

システム非線形度とボルテラ級数を用いた推定

INOMATA, Nozomu / MIZUTA, Hirohisa / 八名, 和夫 / 猪俣, 望 / 水田, 博久 / YANA, Kazuo

(出版者 / Publisher)

法政大学計算科学研究センター

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学計算科学研究センター研究報告 / Bulletin of Computational Science Research Center, Hosei University

(巻 / Volume)

12

(開始ページ / Start Page)

75

(終了ページ / End Page)

83

(発行年 / Year)

1999-03-31

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00024831>

システム非線形度とボルテラ級数を用いた推定

水田 博久

猪俣 望

八名 和夫

法政大学大学院 工学研究科 電気工学専攻 (電子情報系)

本論文において、観測されるシステムの入出力時系列からシステムの非線形度を表す指標とボルテラ級数を用いた推定法について論じる。まず、最適線形系とパラメトリックな非線形システムモデルによる出力予測誤差の差を用い、非線形モデルを条件とした条件付き非線形度を定義した。この指標はシステムが線形の場合0、入出力が無相関になり線形系による予測が不可能な場合に1となる。しかし、最適モデル構成の決定については議論していない。そこで本論文ではボルテラ級数による非線形モデルを考えた場合について最適モデル構成を決定し、効率的に非線形度を推定する手法を提案する。

1 はじめに

システムのモデル化を行う際、大規模なシステムで信号生成過程が構成的に明らかでない場合、観測される入出力時系列信号にもとづくシステムの統計的モデル化が行われる⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。このような場合、システムが単純な線形系とみなせるかどうかはまず問題となる。ところで、現実のシステムは多かれ少なかれ非線形性を有すると考える方が自然であるから、むしろシステムの線形性の度合いを知ることの意味があると思われる。筆者らはこれまでシステムの非線形度をあらわす指標を提案し、システム非線形度と名づけた。そこでは、広いクラスの非線形システムを表現するパラメトリックなモデルが重要な役割を果たすが、最適なモデル構成の決定については議論していなかった。本論文ではボルテラ級数による非線形システムモデルを考えた場合について、最適モデル構成を決定し、効率的に非線形度を推定する手法を提案する。

2 条件付きシステム非線形度の定義

次式で表される有限な記憶を持つ安定な離散システムを考える。

$$y_n = f(X_n) + \eta_n \quad (1)$$

ここで、 y_n は時刻 n における出力信号、 X_n は時刻 n から $n-M$ までの入力信号を要素とするベクトル

$$X_n = [1, x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-M}]^T \quad (2)$$

を表す。ここで第1要素の1は必要に応じて出力のバイアスを表現するために導入された仮想定値入力を表す。また η_n は0平均、 X_n と統計的に独立な加法性雑音を表す。 f は $R^{M+2} \rightarrow R$ の非線形変換であり x_n, y_n とともに定常である場合を考える。さて、 X_n の重みベクトル

$$W = [w_b, w_0, w_1, \dots, w_M]^T \quad (3)$$

による線形変換を考えると、 y_n との平均二乗誤差を最小とする最適重み係数 W^* は正規方程式 $RW^* = P$ の解として求まる。ただし、 R は入力ベクトル X_n の自己相関行列、 P は y_n と X_n の相互相関ベクトルを表す。ここで、最適重み係数による変換値と出力の最小二乗誤差を $e_n^2(W^*)$ と書く。次にシステムのパラメトリックな非線形モデル $\hat{f}(X_n; \theta)$ を考え、パラメタ最適化後の平均二乗誤差を $e_n^2(\hat{f}; \theta^*)$ とする。ここで θ^* は最適化されたシステムパ

ラメタを表す。この時システムモデル $\hat{f}(X_n; \theta)$ を条件とした条件付きシステム非線形度 $d.n.(\hat{f})$ を

$$d.n.(\hat{f}) = \frac{e_n^2(W^*) - e_n^2(\hat{f}; \theta^*)}{\sigma_{y_n}^2 - e_n^2(\hat{f}; \theta^*)} \quad (4)$$

と定義する。ここで、 $\sigma_{y_n}^2$ は出力 y_n の分散を表す。

3 最適非線形モデルの探索

システム非線形度の推定には非線形システムを表現するパラメトリックモデルが重要であることは上で述べた。本手法では、そのモデルとしてボルテラ級数によるモデルを考える。ボルテラ級数により非線形システムモデルを記述する場合その入出力関係は次のように表せる。ボルテラ級数のパラメタ P は最高次数、 $Q_1, \dots, Q_P$ は各次数における級数に取り込むデータの時間範囲、 θ はボルテラ係数ベクトルを表す。

$$\begin{aligned} y[n] = & \sum_{q_1=0}^{Q_1} \theta_{q_1} x[n-q_1] \\ & + \sum_{q_1=0}^{Q_2} \sum_{q_2=0}^{Q_2} \theta_{q_1, q_2} x[n-q_1] x[n-q_2] \\ & + \dots + \dots \\ & + \sum_{q_1=0}^{Q_P} \dots \sum_{q_P=0}^{Q_P} \theta_{q_1, \dots, q_P} x[n-q_1] \dots x[n-q_P] \end{aligned} \quad (5)$$

