

相関関数法による地震波の位相検出のアルゴリズム (1)

小口, 雄康 / OGUCHI, Yuko

(出版者 / Publisher)

法政大学計算科学研究センター

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

Bulletin of Computational Science Research Center, Hosei University / 法政大学計算科学研究センター研究報告

(巻 / Volume)

12

(開始ページ / Start Page)

125

(終了ページ / End Page)

129

(発行年 / Year)

1999-03-31

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00024838>

相関関数法による地震波の位相検出のアルゴリズム (1)

小口 雄康

計算科学研究センター

1 地点における 2 成分以上の地震波記録から各種の位相を自動検出する方法の 1 つに Kanasewich の相関関数法があり、最近 Anant & Dowla がウェーブレット変換を用いて発展させている。その基本的な考え方は記録間の相関関数から相関マトリックスを構成し、その固有値の比の変化から位相を検出しようというものである。彼らはヨーロッパで観測された遠地地震記録の解析で有効であることを報告している。本報では、この相関関数法を比較的雑音の多い日本付近の近地地震や人工地震に適用することを目的として計算アルゴリズムを整理した結果を示したものである。第 1 報では P 波検出についてまとめ、やや大きな近地地震について有効であることを示した。

1. はじめに

自然地震、人工地震記録の解析はまずその顕著な位相(縦、横、表面波の到達時刻にあたる)の検出から始まる。その最も有効な方法は人間が判断することである。しかし、群発地震のように多数の地震の記録を読むときや雑音で S/N 比が悪いときなど何か自動的、客観的な決定方法が必要となる。特に、1 地点での観測記録のみから位相検出することにはいろいろな困難が伴う。位相検出法は、すでにいくつか提案され、実用され、有効であることが示されている。今回、その 1 つである Kanasewich[3] による相関関数法を雑音の多い人工地震記録に適用し、解析を行う目的で計算アルゴリズムをまとめたので、その序報として縦波(P波)検出について報告する。

2. 粒子軌跡の考察

ある 1 観測点で地盤振動を観測し信号の位相を検出することを考える。信号(例えば変位)を 2 次元としてそのフーリエ成分の同じ振動数 ω と異なる初位相 α, β を対と考えると、

$$u = a \cos(-\omega t + \alpha)$$

$$v = b \cos(-\omega t + \beta)$$

とする。粒子軌跡は次式で与えられる。

$$\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} - \frac{2uv}{ab} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad [\delta = \beta - \alpha] \quad (1)$$

いま、 t で転置を表し、

$$\mathbf{U} = (v \ u)^t \quad \text{および} \quad \mathbf{U}' = (v' \ u')^t$$

と置き、適当な ϕ を選んで

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad \text{により、}$$

$$\mathbf{U}' = \mathbf{T}^t \mathbf{U} \quad (2)$$

と座標軸を回転させ、(1)を(3)のように表す。

$$\frac{u'^2}{a'^2} + \frac{v'^2}{b'^2} = 1 \quad (3)$$

このように変換すれば、例えば、P波到達時には水平動成分に対して上下動変位成分がはるかに卓越するから粒子軌跡はほとんど直線となると考えられる。すなわち、雑微動だけのときは $b' \approx a'$ であるのに対して P波到達で急激に $b' \ll a'$ となると予想される。すなわち、考え方の基礎は粒子軌跡からこのような時刻を検出すれば P波初動が検出できると考えることにある。そこでまず、幾何学的な推

定に必要な (1), (3) の関係を示して置こう (Born & Wolf [2] を参照して検算してある).

$$a^2 + b^2 = a'^2 + b'^2 \quad [\text{主軸の和}] \quad (4)$$

$$a'b' = -ab \sin \delta \quad [\text{主軸の積}] \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tan 2\phi &= \frac{2ab}{a^2 - b^2} \cos \delta \quad [\text{回転角}] \quad (6) \\ &= \tan 2\xi \cos \delta \quad (\tan \xi := b/a) \end{aligned}$$

$$\frac{b'}{a'} = \tan \eta \quad [\text{主軸の比}] \quad (7)$$

$$(\sin 2\eta := -\frac{2ab}{a^2 + b^2} \sin \delta = -\sin 2\xi \sin \delta)$$

(1), (3) を以下のように書き換えることができる.

$$\mathbf{T}'\mathbf{S}\mathbf{T} = \mathbf{S}' \quad (8)$$

$$\text{ただし, } \mathbf{S} = \begin{pmatrix} a^2 & -ab \cos \delta \\ -ab \cos \delta & b^2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{S}' = \begin{pmatrix} a'^2 & 0 \\ 0 & b'^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

ここで, \mathbf{S}, \mathbf{S}' はそれぞれ, 実の対称マトリックス, 対角マトリックスであるから, 固有ベクトルマトリックス \mathbf{T} で \mathbf{S} を相似変換して固有値マトリックス \mathbf{S}' が得られると解釈できる. したがって, 主軸の比は固有値の比で置き換えられ, 波の伝播方向は最大値を与える固有値の固有ベクトルの方向で与えられると解釈することができる.

