# 法政大学学術機関リポジトリ

HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-07-04

## 最急降下法とレベルセット法を併用したトポ ロジー最適化手法によるIPMモータのマルチ マテリアル構造最適化

YAMASHITA, Yuki / 山下, 祐輝

(出版者 / Publisher) 法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title) 法政大学大学院紀要.理工学・工学研究科編

(巻 / Volume) 62 (開始ページ / Start Page) 1 (終了ページ / End Page) 7 (発行年 / Year) 2021-03-24

(URL) https://doi.org/10.15002/00023942

法政大学

## 最急降下法とレベルセット法を併用した トポロジー最適化手法による IPM モータのマルチマテリアル構造最適化

## MULTI-MATERIAL STRUCTURAL OPTIMIZATION OF IPM MOTOR USING TOPOLOGY OPTIMIZATION METHOD BASED ON STEEPEST DESCENT METHOD IN COMBINATION WITH LEVEL-SET METHOD

山下 祐輝 Yuki YAMASHITA 指導教員 岡本 吉史

## 法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

Because the interior permanent magnet synchronous motor (IPMSM) is one of the most efficient motors, it is applied to many industrial machines. The electromagnetic characteristic of IPMSM is dependent on many design parameters such as the position and shape of flux barrier, the magnetization angle of permanent magnet, the current phase angle and so on. Then The topology optimization (TO), which is an attractive method due to the wide design range with high degree of freedom, is enthusiastically applied to the rotor design of IPMSM. In this paper, two stage TO method has been proposed. Firstly, to widely search the rotor structure, the steepest descent method (SDM) which handling gray scale is carried out. Next, the obtained structure is set to the initial structure of level-set method (LSM), the local search is carried out. The performance of proposed TO method composed of SDM and LSM is compared with the single TO method (SDM or LSM) in the design problem in which the object is the determination of the rotor structure composed of permanent magnet, rotor core and flux barrier to improve the torque characteristics and the magnet demagnetization.

Key Words : level set method, multi-material topology optimization, and steepest descent method

#### 1. はじめに

近年,地球規模で進んでいる温暖化を防止するため,世 界各国で,自動車や航空機等の様々な産業機械の電動化が 促進されている.その際,内部埋込式永久磁石同期電動機 (IPMSM)が,積極的に活用されており,さらなる高効率・ 大出力化の要請が高まっている.

IPMSM の設計パラメータとして、フラックスバリア・永 久磁石の位置・形状、インダクタンス、駆動条件、電流位 相角、鉄芯素材、応力等、多数挙げられる<sup>[1]</sup>.それゆえ、 最適化手法を援用した先進的な形状最適化設計が提案、導 入されている<sup>[2]</sup>.これらの報告では、形状最適化手法の適 用により、実用的な構造が得られている.しかしながら、 ロータ内部のフラックスバリア、あるいは永久磁石のトポ ロジーを固定した状態での最適化であるため、抜本的な構 造変化は起こりにくい.そこで、ロータ内部の永久磁石・ 鉄芯・フラックスバリア構造に加えて、それらの配置位置 も設計パラメータに包含されているトポロジー最適化

(TO)<sup>[3]</sup>を用いることで, さらなる IPMSM の特性改善を 達成できる可能性がある.

設計感度を援用した代表的な TO 手法として,材料密度 をパラメータとする最急降下法 (SDM)<sup>[4]</sup> やレベルセット 法 (LSM)<sup>[5],[6]</sup> が挙げられる.SDM は,設計感度に基づ いて,設計領域内の設計変数を連続的に変化させる手法で ある.それゆえ,設計領域内部の材料配置を効率的に探索 することができる.しかしながら,グレイスケールが設計 領域内に多数発生する場合があり,収束構造の実機設計が 困難になる可能性がある.その一方,LSM では,レベルセ ット関数の零等位線が材料配置の界面になるため,界面を 除いて,収束構造にはグレイスケールが一切発生しない. それゆえ,実現可能な構造が得られやすい一方,収束構造 が初期構造に強く依存する傾向にある.