これから明らかなようにボルテラ級数によるモデルでは最高次数やデータの時間範囲を大きくすると爆発的にパラメタ(項)数が増加する。しかし、その構成が最適であるかどうかは一概には判断できず多くの冗長なパラメタを含む場合もあり得る。冗長なパラメタの存在は、実際に非線形度の推定を行なう場合の過適応の問題からも好ましくない。そこで、AICにより最適な次数選択を行なうことを考えた。本手法では、AICの計算、ボルテラ係数の推定に直交変換に基づくハウスホルダー変換法(Householder Transformation)⁽⁹⁾を用いる。ハウスホルダー変換法は、係数の推定精度が良くAICによる次数選択が効率よく行な

え、また、説明変数の選択等の操作も効率よく行なえることからさらなるモデル最適化への応用も考えられる。次数選択を行なう際の説明変数の順番、すなわちボルテラシステムの要素項の順番は、線形項、2次の項、3次の項というように次数の順に並べることとする。線形項から順番に項を採用する事により、もし線形項のみでAICが最小となれば対象システムは線形とみなせ、非線形性が存在すればAICが最小となる次数までを用いることで、最適なモデルが得られることが期待できる。最適なモデルとなる次数が決定した後、そのモデルを用いてシステム非線形度を計算する。ここで、ハウスホルダー変換法は、いったんデータ行列に対してハウスホルダー変換を行なうと、全ての次数のモデルのAICが複雑な計算をすることなく求まり、また、非線形度の計算に必要な二乗誤差も同様に求まるという点で、非常に効率が良い。

4 計算機シミュレーション

本手法の妥当性を確かめるために計算機シミュレーションを行った。

4.1 非線形システムモデルと非線形度

線形FIRシステムに非記憶変換が後置するカスケードシステムを考える(図1)。

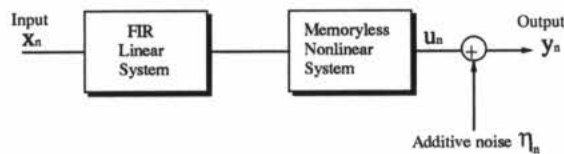


図1 非線形システムモデル

ここで、

$$u_n = \sum_{i=0}^{L-1} a_i x_{n-i} \quad (6)$$

$$z_n = \frac{3}{2} \left(u_n - \frac{u_n^3}{3} \right) \quad (7)$$

また、 x_n は平均0、分散 σ の正規分布に従う*i.i.d*確率変数列とする。式(7)を図示すると下記のようになり、入力値域が $[-1,1]$ の場合、滑らかな飽和特性を示す。

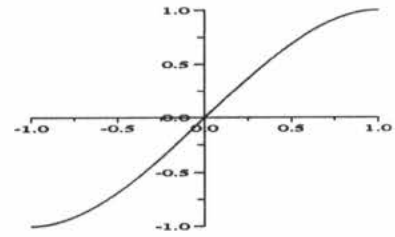


図2 非線形特性

例えば、 $\sigma=1.0$, $L=3$, $a_0=0.25$, $a_1=0.5$, $a_2=0.25$ のときのシステム非線形度は0.175となる。

4.2 シミュレーションデータの作成と解析

図1のシステムモデルに従い、式(6)のFIR係数を $L=3$, $a_0=0.25$, $a_1=0.5$, $a_2=0.25$ 、入力 x_n を平均値0、分散1の正規分布に従う*i.i.d*確率変数列とした。加法的雑音 η_n は平均値0の正規分布に従う*i.i.d*確率変数列として分散を出力 z_n の分散の0,10,25,50,75,100%とした。以上の条件で1000点の見本関数を10例ずつ作成した。

作成した10例のデータを2例ずつの5組にわけた。それぞれの組で、一方のデータを用いてパラメータを推定し(推定用)もう一方のデータで非線形度を求める(評価用)操作を行ない比較検討する。ボルテラ級数のパラメータは、記憶3、最大次数5とした。これは、バイアス項を入れて56個の要素項をもつが、使用した非線形関数は3次のため、3次までの項つまり、最初から20番目の項までが意味をもたずである。

