# モンテカルロ計算を用いたSPECT用コリメータの設計

尾川, 浩一 / OGAWA, Koichi / 山田, 恒平 / YAMADA, Kouhei

(出版者 / Publisher)
法政大学計算センター
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
Bulletin of Computer Center, Hosei University / 法政大学計算センター研究報告
(巻 / Volume)
8
(開始ページ / Start Page)
97
(終了ページ / End Page)
107
(発行年 / Year)
1995-03-31
(URL)
https://doi.org/10.15002/00024703

# モンテカルロ計算を用いたSPECT用コリメータの設計

山田 恒平
法政大学工学部 †
尾川 浩一
法政大学工学部 †

SPECT画像における空間解像度の低下やコントラストに影響を及ぼす要因の一つに収集データに混入する散乱線の問題がある。本研究では、SPECT装置のコリメータ部分における散乱線の定量的な評価をモンテカルロシミュレーションによって行なった。対象としたコリメータは平行多孔型のモデルを用い、隔壁（セプタ）の厚さ、孔の大きさ、核種等を変えた幾つかのモデルについてシミュレーションを行なった。

## 1. はじめに

SPECT ( Single Photon Emission CT ) とは体内に投与された放射性同位元素から放射した $\gamma$ 線をシンチレーション検出器を用いて被検体の周囲360°方向から測定し、その多数の情報からコンピュータによって断層面の画像再構成を行なうものである。被検体中に置かれた線源から放射される光子は被検体及び検出器においてその構成物質中の原子と相互作用を起こす。そして、その相互作用の中でも特にコンプトン散乱を起こした光子は進行方向が変化し、この光子はSPECT画像の定量性を失わせる原因となっている。この様な光子を除去するためにコリメータと呼ばれる装置が、検出器に対して様々な方向から飛来する光子の入射角度をある一定の角度に揃えるために検出器の前面に取り付けられている。コリメータの形状は格子状で、孔の部分と鉛でできた隔壁(セプタ)で構成されている。検出器に対して入射してきた光子がセプタと衝突するとそこで相互作用を起こし散乱線が生じる。本研究ではこのコリメータ部分における散乱線の定量的な評価をモンテカルロシミュレーションによって行なうことをその目的としている。モンテカルロ法とは乱数を用いた技法の総称であり、乱数を何度も繰り返して用いて得られた多数の結果の中から普遍性のある共通因子を求めるという方法である。シミュレーションを行なっていく上で、線源からの光子の放射角度、相互作用の種類、光子の行路長等の決定等に乱数が用いられる。

† 〒184 東京都小金井市梶野町3－7－2

## 2. モンテカルロシミュレーション

### 2.1. 光子の相互作用

#### 2.1.1. 干渉性散乱

光子のエネルギーが電子の静止エネルギーに比べてずっと小さい場合に、その散乱においては光子の方向が変わるだけで光子のエネルギーにはほとんど変化がない、つまり光子から物質へのエネルギーの見かけ上の移動はおこらない。このような散乱のことを干渉性散乱またはトムソン散乱という。光子の進行経路上に置かれた原子内部の電子は、光子が電磁波であるがために振動を始める。電子を振動させるにはそれなりのエネルギーがいるから、光子のエネルギーはそれだけ消費される。つまり光子のエネルギーは一時振動する電子の方に移る。ところが電子は電荷を持っており、これが振動することによって方向は一致しないがその振動数は始めの光子のものと一致する電磁波を放射する。そして電磁波にエネルギーを与えた電子はエネルギーを失い、振動をやめてしまう。結局、始めと終りだけに着目すれば電子に当たった光子がほんのわずかだけその進行方向を変えただけという結果になる。

#### 2.1.2. 光電効果

X線や $\gamma$ 線は電磁波であるので物質に入射するとその進行経路に置かれた原子内部には激しく振動する電磁界が働く。そしてその原子に付属する電子はその電磁界によって強くゆすぶられ、電子が電磁波から得たエネルギーがその電子に対する原子の結合エネルギー $\Phi$ よりも大きい場合にその電子は原子の外に飛び出してしまい、光子はそのエネルギーを全て失って消滅してしまう。このような現象のこと

を光電効果という。放出された電子は光電子と呼ばれ、その電子の運動エネルギーは光子の光量子エネルギーを $h\nu$ とすれば

$$E = h\nu - \Phi \tag{1}$$

で与えられる。この式からわかるように光電効果は光子の量子エネルギー $\Phi$ よりも小さい場合には起こらず、光電効果を起こす確率は原子核との結び付きの強い電子ほど大きく、K 殻電子と L 殻電子によってほとんど起こる。

### 2.1.3. コンプトン散乱

電子に光子が衝突し散乱つまり光子の進行方向が変わる現象をコンプトン散乱という。エネルギー $h\nu$ の光子は衝突により電子にそのエネルギーの一部を与え、入射方向とは違う方向に振動数 $\nu'$ となり散乱される。エネルギーを受けた電子は角度 $\phi$ の方向に反跳する、この電子を反跳電子という。モンテカルロシミュレーションにおいては光子がコンプトン散乱を起こした場合にその後の追跡を行なっていくうえで散乱角を知っておく必要がある。この散乱角 $\Theta$ は以下に示すコンプトンシフトの式で求める事ができる。

$$\Delta\lambda(\lambda' - \lambda) = \frac{h}{m_o c}(1 - \cos\Theta) \tag{2}$$

しかし、上記の式において散乱後の波長 $\lambda'$ が求められないと散乱角 $\Theta$ は求められない。散乱後の波長 $\lambda'$ は Klein-Nishina の式より Kahn の方法を用いる事によって求められる。Klein-Nishina の公式は次式で表される。

$$d\sigma = \left(\frac{r_0^2}{2}\right)\left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^2\left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - 1 + \cos^2\Theta\right)d\Omega \tag{3}$$

