

### 相対論的平均場理論を用いた原子核の密度分布と非圧縮率との相関

吉田, 智 / YOSHIDA, Satoshi

---

(出版者 / Publisher)

法政大学計算科学研究センター

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学計算科学研究センター研究報告 / Bulletin of Computational Science Research Center, Hosei University

(巻 / Volume)

11

(開始ページ / Start Page)

33

(終了ページ / End Page)

36

(発行年 / Year)

1998-03-31

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00024807>

# 相対論的平均場理論を用いた原子核の密度分布と非圧縮率との相関

吉田 智  
法政大学第一教養部

重い原子核の中心部の核子密度はほぼ一定である。このことから理論的に原子核内の核子間に作用する核力の性質や原子核の構造、さらには中性子星の構造を研究するために、一様密度で無限大の大きさを持つ核物質と呼ばれるものが用いられる。この核物質の性質を示すものが非圧縮率である。この値は原子核の巨大単極子振動の励起エネルギーから求められる。しかし巨大単極子振動の励起エネルギーの測定は難しいために、現在はまだ良い精度で非圧縮率の値を決定することができない。まして、中性子星のように中性子数と陽子数の比が地球上に安定に存在する原子核の比より遥かに大きい場合には、そのような原子核が実験室内で作られてきてはいるが、励起エネルギーの測定は現在は不可能である。そこで原子核の密度分布から直接非圧縮率が求められないかという発想から、まず試みとして相対論的平均場理論の計算を用いて、非圧縮率と原子核の表面のぼやけとの相関について調べた。

## 1. 目的

重い原子核の中心部にある核子の密度がおよそ  $0.17 \text{ fm}^{-3}$  である領域は一様密度からなる物質とみなすことができ、核物質と呼ばれる。この核物質の状態を半径無限大にまで拡張して理想化したものは、核子間に働く核力の性質など、原子核の基本的性質を研究する上で重要である。また応用として、中性子星の構造などが研究されている。この理想化された核物質の状態を表わす量の1つとして密度に対する非圧縮率がある。これは1核子あたりのエネルギー密度の核子密度に対する曲率として定義され、非圧縮率を  $K_\infty$  として表わすと

$$K_\infty = 9 \left[ \rho \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \left( \frac{\mathcal{E}}{\rho} \right) \right]_{\rho=\rho_0} \quad (1)$$

で定義される。ここで、 $\rho_0$  は核物質中の核子の飽和密度、 $\mathcal{E}$  は核物質のエネルギー密度である。

実験的に非圧縮率の値を求めるためには、まず原子核の巨大単極子振動のエネルギー  $E_{br}$  を求め、他の理論から導出される式 (2) を使い原子核の非圧縮率  $K_A$  を求める。

$$K_A = \frac{M}{\hbar^2} R^2 E_{br}^2 \quad (2)$$

$M$  は核子の質量、 $R$  は原子核の半径である。原子核の非圧縮率  $K_A$  は原子核の質量公式と同様に半経験的に式 (3) のように展開される。

$$K_A = K_v + K_{sf} A^{-1/3} + K_{vs} I^2 + K_c Z^2 A^{-4/3} \quad (3)$$

$A$  は原子核内の核子数、 $Z$  は原子核内の陽子数、そして  $I$  は原子核内の中性子数を  $N$  として  $I = (N - Z)/A$  で与えられる。また式 (3) の第1項から第4項までは、それぞれ体積項、表面項、対称項、そしてクーロン力項である。更に  $K_v$ 、 $K_{sf}$ 、 $K_{vs}$ 、そして  $K_c$  はそれぞれの係

数である。これら4つの係数のうち、体積項の  $K_v$  が核物質の非圧縮率  $K_\infty$  と等価である。そこで、式 (3) の各項の係数をパラメーターとして実験値を再現するようにして  $K_v$  すなわち  $K_\infty$  の値が求められている。