4.3 結果

シミュレーション結果の一例を図3-1、図3-2に示す。図3-1、図3-2はそれぞれ入出力の見本過程、ボルテラ級数、最適線形系による出力予測値、ボルテラ級数、最適線形系による予測誤差である。図4は、要素項数に対するAICの値を示している。この場合19で最小値をとっており、理論と良く合致している。図5-1、図5-2は、使用する項数を19とした場合のボルテラ級数による出力予測値、予測誤差である。それぞれの見本過程に対して計算したAICの値を表1に示す。上段は全ての項を使った場合、下段は推定用についてはAICの最小値、評価用については、そのときの係数を用いて求めた値である。表2にAICが最小となった項数を示す。表3には、推定したシステム非線形度を示す。評価用の推定値をみると、特に雑音が多い場合に項数を最適化することによって良好な推定値が得られている。

表 1 AIC の最小値

noise		train	untrain
0%	all	-66375±45.917	-66215±47.070
	select	-66487±42.576	-66354±43.043
10%	all	-295.71±2.3723	-88.583±6.0744
	select	-328.70±2.3567	-278.10±4.8597
25%	all	616.92±2.3723	824.04±6.0744
	select	583.55±2.3874	633.94±4.9174
50%	all	1307.3±2.3723	1514.4±6.0744
	select	1273.7±2.3922	1324.0±4.9294
75%	all	1711.1±2.3723	1918.3±6.0744
	select	1677.5±2.3889	1726.9±4.9687
100%	all	1997.7±2.3723	2204.8±6.0744
	select	1963.9±2.3864	2013.3±4.9721

表 2 AIC により選択した要素項数

noise(%)	選択した要素項数
0	+28.50 ± 1.285
10	+21.90 ± 0.4158
25	+21.80 ± 0.4214
50	+21.70 ± 0.4267
75	+21.40 ± 0.4386
100	+21.40 ± 0.4386

表 3 非線形度の推定結果

noise		train	untrain
0%	all	0.168±0.0325	0.171±0.0326
	select	0.168±0.0325	0.171±0.0326
10%	all	0.174±0.0317	0.159±0.0326
	select	0.171±0.0319	0.171±0.0314
25%	all	0.181±0.0318	0.139±0.0357
	select	0.174±0.0324	0.168±0.0318
50%	all	0.193±0.0325	0.102±0.0457
	select	0.179±0.0336	0.164±0.0344
75%	all	0.204±0.0335	0.0603±0.0611
	select	0.183±0.0352	0.160±0.0383
100%	all	0.214±0.0345	0.0134±0.0820
	select	0.188±0.0368	0.155±0.0430

5 むすび

システム非線形度推定を効率的に行うために非線形システムモデル構成を系統的に探索する手法を提案した。今後さらに要素項の重要さを考慮した、さらなるモデル最適化を行う方法について検討を進めてゆきたい。また、実際のデータ解析への応用も試みたいと考えている。

参考文献

- [1] H. Nakamura and Y. Toyota, "Statistical identification and optimal control of thermal power plants," Annals of the Institute of Statistical Mathematics, Vol. 40, No.1., pp.1-28, 1988.
- [2] T. Wada, H. Akaike, H. Yamada., "Application of multivariate autoregressive modeling for analysis of immunologic networks in man," Comput. Math. Appl.,
- [3] K. Yana, J.P. Saul, R.D. Berger, M.H. Perott and R.J. Cohen, "A time domain approach for the fluctuation analysis of the heart rate related to instantaneous lung volume," IEEE Trans. Biomedical Engineering, Vol. 40, pp.74-81, 1993.
- [4] A. Mokrane, A.R. LeBlanc, R. Nadeau, "Transfer function analysis of vagal control of heart rate during synchronized vagal stimulation," Amer. J. Physiol. Vol. 269, pp. H1931-40, 1995.
- [5] J.P. Saul, R.D. Berger, M.H. Chen, and R.J. Cohen, "Transfer function analysis of autonomic regulation: II?Respiratory sinus arrhythmia," Amer. J. Physiol., Vol. 256, pp.H153-161, 1989.
- [6] O. Umino and K. Watanabe, "The change of response properties of retinal horizontal cell during light adaptation- An approach using repetition of pseudo-white-noise modulated light," Trans. IECE Jpn., Vol. E-68, pp.469-475, 1989.
- [7] 八名、吉田、駒井, "システム非線形度とニューラルネットを用いた推定," 信学論A, Vol. J76-A, No.8, pp.1097-1104, 1993.
- [8] M.Stone, "Cross-validatory choice and assessment of statistical predictions," Journal of the Royal Statistical Society, vol.B36, pp.111-133, 1974.
- [9] 北川源四郎, "FORTRAN77 時系列解析プログラミング", 岩波書店, 1993.