ここで $r_0$ は古典電子半径である。これは波長 $\lambda$ 光子の非偏向入射ビームが立体角 $d\Omega$ に波長 $\lambda'$ で散乱されるように自由電子に入射する確率を示している。ここで Kahn の方式を用いて、まず散乱後の波長が $\lambda'$ と $\lambda' + d\lambda'$ の範囲になるような確率を与える式に変換していく。

$$\frac{d\sigma}{d\lambda'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)\left(\frac{d\Omega}{d\lambda'}\right) \tag{4}$$

コンプトンシフトの式より

$$\cos\Theta = 1 - \left(m_o \frac{c}{h}\right)(\lambda' - \lambda) \tag{5}$$

$$d\lambda' = \left(\frac{h}{m_o c}\right)\sin\Theta d\Theta \tag{6}$$

上記の 3 つの式より、

$$d\sigma = \pi r_0^2\left(\frac{m_0 c}{h}\right)\left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^2 \left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - 1 + \left(1 - \frac{m_0 c}{h}\lambda' + \frac{m_0 c}{h}\lambda\right)^2\right) \tag{7}$$

ここで $d\Omega = 2\pi\sin\Theta d\Theta$ である。$h \equiv 1, m_0 \equiv 1, c \equiv 1, r \equiv \frac{\lambda'}{\lambda}$ と定義すると、条件付き確率密度 $p(r \mid \lambda)$ は次式に比例している。

$$\left(\frac{1}{r^2}\right)[\frac{1}{r} + r - 1 + (1 - \lambda r + \lambda)^2] \tag{8}$$

よって $p(r \mid \lambda)$ は次の様に表すことが出来る。

$$\begin{aligned} p(r \mid \lambda) \quad \propto \quad & \left(\frac{\lambda+2}{9\lambda+2}\right)g_1(r)h_1(r) \\ & + \left(\frac{8\lambda}{9\lambda+2}\right)g_2(r)h_2(r) \end{aligned} \tag{9}$$

ここで

$$g_1 \equiv \frac{\lambda}{2},\ h_1 \equiv 4\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r^2}\right)$$

$$g_2 \equiv \frac{\lambda+2}{2r^2},\ h_2 \equiv \left((1 - \lambda r + \lambda)^2 + \frac{1}{r}\right)/2$$

$g_1$ と $g_2$ はそれら自身が確率密度である。

$$\int_1^{1+\frac{2}{\lambda}} g_1(r)dr = \int_1^{1+\frac{2}{\lambda}} g_2(r)dr = 1 \tag{10}$$

ここまでが式の変形であり、ここから乱数を用いて散乱前と散乱後の波長の比を求める。波長の比は $\rho$ とする。

1. 乱数 $r_1$ を発生させて、$r_1 \le (\lambda + 2)(9\lambda + 2)$ ならば track1($g_1 h_1$-track)、そうでなければ track2($g_2 h_2$)。

2. 乱数 $r_2$ を発生させて $\rho$ を決定する。1 で $track1$ だったなら

$$\rho = 1 + \left(\frac{2}{\lambda}\right)r_2 \tag{11}$$

track2 ならば

$$\rho = \frac{\lambda+2}{\lambda + 2(1 - r_2)} \tag{12}$$

3. 2で得られた数値が採用されるか、却下されるかの検定を乱数 $r_3$ を発生させて行なう。

track1 の場合

$$r_3 \leq 4\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho^2}\right) \tag{13}$$

track2 の場合

$$r_3 \leq \left(\frac{1}{2}\right)\left((\lambda - \rho\lambda + 1)^2 + \frac{1}{\rho}\right) \tag{14}$$

どちらの場合も上の条件を満たすと $\lambda' = \rho\lambda$ により散乱後の波長を求めることができる。

## 2.2. 座標変換

コンプトン散乱を起こしコンプトンシフトによって求められる散乱角 $\Theta$ は線源を原点とする絶対座標系に対する角度ではなく光子の進行方向に対する角度である。そこでそれを絶対座標系に対する角度に変換する必要がある。今、光子が線源から放射され $P_0$ 点においてコンプトン散乱を起こしコンプトンシフトによる散乱角 $\Theta$ 及び乱数より求められる $\Phi$ の角度に散乱して、平均自由行程によって $P_1$ 点まで進んだと考え、これを例としてその手順を説明する。まず、$P_0$ 点に絶対座標系を平行移動させこれを座標系 $P_{a1}$ とし、$P_1$ 点の座標 $(X_1, Y_1, Z_1)$ を座標系 $P_{a1}$ から見た座標に変換するため回転行列をかける。

$y_1$ 軸を中心に $\theta_0$ 回転させる行列 $R(\theta_0)$ は、

$$R(\theta_0) = \begin{pmatrix} \cos\theta_0 & 0 & \sin\theta_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_0 & 0 & \cos\theta_0 \end{pmatrix} \tag{15}$$

$z_{p1}$ 軸を中心に $\phi_0$ 回転させる行列 $R(\phi_0)$ は、

$$R(\phi_0) = \begin{pmatrix} \cos\phi_0 & -\sin\phi_0 & 0 \\ \sin\phi_0 & \cos\phi_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{16}$$

よって、その変換は次式によって表される。

$$\begin{pmatrix} x_{a1} \\ y_{a1} \\ z_{a1} \end{pmatrix} = R(\phi_0)R(\theta_0)\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} \tag{17}$$