しかし Grenoble, Texas や Oak Ridge で行われた実験からは、 $K_\infty$  がそれぞれ 300, 357, 206 MeV と異なる結果が得られ [1]、また別の実験からは、得られた結果の誤差が非常に大きくなることが指摘された [2]。そのため、パラメーターに何らかの制限を課すために式 (3) 内の係数同士の相関が議論され、核子密度によるエネルギー密度の3階微分が係数に寄与しているということが議論されてきた。また現在でも巨大単極子振動励起エネルギーの測定は、その困難さ故に、 $\beta$  崩壊に対して安定な原子核についてしかなされておらず、中性子星のように中性子数と陽子数の比がはるかに大きい中性子過剰な  $\beta$  崩壊に対して不安定な原子核を用いて、その励起エネルギーを測定し、中性子の割合が非常に高い核物質の非圧縮率を求めることは不可能である。そこで、巨大単極子振動の励起エネルギーよりも比較的簡単に得られる原子核の密度分布から直接非圧縮率が求められないかと考え、まずその試みとして非圧縮率と原子核の表面のぼやけとの相関について考えることにした。

本論文では、原子核の密度分布を得るための計算に相対論的平均場理論を用いた。以後の節では、最初に相対論的平均場理論について述べ、次にこの理論で導出される非圧縮率について述べる。そして最後に非圧縮率と表面のぼやけとの相関について述べる。

## 2. 相対論的平均場理論

ここでは、原子核内の核子の密度分布及び理論による非圧縮率を求めるために用いた相対論的平均場理論について述べる。この理論は、Walecka らによる、核力の強い引力は  $\sigma$  中間子の交換、強い斥力は  $\omega$  中間子の交換によって行われるという相対論的場の理論に基づいて

いる [3]。更に有限な原子核を扱う場合には、原子核内の核力に寄与する中間子を  $\sigma$ ,  $\omega$  と  $\rho$  中間子とし、簡単化のために中間子場を古典的な平均場として扱う。この理論は、これまでの他の理論に対し少ないパラメーターで  $\beta$  崩壊に対して安定な原子核のみならず不安定な原子核の質量、変形度や密度分布をかなり良く再現でき、更にこれまで非相対論的理論では再現できなかった実験値を再現できるなどの点で成功を収め、原子核構造の研究のみならず反応の分野にも応用されている。この成功の理由の1つは、相対論的効果を取り入れたためと考えられている。この理論の有効ラグランジアン  $\mathcal{L}$  は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}_i \left( i\gamma^\mu \partial_\mu - M - g_\sigma \sigma - g_\omega \gamma^\mu \omega_\mu \right. \\ & \left. - g_\rho \gamma^\mu \vec{\tau} \vec{b}_\mu - e\gamma^\mu \frac{1-\tau_3}{2} A_\mu \right) \psi_i \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma)^2 - m_\sigma^2 \sigma^2 - U(\sigma) \\ & + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{b}_\mu \vec{b}^\mu \\ & - \frac{1}{4} \vec{G}_{\mu\nu} \vec{G}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} H_{\mu\nu} H^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (4)$$

で表わされる。ここで  $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu$ ,  $\vec{G}_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \vec{b}_\nu - \partial_\nu \vec{b}_\mu - g_\rho (\vec{b}_\mu \times \vec{b}_\nu)$ , そして  $H_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  であり、式 (4) 内の  $\psi$  は1核子スピノール、 $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $b$  と  $A$  はそれぞれ  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  中間子場と光子場である。また  $U(\sigma)$  は  $\sigma$  中間子場の非線形項であり

$$U(\sigma) = \frac{1}{3} g_1 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_2 \sigma^4 \quad (5)$$

として与えられる [4]。  $M$ ,  $m_\sigma$ ,  $m_\omega$  と  $m_\rho$  はそれぞれ核子、 $\sigma$ ,  $\omega$  と  $\rho$  中間子の質量、 $g_\sigma$ ,  $g_\omega$ ,  $g_\rho$ ,  $e$  はそれぞれ核子と  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  中間子及び光子との結合定数を意味する。  $g_1$  と  $g_2$  は結合定数に相当するパラメーターである。式 (4) を変分することにより核子に対しては Dirac 方程式 (式 (6))、

$$\left\{ -i\alpha \nabla + \beta (M(\vec{r}) + g_\sigma \sigma(\vec{r})) + g_\omega \omega(\vec{r}) + g_\rho \tau_3 b(\vec{r}) \right. \\ \left. + e \frac{1-\tau_3}{2} A(\vec{r}) \right\} \psi_i(\vec{r}) = \varepsilon_i \psi_i(\vec{r}) \quad (6)$$