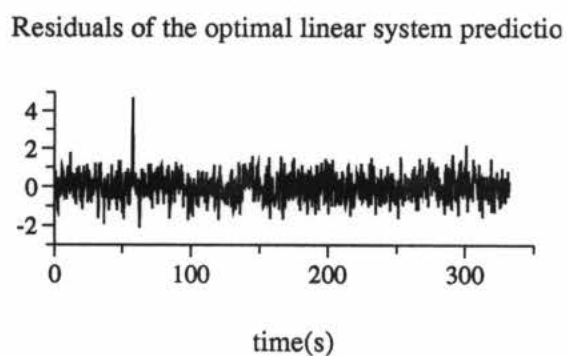
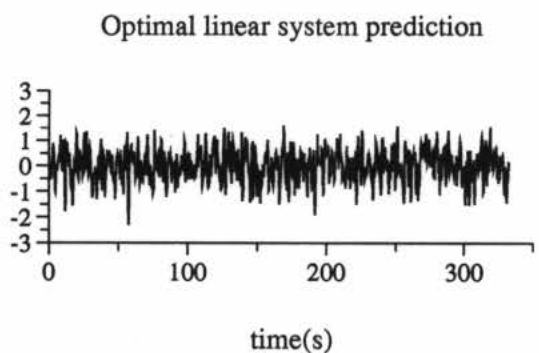
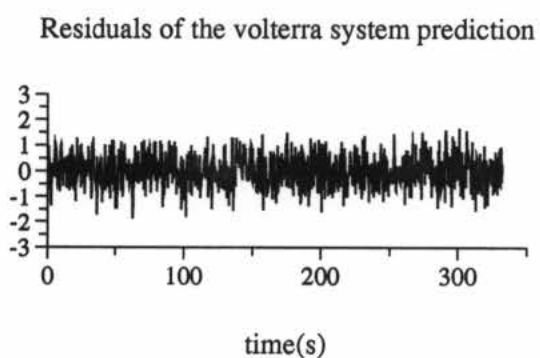
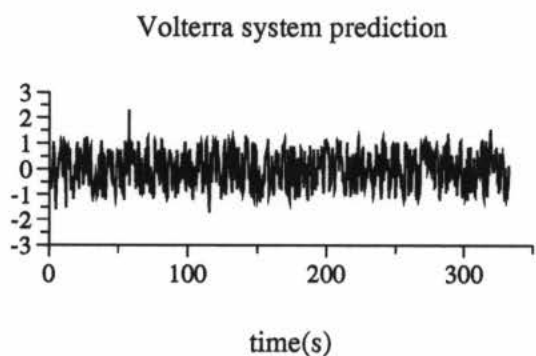
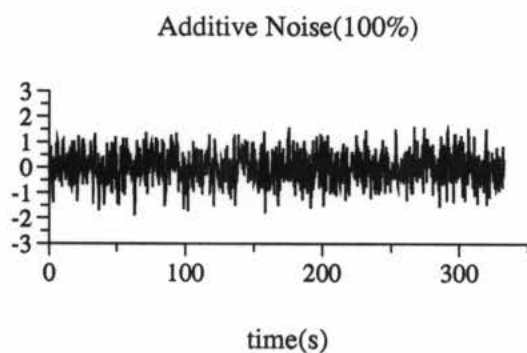
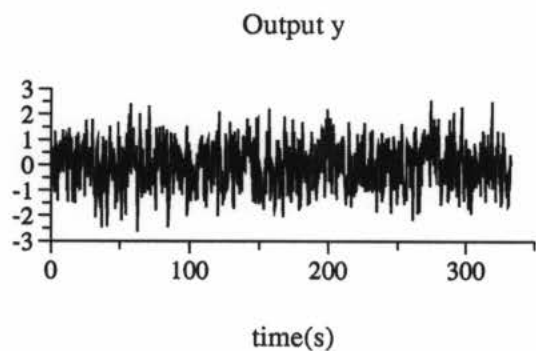
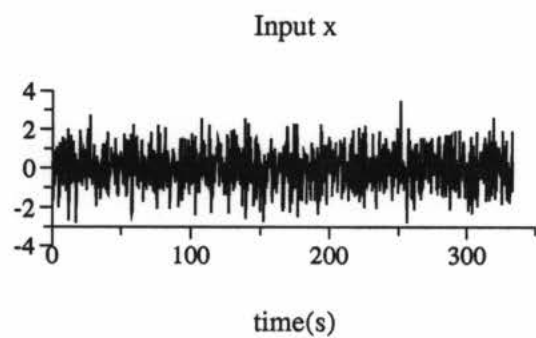


図 3-1 計算機シミュレーション結果 (全項使用：推定用)