また座標 $P_1$ は $\theta_{n+1}, \phi_{n+1}$ を用いて次のように表すことが出来る。

$$\begin{pmatrix} x_{a1} \\ y_{a1} \\ z_{a1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l\sin\theta_1\cos\phi_1 \\ l\sin\theta_1\sin\phi_1 \\ l\cos\theta_1 \end{pmatrix} \tag{18}$$

ここで、$\theta_1, \phi_1$ は $\theta_0, \phi_0$ と $\Theta$ と $\Phi$ から表すことが出来る。

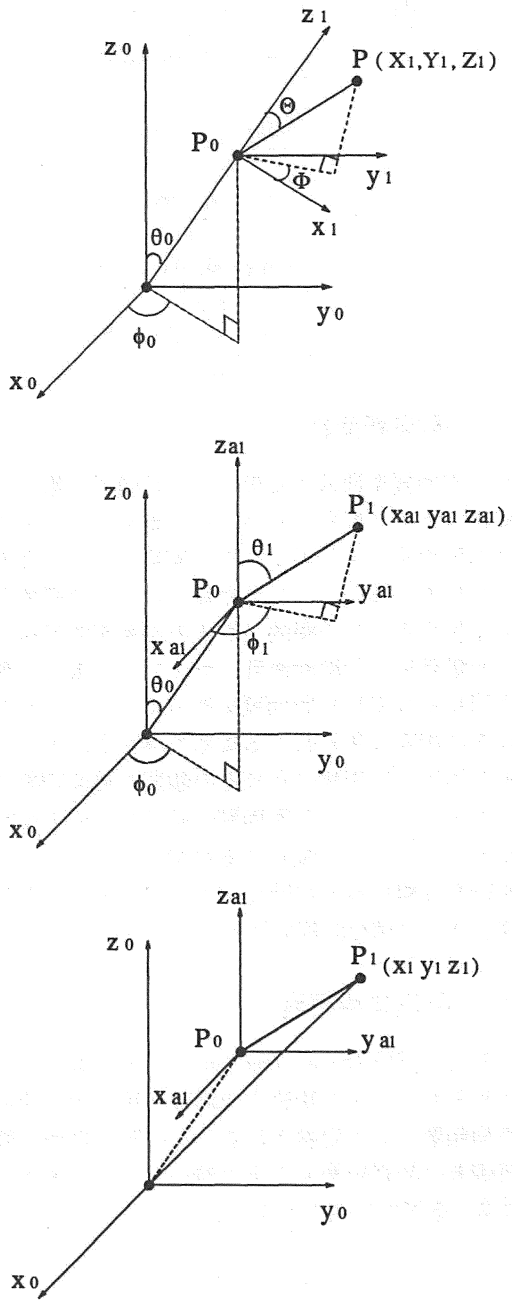


Fig. 1 座標変換

$$\cos\theta_1 = \cos\theta_0\cos\Theta - \sin\theta_0\sin\Theta\cos\Phi \tag{19}$$

$$\sin\theta_1 = \sqrt{1 - \cos^2\theta_1} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \cos\phi_1 &= \frac{\cos\phi_0\cos\theta_0\sin\Theta\cos\Phi}{\sin\theta_1} \\ &\quad + \frac{\cos\phi_0\sin\theta_0\cos\Phi}{\sin\theta_1} \\ &\quad - \frac{\sin\phi_0\sin\Theta\sin\Phi}{\sin\theta_1} \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} \sin\phi_1 &= \frac{\sin\phi_0\cos\theta_0\sin\Theta\cos\Phi}{\sin\theta_1} \\ &\quad + \frac{\sin\phi_0\sin\theta_0\cos\Phi}{\sin\theta_1} \\ &\quad + \frac{\cos\phi_0\sin\Theta\sin\Phi}{\sin\theta_1} \end{aligned} \tag{22}$$

## 2.3. 衝突断面積

光子が物質を通過する際、光子は原子や電子に十分接近しなければならない。いいかえると原子や電子の作用効果は光子がこれらに衝突したり、通過しなければならないし、原子や電子は一定の標的となる面を呈する。その標的となるのが衝突断面積である。光電効果、干渉性散乱、コンプトン散乱の各相互作用はそれぞれに断面積を持っており、それらの値はその相互作用が起こる確率を与える。そして、各相互作用の断面積の和はその物質の減衰定数である $\mu$ を表している。各断面積の値は光子のその時のエネルギーに応じて変化するので、シミュレーションを行なう際にはその時のエネルギーに応じた各断面積及び $\mu$ の値の計算を行なう。

## 2.4. 平均自由行程

平均自由行程 (mean free path) とは、線源から放射された光子がその物質中で相互作用をする前に進む平均距離として定義される。この平均自由行程は物質固有の減衰定数 $\mu$ とその時の光子のエネルギーを考慮し数学的に以下の式で表される。

$$x = -\frac{1}{\mu}\log r \tag{23}$$

ここで、$r$ は乱数である。

## 3. コリメータにおける光子の輸送

本研究でその対象としているコリメータの形状は格子状であり、空気である孔の領域と鉛であるセプタの領域から構成されている。光子はセプタの領域のみで相互作用を起こす事が考えられる。よってコリメータにおける光子の動きとしては、(1) セプタと接触せずに検出される光子、(2) セプタにおいて散乱して検出される光子、(3) セプタをつき抜けて検出される光子の以上の 3 つが考慮される。空気中において光子は減衰しないので、(1) の場合はプライマリー光子として検出されることになるが、(2)、(3) の場合はセプタと衝突したことによって相互作用を起こし、エネルギーと進行方向が入射してきた時と変化して検出される事が考えられる。そこでセプタと衝突した時点から検出あるいは光電効果によって消滅するまでを常に追跡していかなければならない。しかし、Fig. 2 に示す様にコリメータは 3 次元のモデルであり、しかも光子がコリメータを移動中に孔の部分を横切った場合には、空気中において光子は減衰しない事からその分だけ光子を先に進めなければならない等、非常に計算が厄介になる。コリメータに対して Fig. 2 に示す様に座標系を設定しているので、光子がセプタと衝突するかどうかということは光子の y 軸方向及び z 軸方向の動きに依存している。よって本アルゴリズムでは 3 次元での光子の座標を、一時 Y-Z 平面の 2 次元の座標に変換し、2 次元平面のコリメータにおいて平均自由行程の y 方向成分だけ光子を移動させてから再び 3 次元の座標に変換して光子の追跡を行なった。

