは、この問題を解決するため、補間されたデータの最大値を1、最小値を0として正規化し再構成画像を得る。図4に単純な線形補間によって再構成された画像を示す。図4で(a),(b),(c),(d),(e),(f)はそれぞれ図2の(a),(b),(c),(d),(e),(f)が原画像である。明らかに、単純間引きによる画像の再現性が最も低い。ウェーブレット変換による低解像度画像からの再現性は人間の視覚では明確な判定が困難である。図5に図4の再構成画像と図1の基準画像間の相関係数を示す。図5で、縦軸は相関係数、横軸1,2,3,4,5,6はそれぞれ、図4の(a),(b),(c),(d),(e),(f)に対応する。

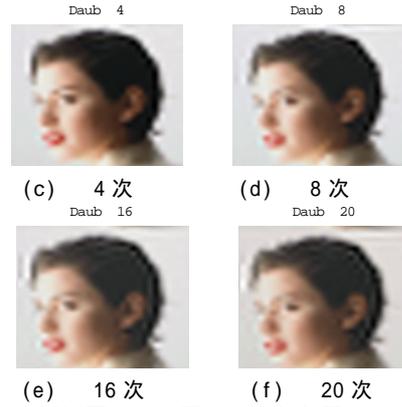


図4 線形補間による再構成された画像(128x128)

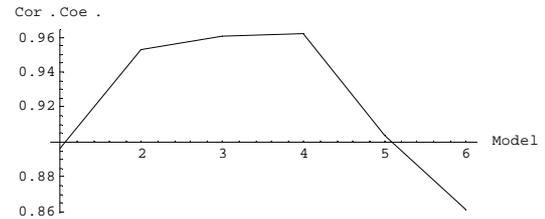


図5 図4の再構成画像と図1の基準画像間の相関係数

図5から単純な間引き画像とウェーブレット変換の高次基底関数を用いた画像の再現性が悪く、2,4,8次基底関数を用いた場合の低解像度画像の再現性は高い。これは、低解像度の画像を作る場合、単純な間引きでなく何らかの方法でもとの高解像度画像の情報を集約した形で作成すれば、単純な線形補間でも原画像の情報がある程度再現されることを意味する。

##### 4.2 ウェーブレット変換による画像の再構成

いま、 $32 \times 32$ 画素から構成される低解像度画素を  $I_{32 \times 32}$  とし、この画像から  $128 \times 128$ 画素を持つ高解像度画像へ再構成するとすれば、

$$S_{32 \times 32} = W_{32 \times 32} \cdot I_{32 \times 32} \cdot W_{32 \times 32}^T \quad (3)$$

は低解像度画像  $I_{32 \times 32}$  のウェーブレット変換スペクトラムである。このウェーブレットスペクトラムが(1,1)要素から(32,32)要素の正方領域に存在し、他の要素をすべてゼロとするウェーブレットスペクトラム  $S'_{128 \times 128}$  を考え、このウェーブレットスペクトラムを逆変換する。すなわち、

$$S'_{128 \times 128} = \begin{pmatrix} S_{32 \times 32} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$I'_{128 \times 128} = W_{128 \times 128}^T \cdot S'_{128 \times 128} \cdot W_{128 \times 128} \quad (5)$$

によってウェーブレット変換による再構成画像  $I'_{128 \times 128}$  が得られる。ウェーブレット変換による画像の再構成は、画像の画素数が縦・横ともに2のべき乗個に限られている。このため、画像の画素数が

縦または横、もしくは縦・横ともに 2 のべき乗個の画素数で無い場合、ゼロを追加して見かけ上縦・横ともに 2 のべき乗個の画素数を持つ画像へ変形してウェーブレット変換を適用する。このようにしてゼロを追加した後、ウェーブレット変換で得られた結果から追加したゼロ要素を削除することで一般的な画素数を持つ画像にも応用できる。

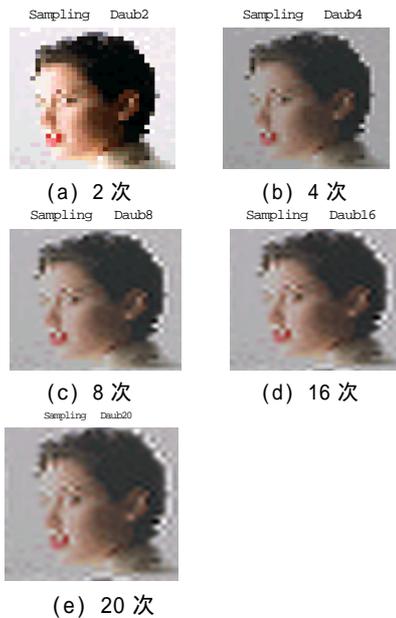


図 6 単純間引き画像をウェーブレット変換で再構成した画像 (128x128)