そこで本論文では、双方の利点を活用するため、第一段 階として、SDMにより、自由度の高い構造最適化を実施す る.第二段階では、第一段階で得られた構造をLSMの初 期構造としてLSMへ受け渡し、グレイスケールのない構 造を導出できる SDM-LSM 併用法を提案する.さらに構造 解析の分野で提案されているマルチマテリアルのモデリ ング手法<sup>[7]</sup>を SDM-LSM 併用法へ導入し、鉄芯・永久磁 石・フラックスバリア三領域の抜本的な構造変化を実施で きるトポロジー最適化手法を提案する.提案手法を IPMSM (電気学会 Dモデル<sup>[8]</sup>)へ適用したところ、低振動・高ト ルク化の指針となる有用なロータ構造が得られたので子 細を報告する.

#### 2. トポロジー最適化手法

#### (1) 有限要素法による磁界解析

磁気ベクトルポテンシャルAを未知変数とした静磁界解 析のための有限要素法弱形式を次式に示す.

$$K^{(l)}A^{(l)} = F^{(l)}$$
(1)

ここで, *K* は係数行列, *l* は時間ステップ番号(電動機の回転子位置 *l*), *F* は磁気ソースに基づく右辺ベクトルである.

#### (2) 複数材料のモデリング

設計領域内の有限要素節点における材料密度(0以上 1 以下)を表現するため、次式に示すように、5次の連続化 ヘビサイド関数を用いる.

$$H(\phi) = \begin{cases} 0 & (\phi < -d) \\ \frac{3}{16} \left(\frac{\phi}{d}\right)^5 - \frac{5}{8} \left(\frac{\phi}{d}\right)^3 + \frac{15}{16} \left(\frac{\phi}{d}\right) + \frac{1}{2} & (-d \le \phi \le d) \\ 1 & (d < \phi) \end{cases}$$
(2)

ここで, d は遷移幅である.

複数材料の構造変化を TO へ導入するため,文献[7]の 方法を磁気抵抗率へ導入すると,(3)式のようになる.

$$v(\phi_{1},\phi_{2},|\mathbf{B}|) = (1 - H(\phi_{1}))v_{0} + (1 - H(\phi_{2}))H(\phi_{1})v_{e}(|\mathbf{B}|) + H(\phi_{1})H(\phi_{2})v_{r}v_{0}$$
(3)

ここで, vo は真空の磁気抵抗率, ve(|B|) は電磁鋼板の非 線形磁気抵抗率, vr は磁石の磁気抵抗率を示す.

#### (3) 最急降下法・レベルセット法

SDM を用いたトポロジー最適化では,次式に従って ¢ を更新する.

$$\phi_i^{(k+1)} = \phi_i^{(k)} + \alpha^{(k)} (\partial L(\phi_i) / \partial \phi_i) |^{(k)} \qquad (i=1,2)$$
(4)

ここで、kは最適化反復回数、 $L(\phi)$ は拡張ラグランジュ関数、 $\alpha$ はステップサイズである.なお、 $\alpha$ は次式に示す.

$$\alpha^{(k)} = \zeta^{(k)} \frac{\Delta x_{\min}}{\|\partial L(\phi) / \partial \phi\|^{(k)}\|_{\infty}}$$
(5)

ここで、 $\zeta^{(l)}$ は減衰係数、 $\Delta x_{min}$ は設計領域内における有限 要素の最短辺の長さとする.なお、減衰係数 $\zeta^{(l)}$ は目的関 数の振動を抑制するために導入し、次式を用いて更新する.

$$\zeta^{(k)} = \begin{cases} \zeta^{(k-1)} & (f(\phi^{(k-1)})) \le (f(\phi^{(k-2)}) \\ \tau \zeta^{(k-1)} & (f(\phi^{(k-1)})) > (f(\phi^{(k-2)}) \end{cases} \end{cases}$$
(6)

ここで、 $\tau$ は、拡張ラグランジュ関数の収束特性に振動が 発生した場合、それらを抑制するために、減衰係数 $\zeta^{(k)}$ の 振動幅を徐々に減じる係数である.