中間子場に対しては Klein - Gordon 方程式が (式 (7)) が導出される。

$$\begin{aligned} (-\Delta + m_\sigma^2)\sigma(\vec{r}) &= -g_\sigma \rho_s(\vec{r}) - g_1 \sigma^2(\vec{r}) - g_2 \sigma^3(\vec{r}) \\ (-\Delta + m_\omega^2)\omega(\vec{r}) &= g_\omega \rho_v(\vec{r}) \\ (-\Delta + m_\rho^2)b(\vec{r}) &= g_\rho \rho_3(\vec{r}) \\ -\Delta A(\vec{r}) &= e \rho_p(\vec{r}) \end{aligned} \quad (7)$$

$\varepsilon$  は  $i$  で番号付けられた核子の持つエネルギーを表わす。但し、式 (6), (7) は、本来の Dirac, Klein - Gordon 方程式に対して時間反転不変性及び荷電保存則を考慮して得られた式である。  $\rho_s$ ,  $\rho_v$ ,  $\rho_3$  と  $\rho_p$  はそれぞれスカラー密度、ベクター密度、中性子密度と陽子密度の差と陽子密度を表している。例えばベクター密度は以下のように定義される。

$$\rho_v(\vec{r}) = \sum_{i=1}^A \psi_i^\dagger(\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) \quad (8)$$

ベクター密度が原子核内の核子の密度、すなわち陽子密度と中性子密度の和に対応している。これらの方程式に加えて、原子核内の核子間の相互作用を考える場合には、核子間の対相関の効果を取り入れる必要があるために核子対について用いられる BCS 理論の Gap 方程式が存在する。相対論的平均場理論では、核子と中間子の質量及び結合定数 (光子を除く) は、パラメーターとして使用される。これらのパラメーターは質量と中性子と陽子の半径が測定されている7つの原子核について、質量と半径を再現するように決められている。ただ核子と中間子の質量と結合定数は  $\sigma$  中間子を除いて実験によって測定されており、これらの値からあまり大きくずらすことはできない。

実際の計算方法をまとめると次のようになる。まず最初に、核子に作用するポテンシャルを仮定して Dirac 方程式を解き、核子のスピノールとそのエネルギーを求める。次に、得られたエネルギーから BCS 理論の Gap 方程式を解いて、そこで得られた核子の1粒子準位に対する占有率を使用して先に述べた密度分布を求め、Klein - Gordon 方程式を解いて中間子場を求める。そして得られた中間子場を用いて再び Dirac 方程式を解くという自己無撞着な計算が行われる。

図1は、計算結果の例として  $^{120}\text{Sn}$  の荷電密度分布の計算結果と実験値との比較を示している。 $^{120}\text{Sn}$  は Sn 同位体の中で地球でもっとも存在比が高い原子核である。横軸は中心からの距離、縦軸は荷電密度を表わしている。

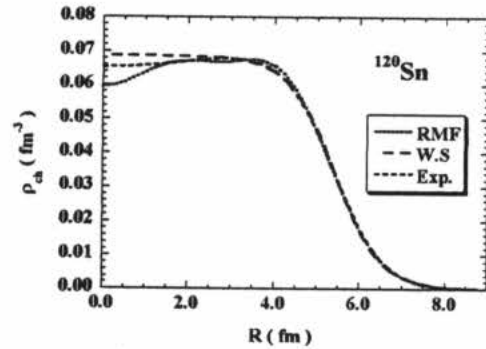


図1.  $^{120}\text{Sn}$  の荷電密度分布

図中において RMF で示される実線が相対論的平均場近似による計算結果で、Exp. で示される点線が実験値である。計算結果は、かなり良く実験値を再現していることがわかる。