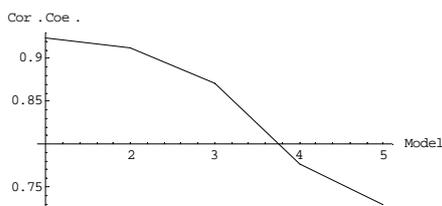


図 7 図 1 の基準画像と図 6 の画像間の相関係数

図 6 に図 2(a)の単純間引き低解像度画像へ(3)-(5)式のウェーブレット変換法を適用して再構成された画像を示す。図 6 で、(a),(b),(c),(d),(e)はそれぞれ、ドビッシーの 2,4,8,16,20 次基底関数を用いたウェーブレット変換で再構成された画像を示す。図 4(a)と図 6(a)と比較すれば、単純な間引き画像でもウェーブレット変換による再構成は良好な結果を与えることが分かる。図 1 の基準画像と図 6 の画像間の相関係数を図 7 に示す。図 7 で、横軸は図 6 の(a),(b),(c),(d),(e)に対応する。この結果から、単純な間引き画像から高解像度画像を再構成する場合、ウェーブレット変換基底は高次であれば

良いとは限らず、最適な次数が存在することが分かる。

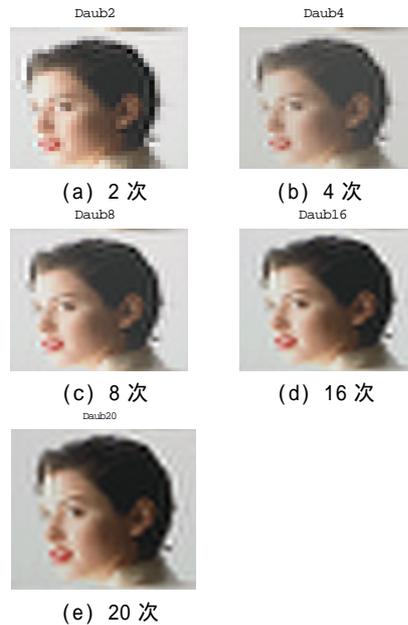
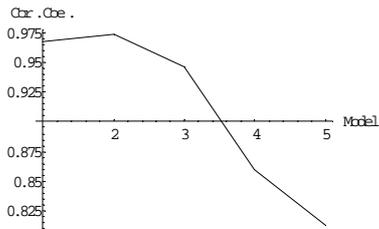


図 8 ドビッシーの 16 次基底関数による低解像度画像図 (32x32)にウェーブレット変換で再構成した画像 (128x128)

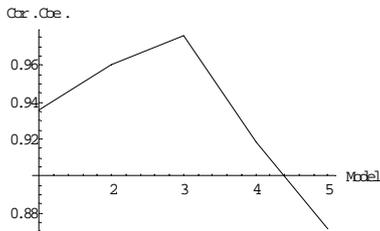
図 8 にドビッシーの 16 次基底関数を用いて構成された低解像度画像 2(e)をウェーブレット変換で再構成した画像を示す。図 8 で、(a),(b),(c),(d),(e)はそれぞれ、ドビッシーの 2,4,8,16,20 次基底関数を用いたウェーブレット変換で再構成された画像を示す。図 8 の結果は、高次のウェーブレット変換基底関数を用いて構成された低解像度画像は、必ずしも同じ次数の基底を用いなくても良好な結果となることを意味する。換言すれば、高次のウェーブレット変換基底関数を用いて構成された低解像度画像は本質的に原画像の高周波成分を含んで構成されるため、何れの基底関数を用いても原画像の情報が復元可能である。再構成された画像の再現性を相関係数での評価を、表 1 および図 9、10 に示す。図 9 は基準画像 (図 1) とドビッシーの 2,8,20 次基底関数で再構成された相関係数 (表 1 の 2,4,8 列) を示す。図 10 は表 1 の値を 3 次元に表示したものである。すなわち、x,y 軸上の数字 1,2,3,4,5 はそれぞれドビッシーの 2,4,8,16,20 次基底関数に対応し、z 軸は基本画像と再構成画像間の相関係数である。低解像度画像構成へ用いた基底関数と同じ基底関数を用いた場合の再現性が最もよく、図 8(d)の画像は図 1 の基本画像と 0.98 の相関係数を持つ。人間の視覚的な感覚はさておき、数字的には 6.25%の情報から 98%の情報が復元されるのは驚異的なことである。