LSM を用いたトポロジー最適化では, SDM の反復過程 において,(7)式に示すレベルセット関数の条件を付加す る.

$$\|\operatorname{grad}\phi_i^{(k)}\|_2 = 1 \quad (i=1,2)$$
 (7)

それゆえ, LSM では設計変数 ☆ がレベルセット関数となる.また,設計変数を更新する度に,(7)式の条件を満足するように,レベルセット関数の初期化<sup>[9]</sup>を行う.LSM において,レベルセット関数の更新には(4),(5)式を使用する.

(4) 拡張ラグランジュ乗数法による制約条件の考慮

次式に、制約条件付き最適化問題を定式化する.

 $\min.\,f(\phi)$ 

s.t. 
$$\begin{cases} g_i(\phi) \le 0 & (1 \le i \le N_i) \\ h_i(\phi) = 0 & (1 \le i \le N_e) \end{cases}$$
(8)

ここで,  $f(\phi)$  は目的関数,  $g_i(\phi)$  は i 番目の不等式制約条件,  $h_i(\phi)$  は i 番目の等式制約条件,  $N_i$ は不等式制約条件の 個数,  $N_e$ は等式制約条件数の個数である.全ての制約条件 を考慮するために, 拡張ラグランジュ乗数法<sup>[10]</sup>を用いて, 無制約最適化問題に変換する.拡張ラグランジュ関数  $L(\phi, t, \rho, y, u, c)$  を次式に示す.

$$L(\phi, t, \rho, y, u, c) = f(\phi) + \sum_{i=1}^{N_i} \left[ \frac{1}{2\rho_i} \{ \max\{0, y_i + \rho_i(g_i(\phi) + t_i^2) \}^2 - y_i^2 \} \right]$$
(9)  
+ 
$$\sum_{i=1}^{N_e} \left[ \frac{1}{2u_i} \{ \max\{0, c_i + u_i h_i(\phi) \}^2 - c_i^2 \} \right]$$

ここで, tは非負のスラック変数, piは不等式制約条件のためのペナルティ係数, yiは i 番目の不等式制約条件に対するラグランジュ乗数, ui は等式制約条件のためのペナルティ係数, ci は i 番目の等式制約条件に対するラグランジュ 乗数である.右辺第二項は不等式制約条件のペナルティ 項,右辺第三項は等式制約条件のペナルティ項である.

(9) 式第二項におけるパラメータ *y<sub>i</sub>*, *ρ<sub>i</sub>* は次式に基づい て更新される.

$$y_i^{(k+1)} = \max\{0, y_i^{(k)} + \rho_i^{(k)} g_i(\phi)\}$$
(10)

$$\rho_i^{(k+1)} = \gamma \,\rho_i^{(k)} \tag{11}$$

ここで、 $\gamma$  はペナルティ係数  $\rho_i$ の更新量である.次に、ス ラック変数 tに対する最小化を行うと次式が得られる.

$$t_i^2 = \begin{cases} -\frac{y_i}{\rho_i} - g_i(\phi), & (y_i + \rho_i g_i < 0) \\ 0, & (y_i + \rho_i g_i \ge 0) \end{cases}$$
(12)

よって,(12)式よりスラック変数 t を導入した不等式制約 条件は次式のようになる.

$$g_i(\phi) + t_i^2 = \max\left\{g_i(\phi), -\frac{y_i}{\rho_i}\right\}$$
(13)

(9) 式第三項目におけるパラメータ *ci*, *ui*の更新は(10),(11) 式と同様に行う.