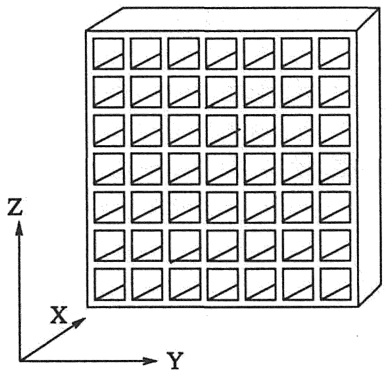


Fig. 2 コリメータと座標系

以下に本アルゴリズムの全体の流れを示す。(エリア別のアルゴリズムを示は別途)

1. シミュレーション開始。
2. シミュレーションを行なう上で必要な初期設定 ( 発生光子数、光子の初期座標、エネルギー、放射角度等) を行なう。
3. コリメータの表面及び検出面での光子が入る孔の位置を計算する。
4. 3 で求めたそれぞれの孔の番号を比較し、同じであればセプタと接触せずに検出されたとして → 8。同じ孔でなければセプタと接触したことになるので → 5。

5. ペネトレーション計算を行なう。(別に示す。)

6. ペネトレーション計算によって移動させた光子の座標が検出器に入ったかどうかの判定を行なう。入っていれば→ 8、入っていなければ→ 7。

7. 設定した検出器の領域の中に光子が入っているかの判定を行なう。入っていれば→ 9、入ってなければ→ 12。

8. 検出器に入った時の光子のエネルギー、コリメータでの検出位置、散乱回数を記録する。

9. 光子が起こす相互作用をその時のエネルギーから各相互作用の断面積を求め、乱数を用いてどの相互作用かを決定する。干渉性散乱→ 5、コンプトン散乱→ 10、光電効果→ 12。

10. コンプトンシフト、カーンの方法を用いて散乱角 $\theta, \phi$ を求め、座標変換によって設定した座標系の角度に変換し、散乱によるエネルギーの減少を計算する。

11. 10 において求められた光子のエネルギーがカットオフエネルギー以上かどうか判定し、以上であれば→ 5、以下であれば→ 12。

12. 発生光子のカウントをインクリメントし、設定した発生光子数だけ光子が出たならば→ 13、発生していなければ→ 2。

13. シミュレーション終了。

## 3.1. ペネトレーション光子の計算

YZ 平面での光子の輸送は、光子の動きを幾つかにパターン化してそれぞれのパターンにあったアルゴリズムを適用していく。そこでまず Fig. 3 左に示す様にコリメータをセプタの縦の領域 (area A)、セプタの横の領域 (area B)、縦と横が交わる領域 (area C) の各領域に分ける。そしてこれらの領域を一つにまとめたものを block とし、コリメータを block の集合体として考える。そしてエリア単位での光子の輸送を行なう。ここではまずペネトレーション計算の必要性とペネトレーション計算全体の流れを示す。

YZ 平面での光子の輸送は、平均自由行程 $l$ の y 方向成分 $l_y$ を求め、その $l_y$ 分だけ y 座標を移動させる。そしてその時の y 座標から x、z 座標を求め 3 次元の座標に変換する。Fig. 4 に示す様に P 点にある光子が移動した場合にはまず P と P1 を結ぶ直線がセプタと孔の境界とぶつかるまでの距離の y 方向

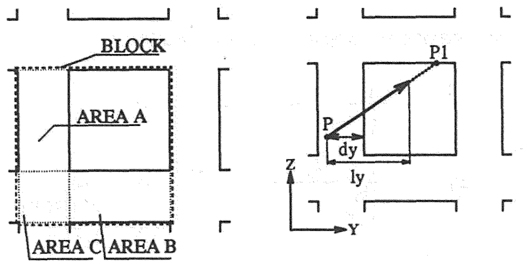


Fig. 3 左:YZ 平面でのコリメータ、右: 光子の輸送

成分 $d_y$ を求める。そして $l_y$ と $d_y$ を比較し、$l_y < d_y$ であれば光子はそのセプタの中に留まることになり、$l_y \leq d_y$ であれば孔を横切る事になるので、$l_y = l_y - d_y$ として光子を P1 まで移動させる。以下の各小節に示す area 別のペネトレーション計算はどれも、その area から光子が出る場合は次の area との境界まで移動させ、$l_y < d_y$ となるまで再帰的に area 別の計算を繰り返していく。

1. ペネトレーション計算開始。

2. 平均自由行程 l から y 方向成分 $l_y$ を算出。

3. 光子が属する area に対応する area 別アルゴリズムを適用する。

4. 光子が $l_y$ だけ移動したかどうか判定を行ない、移動していなければ→ 3。移動していれば→ 5。

5. ペネトレーション計算終了。

### 3.1.1. エリア A におけるペネトレーションアルゴリズム

これはセプタの縦の領域である。いま光子がエリア A に含まれているとすると、そこから光子が出る方向を考える。簡単に見ると辺 ab 又は辺 bc のどちらかと横切るということに大別でき、図の 1 〜 4 のどれかに属すると考えられる。