3. 相関マトリックスによる位相検出

実際の観測値を処理しようとするとき種々のノイズで波形をそのまま用いることはできない. そこで, 振動データの相関をとると信号の性質は残るがノイズは軽減することを利用する. いま, 1 観測点で 3 成分の観測値 $x_{j,i}$ $j = 1, 2, 3; i = 1, 2, \dots, N$ が離散値データとして与えられるとする. これから以下の計算をする.

1. 相関関数

(a) 平均値

$$\mu_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{j,i} \quad (11)$$

(b) 相互相関関数 [$C_{(m,n)} = C_{(n,m)}$]

$$C_{(m,n)} = \sum_{i=1}^N (x_{m,i} - \mu_m)(x_{n,i} - \mu_n) \quad (12)$$

特に, 自己相関関数 ($m = n$ のとき) を $V_{(m)}$ で表す.

(c) 相関マトリックス

相関関数から次の相関マトリックスをつくる.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} V_{(1)} & C_{(1,2)} & C_{(1,3)} \\ C_{(1,2)} & V_{(2)} & C_{(2,3)} \\ C_{(1,3)} & C_{(2,3)} & V_{(3)} \end{pmatrix} \quad (13)$$

データの数値によっては相関関数の代わりに次の相関係数を用いることもある.

$$\rho_{(m,n)}^2 = \frac{C_{(m,n)}^2}{V_{(m)}V_{(n)}} \quad (14)$$

(d) 固有値と固有ベクトル

\mathbf{C} は実の対称マトリックスであるから 3 個の実の固有値 (ここではすべて異なるとする). をもつ. これを, $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ とする.

また, 最大固有値に対する (正規化した) 固有ベクトルを $\mathbf{E} = (e_1, e_2, e_3)$ とする.

2. 線形性関数 (rectilinearity function)

$$F(\lambda_1, \lambda_2) = 1 - \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^n \quad (15)$$

ここで, n は経験によって決めるが, 本報では 1 としている. P 波初動では $\lambda_1 \gg \lambda_2$ であると考えられるから線形性関数の値は 1 に近くなる.

3. 相関指数 (P-index)

ノイズが大きいときその影響を軽減するため, 2 成分の観測値を用いた次のような方法が考えられる. いま, 信号波形が全く同じであるとすると相関マトリックス \mathbf{C}_P は, $|\mathbf{C}_P| = 0$ となるはずである. したがって,

$$\mathbf{C}_P = \begin{pmatrix} A^2 & B \\ B & B^2/A^2 \end{pmatrix}$$

と表される. 一方, 信号が白色ノイズのみなら無相関であるから以下のようになるはずで

ある。

$$C_N = \begin{pmatrix} U^2 & 0 \\ 0 & U^2 \end{pmatrix}$$

この2成分の記録は同じ経路を通過してきたからノイズは同じであり、かつ、信号とノイズは互いに独立であると考えたとすると相関関数はそれぞれの和であると考えられるから、相関マトリックスは次で与えられるとしてよい。

$$C = \begin{pmatrix} A^2 + U^2 & B \\ B & B^2/A^2 + U^2 \end{pmatrix} \quad (16)$$

(13)を参照して次の関係を得る。

$$V_{(1)} = A^2 + U^2, \quad V_{(2)} = B^2/A^2 + U^2 \\ C_{(1,2)} = B$$

この左辺は観測値から計算できるから、次のように書き直してCの要素を求める。

$$A^2 = \frac{1}{2}(V_{(1)} - V_{(2)} + S) \\ U^2 = \frac{1}{2}(V_{(1)} - V_{(2)} - S) \\ \frac{B^2}{A^2} = \frac{1}{2}(-V_{(1)} + V_{(2)} + S) \\ S := ([V_{(1)} - V_{(2)}]^2 + 4C_{(1,2)}^2)^{1/2}$$