## (5) 最急降下法・レベルセット法を併用したトポロジー最適化

本節では、提案手法 SDM-LSM の計算手順を説明する. SDM-LSM のフローチャートを図1に示す.まず,SDM の 計算条件、 $\phi$ , $\phi$ の初期値を決定し(step 1),FEM を用い て $L(\phi^{(k)})$ を計算する(step 3).次に、随伴変数法(AVM) を用いて目的関数の感度と制約条件の感度を計算する (step 4).その後、設計変数 $\phi^{(k)}$ の更新を行う(step 5).そ して、収束判定条件(step 6)を満たすまで反復を繰り返す. 各種制約条件を考慮するため、(10)~(13)式に基づい て,拡張ラグランジュ乗数法のパラメータを更新する(step 7).反復回数kが SDM の指定反復回数 $k_{SDM}$ に到達した場 合、SDM の反復を終了する(step 8).

次に、SDM で算出した構造を LSM の初期構造へ受け渡 す (step 9). ここでは、SDM で得られた $\phi$ の値から、零等 位線を生成し、 $\phi$ を初期化<sup>[9]</sup> することで、SDM の解をレ ベルセット関数へ変換している. 図 2 に SDM の収束構造 を LSM の初期構造へ変換した一例を示す. 図 2 (a) は SDM の収束構造である. 図 2 (b) は、図 2 (a) の $\phi$ の値から零 等位線を割り出し、レベルセット関数の初期化を適用して、 LSM の初期構造として受け渡す構造である. 工程 step 10~ 13 は、step 2~5 までと同様の操作を行う. 次に、レベルセ ット関数 $\phi^{(k)}$ の初期化<sup>[9]</sup>を行う(step 14). 収束判定条件(step 15) を満足するまで、内部反復を繰り返す. 各種制約条件 を考慮するため、(10) ~ (13) 式に基づいて、拡張ラグ ランジュ乗数法のパラメータを更新する(step 16). 反復回 数 kが LSM の指定反復回数  $k_{\text{LSM}}$ に到達すれば、LSM に基 づく TO を終了する(step 17).

### 3. IPM モータの設計最適化モデル

#### (1) 解析モデル

図 3 に IPMSM の解析モデル (電気学会 D モデル<sup>[8]</sup>) を 示す. 図 3 (a) は基準モデル, (b) は最適化モデル, (c) は TO の初期構造である.本モデルにおいて,設計変数の 鏡面境界条件を適用するため,斜線で示された領域を実際 の設計領域とする.ロータとステータの磁性材料として, 50A1300 を適用し,シャフトの比透磁率を 1,000 とした. また,SDM における初期構造を設定する際,各材料の $\phi$ ,  $\phi$ ,  $H(\phi$ ),  $H(\phi)$  を表 1 のように設定した.なお,  $H(\phi) = H_0$ を満たす $\phi$ の値は,次式に示すように $\phi$ に関する非線形方 程式を Newton 法で解くことにより,求められる.



Fig. 1. Flowchart for TO based on SDM-LSM.



(a) Convergence structure of SDM. (b) Initial structure of LSM. Fig. 2. Transformation of rotor structure derived from SDM into initial structure for LSM.

$$H(\phi) - H_0 = 0 \tag{14}$$

表2に,磁界解析で使用するパラメータを示す.nは巻 線のターン数,|1|は電流の実効値,|B<sub>1</sub>は永久磁石の残留 磁束密度,βは電流位相角,sは積層鉄芯の占積率,pは積 厚である.

表**3**に,最適化パラメータを示す. $V_0$ は磁石体積の指定 値, $\rho^{(0)}$ , $u^{(0)}$ はペナルティ係数 $\rho^{(k)}$ , $u^{(k)}$ の初期値, $y^{(0)}$ , $c^{(0)}$ はラグランジュ乗数 $y^{(k)}$ , $c^{(k)}$ の初期値である. $\zeta^{(0)}$ は減衰係 数 $\zeta^{(k)}$ の初期値, $k_{in\_max}$ は無制約最適化の最大反復回数であ る.