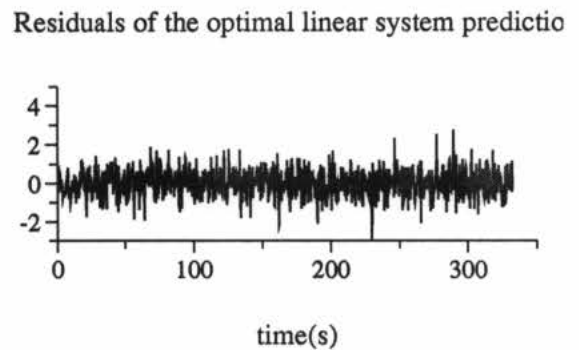
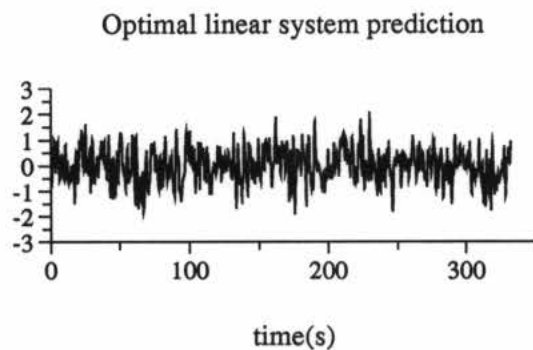
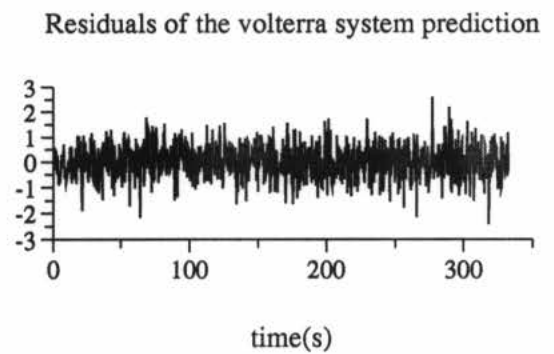
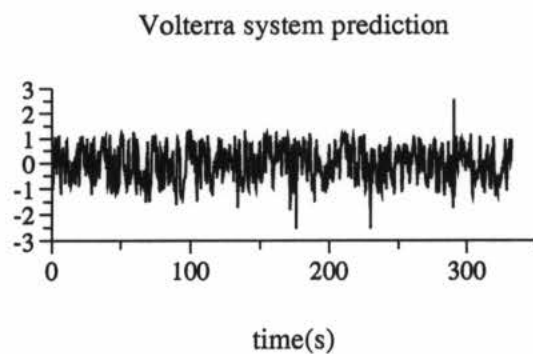
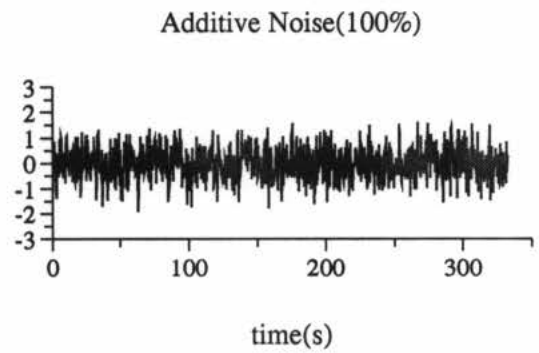
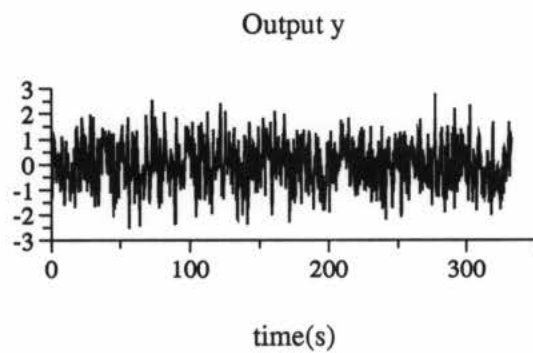
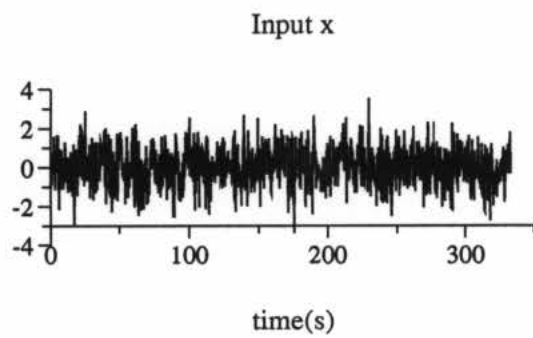


図 3-2 計算機シミュレーション結果 (全項使用：評価用)