基本的な考えは、光子の 2 次元平面状での軌跡と yr_septa 及び yr_septa+H との交点の z 座標を求め、それと zt_septa とを比較していく。以下にその手順を示す。

1. areaA におけるペネトレーション計算開始。(光子の現在の座標を P($y_{now}, z_{now}$)、移動先の座標を P1($y_{next}, z_{next}$)、平均自由行程の y 方向成分を $l_y$ とする。)

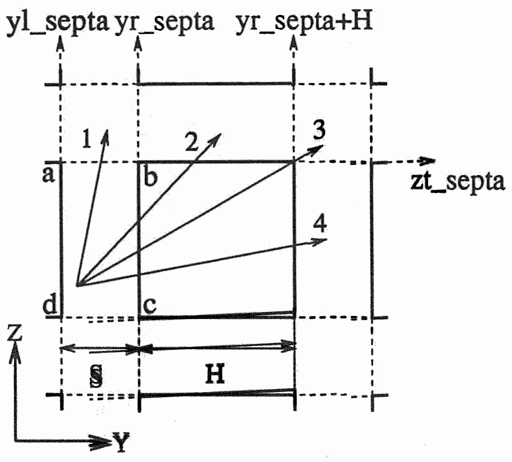


Fig. 4 エリア A

2. P と P1 を結ぶ直線が yr_septa と交わる点の Z 座標を Z1 とする。
3. Z1 の値を判定する。
   - Z1 > zt_septa ならば→ 4。
   - Z1 ≤ zt_septa ならば→ 6。
4. zt_septa との交点の y 座標を Y1 とし、Y1 から $y_{now}$ までの距離を $d_y$ とし $l_y$ と比較する。
   - $d_y \leq l_y \rightarrow 5$。
   - $d_y > l_y \rightarrow 11$。
5. エリア C に進入することになるので $l_y = l_y - d_y$ とし、$y_{now}$ = $Y1$、$z_{now}$=zt_septa とする。
6. $y_{now}$ から yr_septa までの距離を $d_y$ とし $l_y$ と比較する。
   - $d_y \leq l_y \rightarrow 7$。
   - $d_y > l_y \rightarrow 11$。
7. P と P1 を結ぶ直線と yr_septa+H が交わる点の座標を (Y2、Z2) とし、Z2 の判定を行なう。
   - Z2 > zt_septa → 8。
   - Z2 = zt_septa → 9。
   - Z2 < zt_septa → 10。
8. エリア B に進入したことになるので、$l_y = l_y - d_y$、$y_{now}$=Y2、$z_{now}$=zt_septa とする→ 12。
9. エリア C に進入したことになるので、$l_y = l_y - d_y$、$y_{now}$=yr_septa+H、$z_{now}$=zt_septa とする→ 12。
10. エリア A に進入したことになるので、$l_y = l_y - d_y$、$y_{now}$=yr_septa+H、$z_{now}$=Z2 とする → 12。
11. エリア A の中にのこることになる、つまりペネトレーション計算はこれ以上必要ではなくなる。よって $l_y$ から光子の移動先を求める→ 12。
12. areaA のペネトレーション計算終了。

### 3.1.2. エリア B におけるペネトレーションアルゴリズム

これはセプタの横の領域である。これも先に示したエリア A の時と同様に計算を行なう。以下にその流れを示す。

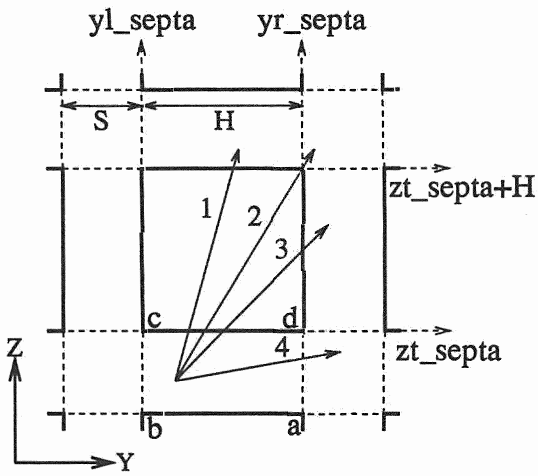


Fig. 5 エリア B

1. areaB におけるペネトレーション計算開始。(光子の現在の座標を P($y_{now}, z_{now}$)、移動先の座標を P1($y_{next}, z_{next}$)、平均自由行程の y 方向成分を $l_y$ とする。)
2. P と P1 を結ぶ直線が yr_septa と交わる点の座標を (Y1、Z1) とする。
3. Z1 の値を判定する。
   - Z1 < zt_septa ならば→ 4。
   - Z1 ≥ zt_septa ならば→ 6。

4. $y_{now}$ から yr_septa までの距離を $d_y$ とし $l_y$ と比較する。
   - $d_y \leq l_y \rightarrow 5$。
   - $d_y > l_y \rightarrow 11$
5. エリアCに進入することになるので $l_y = l_y - d_y$ とし、$y_{now} = Y1$、$z_{now} = Z1$ とする→13。
6. P と P1 を結ぶ直線が zt_septa と交わる点 (Y2、Z2) を求め、$y_{now}$ から Y2 までの距離を $d_y$ とし $l_y$ と比較する。
   - $d_y \leq l_y \rightarrow 7$。
   - $d_y > l_y \rightarrow 11$。
7. Z1 の値を判定する。
   - Z1 > zt_septa+H → 8。
   - Z1 = zt_septa+H → 9。
   - Z1 < zt_septa+H → 10。
8. エリアBに進入したことになるので、$l_y = l_y - d_y$、$y_{now}$=Y1、$z_{now}$=zt_septa+H とする→12。
9. エリアCに進入したことになるので、$l_y = l_y - d_y$、$y_{now}$=yr_septa、$z_{now}$=zt_septa+H とする→12。
10. エリアAに進入したことになるので、$l_y = l_y - d_y$、$y_{now}$=yr_septa、$z_{now} = Z1$ とする→12。
11. エリアBの中にのこることになる、つまりペネトレーション計算はこれ以上必要ではなくなる。よって $l_y$ から光子の移動先を求める→12。
12. areaB のペネトレーション計算終了。