#### Fig. 3. Analysis model.

TABLE I	INITIAL VAL	UE OF $\phi$ AND $H$	$H(\phi)(d =$	$3.5 \times 10^{-4} \mathrm{m}$
	$\phi_1$	<i>φ</i> <sub>2</sub>	$H(\phi_1)$	$H(\phi_2)$

	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\Pi(\psi_{1})$	$m(\varphi_2)$
air	$-1.77\times10^{-4}$	0	0.1	0.5
iron	$2.18\times10^{-4}$	$-2.15\times10^{-4}$	0.95	0.95
magnet	$2.18\times10^{-4}$	$2.15\times10^{-4}$	0.95	0.053

TABLE II PARAMETERS FOR MAGNETIC FIELD ANALYSIS

п	I / [Arms]	/ <b>B</b> <sub>r</sub> / [T]	β[°]	s [%]	<i>p</i> [mm]
35	3.0	1.25	30	95	60

	TABLE III	PARAMETERS FOR OPTIMIZATION							
<i>d</i> [mm]	$V_0 [{ m m}^3]$	γ	τ	y <sup>(0)</sup>	$ ho^{(0)}$	c <sup>(0)</sup>	u <sup>(0)</sup>	$\zeta^{(0)}$	k <sub>in_max</sub>
0.35	$3.108 \times 10^{-6}$	1.05	0.99	0	1.05	0	1.05	1.0	1

### (2) 最適化問題

最適化目標は, IPMSM のネオジム磁石の面積・トルクリ ップルを指定値に維持しながら磁石内の減磁を抑制し,平 均トルクを最大化することである.よって,(15)式のよ うに,最適化問題を定式化できる.

$$\min f(\phi_{1}, \phi_{2}) = -\frac{1}{N_{S}} \sum_{l=1}^{N_{S}} t_{l}(\phi_{1}, \phi_{2})$$
s.t.
$$\begin{cases} g_{1}(\phi_{1}, \phi_{2}) = \iint_{\Omega_{\text{mag}}} (\mathbf{B}_{r} - \mathbf{B}) \cdot \mathbf{B}_{r} dS - \iint_{\Omega_{\text{mag}}} \mathbf{B}_{0} \cdot \mathbf{B}_{r} dS \leq 0 \quad (15) \\ h_{1}(\phi_{1}, \phi_{2}) = V_{\text{mag}}(\phi_{1}, \phi_{2}) - V_{0} = 0 \\ h_{2}(\phi_{1}, \phi_{2}) = (t_{\text{max}}(\phi_{1}, \phi_{2}) - t_{\text{min}}(\phi_{1}, \phi_{2}))^{2} - t_{0}^{2} = 0 \end{cases}$$

ここで、 $t(\phi, \phi)$ はロータ位置 *l*におけるトルクである.制 約条件  $g_1(\phi, \phi) \leq 0$ は、磁石減磁を抑制するための条件で あり、*B*は永久磁石内部の磁束密度、*B*<sub>0</sub>は永久磁石内部の 磁束密度の指定値である.制約条件  $h_1(\phi, \phi) = 0$ は、磁石 体積を指定値に維持する等式制約条件であり、 $V_{mag}(\phi, \phi)$ は磁石体積、 $V_0$ は磁石体積の指定値である.制約条件  $h_2(\phi, \phi)$ は磁石体積、 $V_0$ は磁石体積の指定値である.制約条件  $h_2(\phi, \phi) = 0$ は、トルク脈動を指定値に維持するための等式制約 条件であり、 $t_{max}(\phi, \phi)$ 、 $t_{min}(\phi_1, \phi)$ は、それぞれ、ロータ 位置を *Ns* ステップ変化させた非線形電磁界解析から得ら れる最大トルク、最小トルク、 $t_0$ はトルクリップルの指定 値である.また、減磁率は、(16)式のように定義する.

$$\delta = \frac{|\boldsymbol{B}_r - \boldsymbol{B}|}{|\boldsymbol{B}_r|} \times 100 \tag{16}$$

## 4. トポロジー最適化結果

本章では、CPU: Intel Core i7-4790K 4.0 GHz & Memory 32GB が搭載された PC を用いて、最適化計算を実行した.