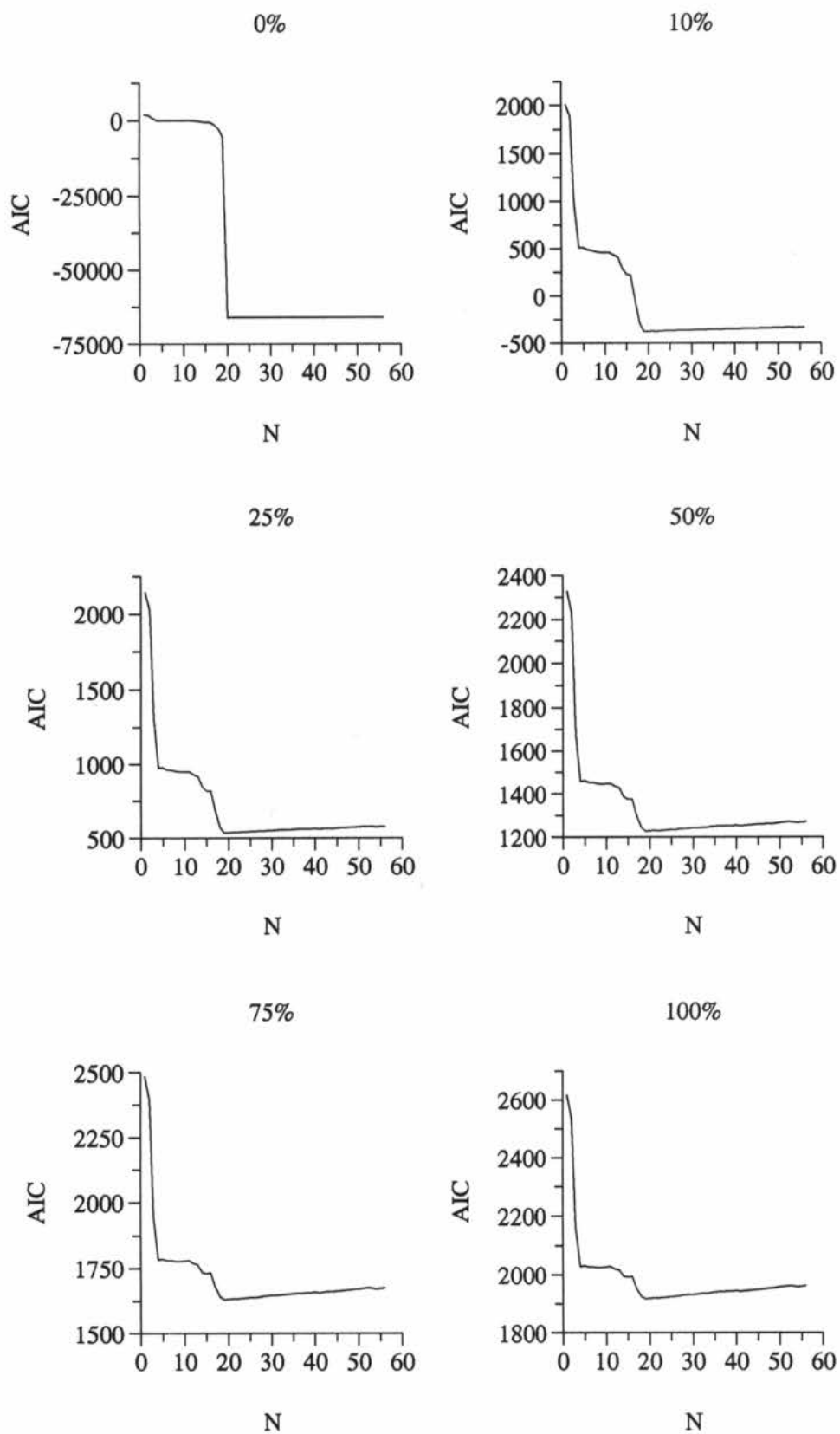


図4 要素項数に対する AIC の値

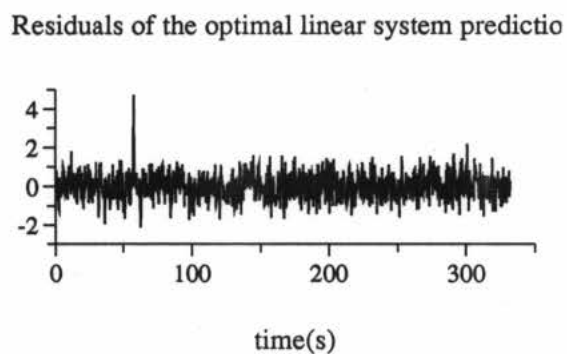
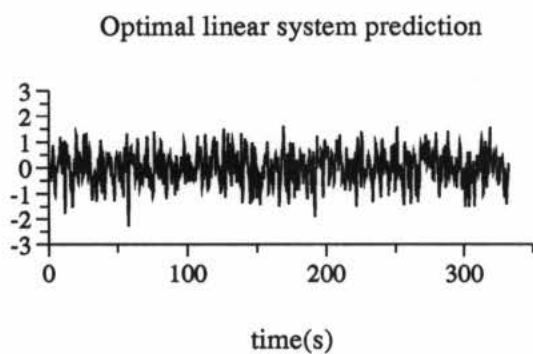
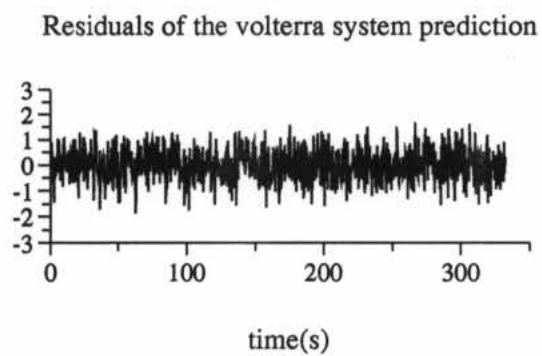