(16)のノルムを考えて相関指数Pを以下で定義する。

$$P = 100 \frac{A^2 + B^2/A^2}{A^2 + B^2/A^2 + 2U^2} \quad (17)$$

このPも初動付近で大きく値が変化すると考えられ、値が100に近いとき初動到達と判断される。

4. Varmax Norm

相関関数を時刻の関数として求めるために、データの一部を抽出してこの間での相関関数を計算し抽出した部分を代表する時刻の値としなければならない。このとき抽出する区間数の最適値を与えるのが Varmax Norm である。すなわち、あるデータ区間Lを与え、計算すべき各時刻tに対してLの関数として線形性関数Fを求め、

$$V_C = \frac{\sum_t F^4}{(\sum_t F^2)^2} \quad (18)$$

で定義される Varmax Norm V_C を計算する (Anant & Dowla[1]を参照した)。Lをいろいろ変えて Varmax Norm の最大値を与えるLを最適区間数とする。

4. P波検出の計算と計算例

位相検出には前節の線形性関数と相関指数を時刻の関数として計算しなければならない。初動到達時刻前後に計算を絞ってその初めの時刻を t_0 とする。次に Varmax Norm で決めたデータ数MをNの代わりに用いて、相関係数、その他を求める。得られた値を時刻 t_0 の値と考える。Kanasewich[3]は時刻を $t_0 + M/2$ とするとしているが本報で使ったデータについては単に t_0 とする方がよい結果を与えることが分かった。以上のアルゴリズムに基づ

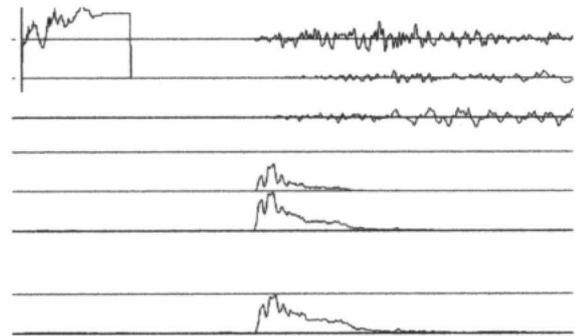


Fig. 1. 波形と指標

いて、東海地方で観測された自然地震の3成分記録(気象庁による[4])のP波検出の計算例をFig. 1に示す。図の最上部の中央付近から右方に見られる3つの波形は明瞭な初動を示しているP波初動と弱い初動を示す水平動2成分を示している。雑微動は拡大すると見られるが非常に小さいのでここではほとんど見られない。上段左が Varmax Norm でこの計算では最大値は $M = 86$ に与えられた。中央部の2本の曲線は、上下動と水平動1成分ずつの線形性関数を示してある。初動付近で急激な立ち上がりを示し初動到達時刻とよい一致を示している。最下部の1本の曲線は3成分を2つずつ組み合わせ求めて3組の相関指数の積を示してある。この立ち上がりもP波初動の立ち上がりと一致している。

5. おわりに

本報では相関関数法による地震波位相検出法のアルゴリズムをP波についてまとめ、計算を近地自然地震について行った。小数の例外(理由はまだ解明できない)を除いて多くの地震に対して有効であることが解った。しかし、本来の目的である、このアルゴリズムが人工地震波の位相自動検出に有効かどうかを調べることは、適当な観測例が得られずテストできなかった。続報では、これらを含め、かつ、ウェーブレット変換の導入で相関関数法を拡張し、また、P波のみならずS波についても計算アルゴリズムをまとめて報告する予定である。

6. 参考文献

- [1] Anant,K.S. & F.Dowla, "Wavelet transform methods for phase identification in three-component seismograms", Bull.Seism.Soc.Am., 87(6), 1997
- [2] Born,M. & E.Wolf, "Principles of Optics", Pergamon Press, 1965
- [3] Kanasewich,E.R., "Time Sequence Analysis in Geophysics", The Univ. Of Alberta Press, 1981
- [4] 気象庁, "強震波形データ", 1996.Oct.-1997.Sept.

キーワード

地震波の位相, 相関関数マトリックス, マトリックスの固有値

.....

Summary

An algorithm of seismic phase detections by the correlation method (1)

Yuko Oguchi

Computational Science Research Center, Hosei University

E.R.Kanasewich has proposed an effective method of phase detections to teleseismic signals. Anant and Dowl have improved the method by Varmax Norm and wavelet transforms. In this report, these algorithms were checked and arranged to be able to apply to noisy local seismic records or artificial earth's vibrations. An example of seismic P-phase detection was shown in good agreement with the arrival time determined by the direct reading.

Keywords

Seismic phase, Correlation matrix, Eigen values