表1 基準画像と再構成画像間の相関係数表

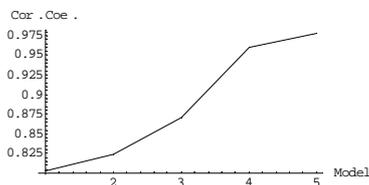
低解像度の関数	再構成された高解像度の基底関数の次数					
	Daub2	Daub4	Daub8	Daub16	Daub20	
Daub2	<b>0.967</b>	0.962	0.936	0.848	0.863	
Daub4	0.974	<b>0.978</b>	0.960	0.970	0.824	
Daub8	0.947	0.960	<b>0.976</b>	0.917	0.871	
Daub16	0.860	0.872	0.918	<b>0.979</b>	0.960	
Daub20	0.813	0.825	0.871	0.960	<b>0.978</b>	



(a) 2次(Daub2)



(b) 8次(Daub8)



(c) 20次(Daub20)

図9 基準画像と再構成画像(2,8,20次)の相関係数

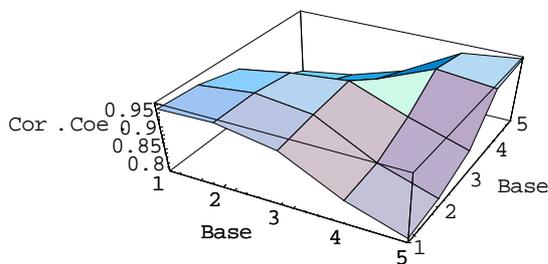


図10 低解像度画像と高解像度画像構成に使われた基底関数の次数と相関係数

## 5. まとめ

本稿では、基準となる画像の画素数を縮小し、その画像の再構成についてウェーブレット変換を用いた方法の有用性を示した。豊富な画素数で構成される高解像度画像から少ない画素数の低解像度画像を構成する場合、単純な間引きや線形補間などでなく、不連続点情報を保持するウェーブレット変換法が好ましいことを示した。線形補間は対象が本質的に連続性を持つ場合有効であるが、対象が本質的に不連続性を持つことが多い映像情報に対しては必ずしも有効でない。本稿で得られた結論は以下のように総括される。

- 1) 高解像度画像から低解像度画像を構成する場合、不連続点情報を集約する、
- 2) 低解像度画像から高解像度画像を再構成する場合、本質的に情報豊富な低解像度画像であれば、どのような再構成法でも良好な結果を期待できる、
- 3) 低解像度画像から高解像度画像を再構成する場合、低解像度画像を構成したウェーブレット変換基底と同じ基底関数を用いれば最も良い再現性が得られる。

## 参考文献

- [1] 山田道夫: “ウェーブレット解析とその応用”、電子情報通信学会誌、Vol.76、No.5、1993年5月
- [2] 斎藤兆古: “Mathematica によるウェーブレット変換”、朝倉書店、1997年9月
- [3] 遠藤久、早野誠治、斎藤兆古、国井利泰: “ウェーブレット変換と微分方程式によるカラー画像の圧縮および再現性について”、第27回可視化情報シンポジウム、1999年7月

キーワード.

ウェーブレット変換、イメージカラーデータ、コンピュータグラフィックス

-----

Summary.

## **A Study of Image Size Changing by the Wavelets Transform**

Norimichi Ishida Tosiyasu L. Kunii  
Computational Science Research Center, Hosei University

Yoshifuru Saito  
Department of Electrical Engineering, Hosei University

Discrete wavelets transform is widely used for the wave and image analysis. On the other side, Major of the conventional image handling is based on the storing the snapshots of graphics image data. These types of image handling methodology greatly depend on the development of hardware. With the development of the modern software and hardware technologies, the demand for high quality and high speed image processing is increasing for various industrial applications. In the present paper, we propose a new methodology of image data handling technique by discrete wavelets transform.

Keywords.

Wavelets Transform, Image color data, Computer Graphics