### 3. 相対論的平均場近似による非圧縮率

次に相対論的平均場近似を用いて理論的に得られる核物質の非圧縮率について述べる。核物質は、密度一定でかつ無限系ということ仮定しているの、前節で示した Klein - Gordon 方程式において空間部分の寄与はなくなる。これらを考慮すると、非圧縮率の定義式 (式 (1)) に示されているエネルギー密度  $\mathcal{E}$  は、

$$\mathcal{E} = \frac{2}{(2\pi)^3} \left[ \int_0^{k_{Fp}} + \int_0^{k_{Fn}} (k^2 + M^2)^{\frac{1}{2}} d^3k \right]$$

$$\begin{aligned}
& + g_{\omega\omega}\rho_B - \frac{1}{2} m_{\omega}^2 \omega_0^2 + U(\sigma_0) + \frac{1}{2} m_{\sigma}^2 \sigma_0^2 \\
& + g_{\rho} b_0 \rho_3 - \frac{1}{2} m_{\rho}^2 b_0^2
\end{aligned} \tag{9}$$

で与えられ、 $\sigma_0$ 、 $\omega_0$ 、 $b_0$  で表わされた中間子場は次の式を満たしている。

$$\begin{aligned}
(m_{\sigma}^2 + g_1 \sigma_0 + g_2 \sigma_0^2) \sigma_0 &= -g_{\sigma} \rho_s \\
m_{\omega}^2 \omega_0 &= g_{\omega} \rho_B \\
m_{\rho}^2 b_0 &= g_{\rho} \rho_3
\end{aligned} \tag{10}$$

$M^* \equiv M + g_{\sigma} \sigma_0$  である。また  $k_{F_n(p)}$  は中性子 (陽子) の Fermi エネルギーである。ここでは簡単化のためにクーロン力の寄与は除いた。

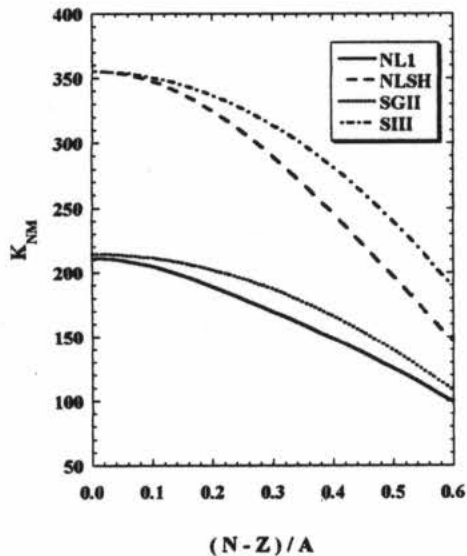


図 2.  $K_{\infty}$  の変化

中性子数と陽子数の比を変えていった場合の  $K_{\infty}$  の値の変化についての計算結果を図 2 に示す。横軸は中性子数と陽子数の差をその合計で割ったものである。また縦軸は非圧縮率であり、単位は MeV で表わされる。図中の実線 (NL1 [5]) と破線 (NLSH [6]) で示されたのが相対論的平均場近似による結果、点線 (SGII) と一点破線 (SIII) で示されたのが非相対論的 Skyrme Hartree Fock という他の模型による結果である。

#### 4. 非圧縮率と表面のぼやけとの相関

最後に、この節では非圧縮率と表面のぼやけとの相関について述べることにする。表面のぼやけは、中心からの距離が  $r$  のときの原子核の密度分布  $\rho(r)$  を Fermi 型の関数

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R)/a}} \tag{11}$$

でおいたときの  $a$  で定義される。  $R$  は原子核の半径、 $\rho_0$  は原子核中心の核子密度である。  $a$  は、 $a$ 、 $\rho$  と  $R$  をパラメーターとして密度分布にフィットさせることによって求められる。ただこのとき核子数保存が条件となる。