### 3.1.3. エリアCにおけるペネトレーションアルゴリズム

これはセプタの縦と横が交わる領域である。これも先に示したエリアAの時と同様に計算を行なう。以下にその流れを示す。

1. areaC におけるペネトレーション計算開始。(光子の現在の座標を $P(y_{now}, z_{now})$、移動先の座標を $P1(y_{next}, z_{next})$、平均自由行程の y 方向成分を $l_y$ とする。)

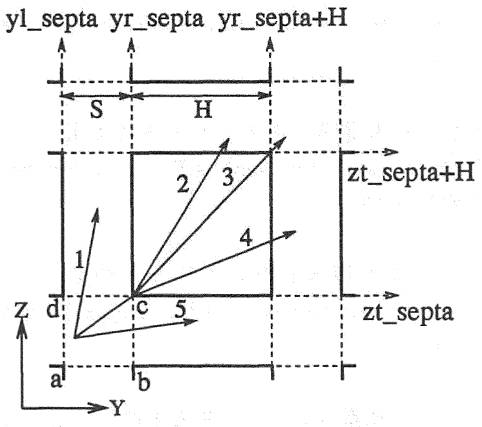


Fig. 6 エリアC

2. P と P1 を結ぶ直線が *yr_septa* と交わる点の座標を (Y1、Z1) とする。
3. Z1 の値を判定する。
   - Z1 > zt_septa ならば→4。
   - Z1 ≤ zt_septa ならば→6。
4. P と P1 を結ぶ直線が *zt_septa* が交わる点 (Y2、Z2) を求め、Y2 から $y_{now}$ までの距離を $d_y$ とし $l_y$ と比較する。
   - $d_y \leq l_y \rightarrow 5$。
   - $d_y > l_y \rightarrow 12$。
5. エリアAに進入したことになるので、$l_y = l_y - d_y$ とし、$y_{now} = Y2$、$z_{now} = zt\_septa$ とする→13。
6. $y_{now}$ から yr_septa までの距離を $d_y$ とし $l_y$ と比較する。
   - $d_y \leq l_y \rightarrow 7$。
   - $d_y > l_y \rightarrow 12$。
7. P と P1 を結ぶ直線が yr_septa+H と交わる点 (Y2、Z2) を求め、Z2 の値を判定する。
   - Z2 > zt_septa+H → 8。
   - Z2 = zt_septa+H → 9。
   - zt_septa < Z2 < zt_septa → 10。
   - Z2 < zt_septa → 11。

8. エリアBに進入したことになるので、$l_y = l_y - d_y$、$y_{now}$=Y2、$z_{now}$=zt_septa+H とする→13。

9. エリアCに進入することになるので $l_y = l_y - d_y$ とし、$y_{now}$=yr_septa+H、$z_{now}$=zt_septa+H とする→13。

10. エリアAに進入したことになるので、$l_y = l_y - d_y$、$y_{now}$=yr_septa+H、$z_{now}$=Z2 とする→13。

11. エリアBに進入したことになるので、$l_y = l_y - d_y$、$y_{now}$=yr_septa、$z_{now}$=Z1 とする→13。

12. エリアCの中にのこることになる、つまりペネトレーション計算はこれ以上必要ではなくなる。よって $l_y$ から光子の移動先を求める→13。

13. areaCのペネトレーション計算終了。

## 4. シミュレーションおよび結果

以下にシミュレーション条件を示し、次頁の Fig. 8～11には2次元画像、Table 1には検出されたカウント数を示す。

**線源** 点線源でコリメータ表面から100mmに位置。

**核種** $^{99m}Tc$(141keV), $^{123}I$(159keV), $^{111}In$(171,245keV), $^{131}I$(364keV)

**発生光子数** 10M

**相互作用** 光電効果、コンプトン散乱、干渉性散乱

**コリメータ** 4つのモデルを用意したが、検出器はFig. 7に示す様にセプタがなく、ピクセルサイズ 5 mmで 67 x 67 のサイズにした。よって各コリメータタイプによってそれぞれの大きさは以下に示すサイズにした。

| MODEL | hole size | septa thickness | total size |
|---|---|---|---|
| LEGP | 2.5mm | 0.25mm | 121 x 121 |
| LEHR | 3.0mm | 0.30mm | 101 x 101 |
| 300GP | 3.0mm | 1.00mm | 83 x 83 |
| MEGP | 3.0mm | 2.00mm | 65 x 65 |