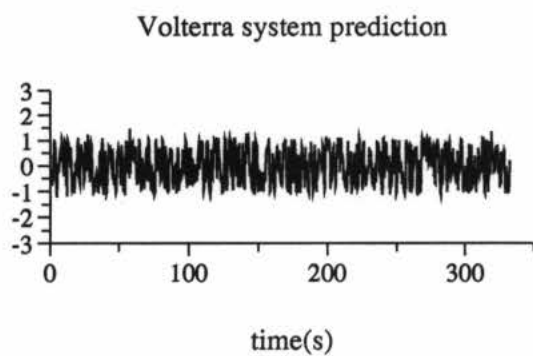
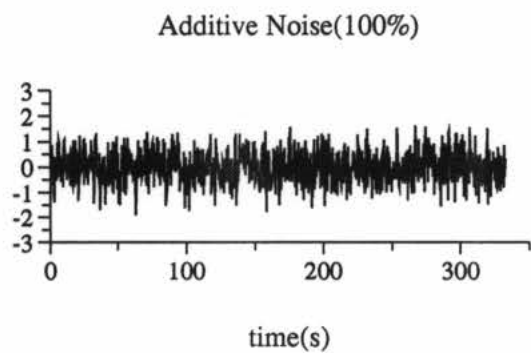
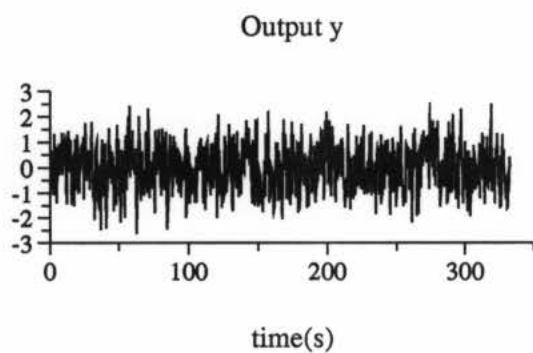
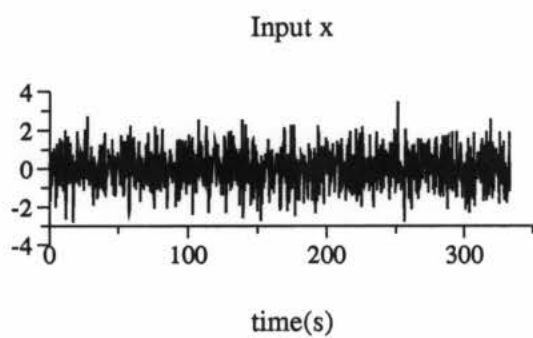


図 5-1 計算機シミュレーション結果 (項数選択：推定用)