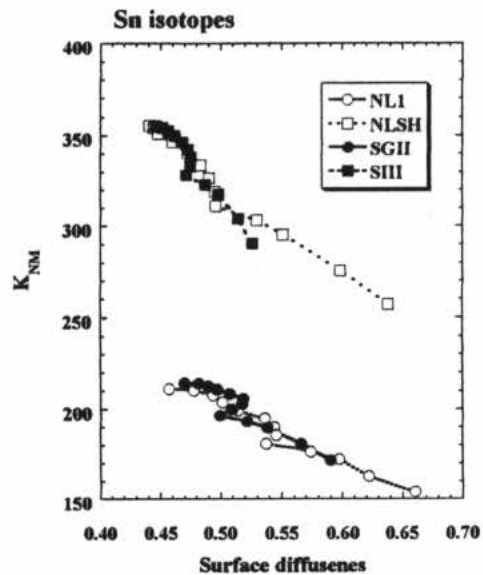


図 3. 非圧縮率と表面のぼやけとの相関

実際の計算は Sn の同位体について行った。特に核子数が 100 から 160 まで同位体について計算を行い、非圧縮率と表面のぼやけとの相関を調べた。この場合の  $(N-Z)/A$  の値は 0 から 0.375 までになる。その結果を図 3 に示す。横軸は表面のぼやけで単位は fm である。また縦軸は非圧縮率である。白丸、白四角が相対論的平均場近似の結果であり、黒丸、黒四角が非相対論的 Skyrme Hartree Fock 計算の結果である。この図が示すように非圧縮率と表面のぼやけに相関があることが確かめられた。

#### 5. まとめ

相対論的平均場理論を用いて核物質の非圧縮率と Sn 同位体の原子核の密度分布を計算し、非圧縮率と密度分布から得られる原子核表面のぼやけとの相関を調べた。その結果、両者の間に相関があることを確認した。現在は更に解析的に相関についての関係式の導出も行っているところである。

今後は表面のぼやけの他に、ここでは示さなかった原子核中心での密度を用いて、それぞれの相関を利用して、実験値から非圧縮率の決定を行う予定である。

#### 参考文献

- [1] J. Treiner, H. Krivine, O. Bohigas, and J. Martorell, Nucl. Phys. A371, 253 (1981).
- [2] J.M. Pearson, Phys. Lett. 271B, 12 (1991).
- [3] J.D. Walecka, Ann. Phys. 83, 469 (1974).
- [4] J. Boguta and R. Bodmer, Nucl. Phys. A292, 413 (1977).
- [5] P.G. Reinhard, M. Rufa, J. Maruhn, W. Greiner, and J. Friedrich, Z. Phys. A323, 13 (1986).
- [6] M.M. Sharma, M.A. Nagarajan, and P. Ring, Phys. Lett. 312B, 377 (1993).

キーワード.

相対論的平均場理論、核物質、表面のぼやけ、非圧縮率

.....

Summary.

**Correlation between nuclear densities and incompressibility  
in relativistic mean field theory**

Satoshi Yosida  
Faculty of General Education, Hosei University

The structure of nuclear matter have been studied theoretically in order to study the nuclear force which interacts between nucleons and the structure of nucleus and so on. The nuclear matter is in the infinite system and the density of it is constant. The reason why we use nuclear matter is that the nuclear density is constant in the center of heavy nucleus, and the structure of nuclear matter seems to be close to that of neutron star. We use the incompressibility to describe the state of nuclear matter. The value of incompressibility is determined by the energy of giant monopole resonance (GMR) of nucleus. However the value has not been determined accurately yet because it is difficult to measure the energy of GMR. Furthermore it is impossible to measure the energy of GMR of unstable nucleus of which the ratio between neutron number and proton number is larger than that of stable nucleus, such as neutron star. Therefore I start to study the relation between incompressibility and nuclear surface diffuseness in relativistic mean field theory as trial to look for another way to determine the value of incompressibility experimentally.

Keywords.

Relativistic mean field theory, nuclear matter, surface diffuseness, incompressibility