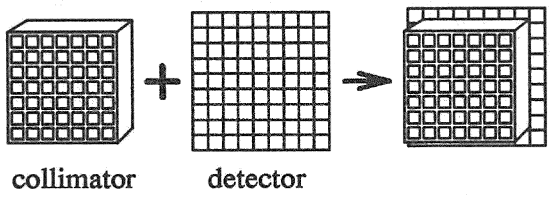


Fig. 7 コリメータと検出面の関係

## 5. 考察及びまとめ

Table 1の検出された光子のカウント数より、全てのエネルギーにおいてLEHRが他のモデルよりもトータルカウントが多くなった。これは孔の大きさとセプタの厚さのバランスによるものと考えられる。LEHRとLEGPを比較すると、LEHRの方がHOLEは0.5mm大きく、SEPTAは0.05mm厚くなっている。SEPTAが厚いという事はそれだけ光子が散乱を起こしやすいと考えられるが、この場合はHOLEが0.5mm大きくなった事により検出される光子が増える割合の方が、SEPTAが厚くなった事により増えた散乱線の割合よりも大きかったと考えられる。また、全てのモデルにおいて核種のエネルギーが高くなる程トータルカウントに対して散乱線の占める割合が大きくなっている事、又トータルカウントが245keV,364keVにおいて急増している事が分かる。これは核種のエネルギーが低い時は光電効果が起こりやすく、高くなる程コンプトン散乱や干渉性散乱が起こりやすくなるからである。

核種のエネルギーについてコリメータ毎に表1を見ると、エネルギーが141keV、159keV、171keVの時はLEGP、LEHRの方が300GP、MEGPに比べてトータルカウントに対する散乱線の占める割合が大きくなっている。しかし、245keVにおいてはほぼ等しく364keVにおいては300GP、MEGPの方がSEPTAが厚くなっているにも関わらず、散乱光子の占める割合が大きくなっている。これは核種のエネルギーが高く、SEPTAが厚いという事でそれだけ光子が相互作用特にコンプトン散乱を起こす確率がLEGP、LEHRよりも大きくなるという事が考えられる。そしてさらにコンプトン散乱を起こしてエネルギーが低下することによって、次第に光電効果を起こす確率が増えるために結局は他のモデルよりもトータルカウント数は少なくなっている。

Fig. 8～11にはそれぞれのモデルにおける検出された光子の画像を示したが、どのモデルにおいても線源のエネルギーが高くなるにつれて線源部分のピクセルを中心として光子の分布が広がっ

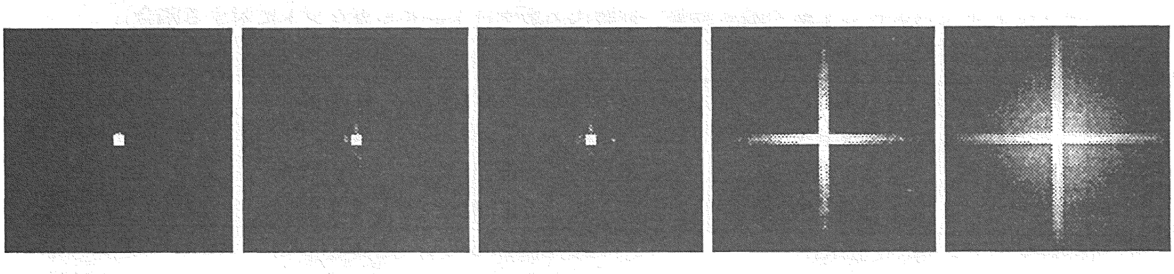

Fig. 8 Images of LEGP(form left to right, 141keV, 159keV, 171keV, 245keV, and 364keV)

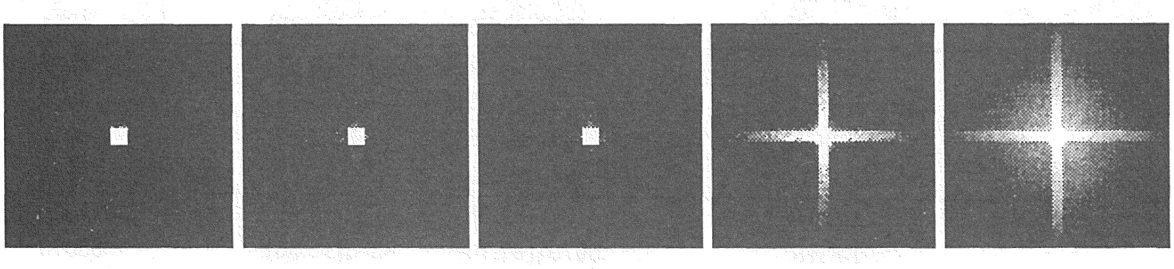

Fig. 9 Images of LEHR(from left to right, 141keV, 159keV, 171keV, 245keV, and 364keV)

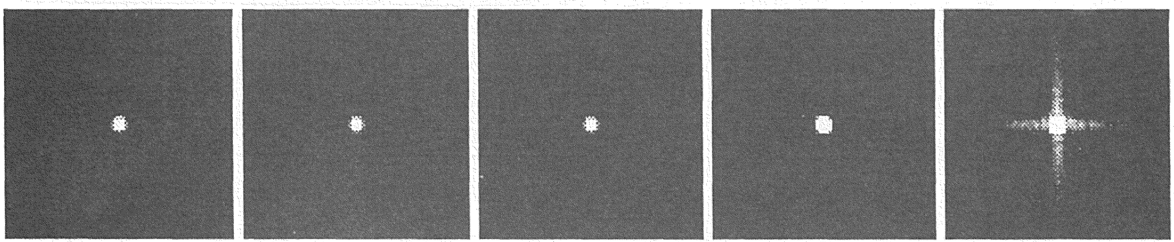

Fig. 10 Images of 300GP(from left to right, 141keV, 159keV, 171keV, 245keV, and 364keV)