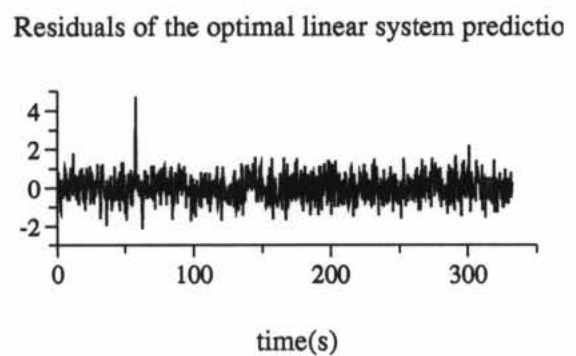
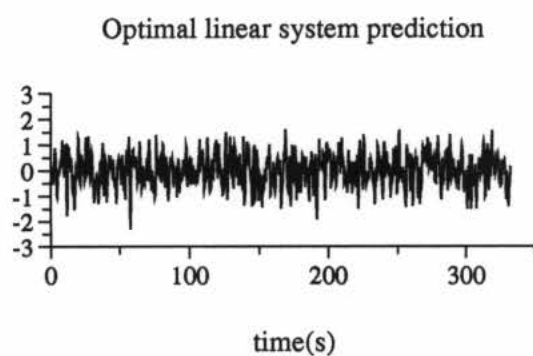
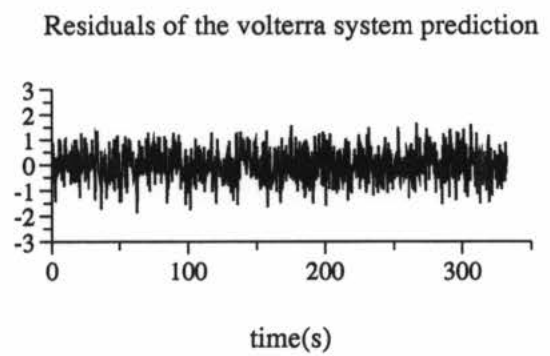
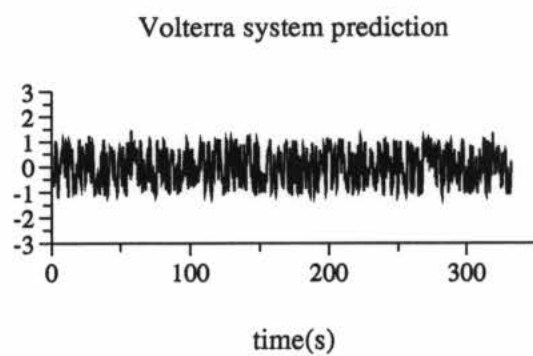
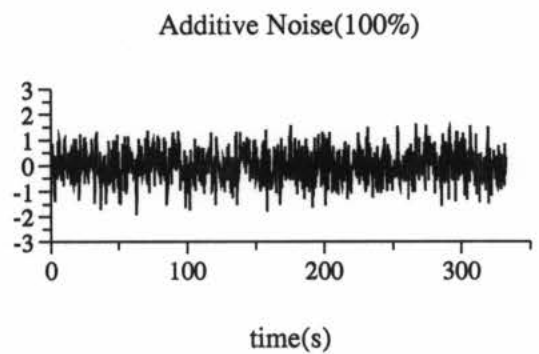
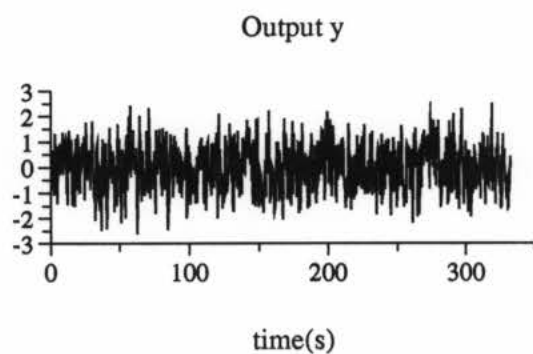
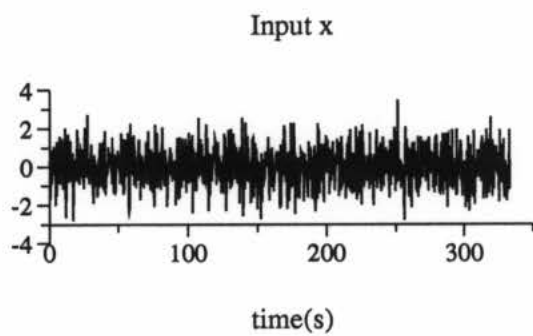


図 5-2 計算機シミュレーション結果 (項数選択: 評価用)

キーワード

非線形システム、システムモデリング、ボルテラ級数、情報量規範、計算機シミュレーション

Summary

System Nonlinearity Index and its Estimation based on Volterra Series

Hirohisa Mizuta, Nozomu Inomata and kazuo Yana

Department of Electronic Informatics, Hosei University

This paper proposes an index named the degree of nonliniarity ($d.n.$) for measuring system nonliniarity. The index is defined using differences in mean squared output prediction errors by the optimal linear system and an optimized nonlinear parametric nonlinear system model. The index is normarized to take values between 0 and 1 depending on how much output variations are linearly predictable. The index is applicable to the system with additive output noise where the conventional coherence function does not work.

Keywords.

Nonlinear System, System Modeling, Volterra Series, AIC, Computer Simulation