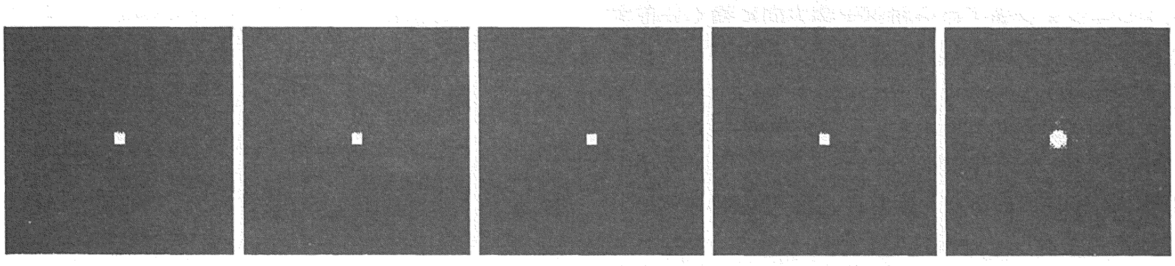

Fig. 11 Images of MEGP(from left to right, 141keV, 159keV, 171keV, 245keV, and 364keV)

ているのが分かる。線源のエネルギー別にその画像を見ていくと、まず141、151keVの場合どのモデルにおいてもその画像に散乱及びペネトレーション光子の影響はあまり見られない。LEHRの画像だけ中心の点が大きいのはシミュレーションにおいて検出器を5mmのピクセルで67×67の大きさに統一したためである。171keVの場合にはLEGP、LEHRの画像において中心から十字方向に散乱・ペネトレーション光子の影響が見られる。245keVではLEGP、LEHRにおいてはかなりはっきりと十字方向への光子の分布が見られ、300GPでは中心の周りの1ピクセルに散乱・ペネトレーション光子の影響が表れている。364keVではLEGP、LEHRでは十字方向以外にも中心から円状に光子の分布が広がり、300 GPにおいても光子の分布が多少十字に広がっていることが確認できる。MEGPについては141keV～245keVの画像においては散乱・ペトレーション光子の影響は見られず、364keVの場合では多少中心から十字方向にその影響が見られた。

Table 1 の結果では高いエネルギーにおいてはMEGPが最も散乱線の占める割合が大きいのに画像

Table 1 光子のカウント数(単位: 個数、括弧内の数字はトータルカウントに対する割合)

| 線源のエネルギー | コリメータの種類 | プライマリーカウント | 散乱カウント | トータルカウント |
|---|---|---|---|---|
| 141keV | LEGP | 7783(96.82) | 256(3.18) | 8039 |
| | LEHR | 11150(97.99) | 228(2.01) | 11378 |
| | 300GP | 7590(99.16) | 64(0.84) | 7654 |
| | MEGP | 4769(99.39) | 29(0.61) | 4798 |
| 159keV | LEGP | 8073(94.35) | 483(5.65) | 8556 |
| | LEHR | 11623(95.97) | 488(4.03) | 12111 |
| | 300GP | 7706(98.34) | 130(1.66) | 7836 |
| | MEGP | 4813(98.75) | 61(1.25) | 4874 |
| 171keV | LEGP | 8659(93.17) | 635(6.83) | 9294 |
| | LEHR | 12358(94.55) | 712(5.45) | 13070 |
| | 300GP | 7842(97.88) | 170(2.12) | 8012 |
| | MEGP | 4883(98.19) | 90(1.81) | 4973 |
| 245keV | LEGP | 41876(84.38) | 7750(13.62) | 49626 |
| | LEHR | 59701(87.70) | 8373(12.30) | 68074 |
| | 300GP | 8749(88.78) | 1106(11.22) | 9855 |
| | MEGP | 5175(88.81) | 652(11.19) | 5827 |
| 364keV | LEGP | 569255(80.07) | 141693(19.93) | 710948 |
| | LEHR | 587080(80.37) | 143426(19.63) | 730506 |
| | 300GP | 36313(71.53) | 14450(28.47) | 50763 |
| | MEGP | 9594(66.27) | 4883(33.73) | 14477 |

にその影響が顕著に表れないのは、トータルカウントが他のモデルよりもかなり少ない事と、散乱・ペネトレーション光子の分布が十字方向に強く分布する以前に、中心から円状に少量ずつ分布しているためと考えられる。

今回の結果からエネルギーが高い場合にはLEGP, LEHR のモデルでは散乱・ペネトレーション光子の影響から解像度がかなり低下し、又 300GP、MEGP では高エネルギーの線源でも散乱・ペネトレーション光子の影響が少なくある程度の解像度が確保出来る一方でカウント数が少ないためにコントラストが悪くなると思われる。

**キーワード**

モンテカルロシミュレーション、Single Photon Emission CT、コリメータ、散乱線

## Summary

**Collimator analysis using a Monte Carlo method in single photon emission CT**

Kouhei YAMADA
College of Engineering, Hosei University †
Koichi OGAWA
College of Engineering, Hosei University†

In Single Photon Emission CT(SPECT), compton scattering and penetration in collimator septa have an effect on spatial resolution and contrast of reconstructed images. In order to reconstruct accurate SPECT images, it is important to analize the behavior of these photons. To the task, Monte Carlo simulation is an effective method in estimating scattered and penetrated photons quantitatively. The purpose of the study is to estimate the distribution of incident photons to the detector surface equipped with a parallel-hole collimator accurately . In the collimator model the hole shape was supposed to be square and the distance between the collimator and the point source was 10cm. We examined four kinds of parallel-hole collimators. Collimator types are low energy general purpose(hole size:2.5mm/septa thickness:0.25mm), low energy high resolution(3.0mm/0.3mm), general purpose for 300keV(3.0mm/1.0mm), and medium energy general purpose(3.0mm/2.0mm). The results showed that when the energy of a point source was low, few photons were scattered and penetrated in the collimator septa. In case of a high-energy source, many photons were scattered and penetrated at the collimator septa.

**Key Words**

Monte Carlo simulation, Single Photon Emission CT, collimator, compton scattered

†3 – 7 – 2, Kajino-cho, Koganei-shi, Tokyo 184, Japan