### (1) SDM を用いた設計最適化

表 4 に, SDM の最適化条件を示す. case 4-1-(a) は  $h_1=0$ を考慮した TO, case 4-1-(b) は  $h_1=0$ ,  $h_2=0$  を考慮した TO, case 4-1-(c) は  $h_1=0$ ,  $h_2=0$ ,  $g_1 \le 0$  を考慮した TO である. なお, case 4-1-(c) では, 感度を求める際, 感度の計算対象 節点の感度を, その周囲の節点における感度と平均化する スムーシングを毎最適化反復で実施している.

TABLE IV OPTIMIZATION CONDITIONS (SDM)

$\sum$	constraints	changeable mater. and param.	$t_0$ [Nm]	/ <b>B</b> <sub>0</sub>   [T]	$k_{\rm SDM}$
case 4-1- (a)	$h_1 = 0$	iron + mag			150
case 4-1- (b)	$h_1 = 0$ , $h_2 = 0$	iron + mag	0.5		150
case 4-1- (c)	$h_1 = 0, h_2 = 0, g_1 \le 0$	iron + mag	0.5	0.45	150

図4に、トポロジー最適化後の構造、磁石の減磁率 δを 示す.(a)と(c)は永久磁石が二層構造になった.(c)の 外側の永久磁石はブリッジに沿うように分布した.これ は、ギャップ中の磁東密度が高くなり、マグネットトルク が増加したことが一因と考えられる.(b)において、外側 の永久磁石端部にフラックスバリアが生成された.(b), (d)は磁化方向に対して、薄い永久磁石が生成されたため、 減磁率が高くなった.



Fig. 4. Optimization results derived from SDM.

図5に、最適化後のトルク特性を示す.全ケースの結果は、基準モデル(standard)よりもトルクが増加している.



Fig. 5. Torque characteristics derived from SDM.

表 5 に,最適化結果を示す.ここで,ta は平均トルク,tr はトルクリップル,tmag はマグネットトルク,trel はリラク タンストルクである.全ケースともに基準モデルよりも平 均トルクが増加している.また,マグネットトルクが基準 モデルよりも大きく増加している..

1	<		-	-	-	-	-	-
	$\sim$	constraints	t <sub>a</sub>	t <sub>r</sub>	t <sub>mag</sub>	t <sub>rel</sub>	$V_{\rm mag}$ / $V_0$	elapsed
		constraints	[Nm]	[Nm]	[Nm]	[Nm]	[%]	time [h]
	standard		1.90	1.09	1.47	0.43	100	
	case 4-1-(a)	$h_1 = 0$	2.47	1.21	2.02	0.45	99.9	1.2
	case 4-1-(b)	$h_1\!=\!0$ , $h_2\!=\!\!0$	2.31	0.49	1.86	0.45	99.9	1.2
	case 4-1-(c)	$h_1 = 0, h_2 = 0,$	2.02	0.41	1.65	0.37	99.9	1.2

TABLE V OPTIMIZATION RESULTS (SDM)

#### LSM を用いた設計最適化

表6に、LSMの最適化条件を示す. case 4-2-(a) は $h_1=0$ を考慮した TO, case 4-2-(b) は $h_1=0, h_2=0$ を考慮した TO, case 4-2-(c) は $h_1=0, h_2=0, g_1 \le 0$ を考慮した TO である.

図 6 に, TO 後の構造, 磁石の減磁率 δを示す. 全ケー スにおいて, 永久磁石が基準モデルよりも角度方向に広く 分布し, フラックスバリアの面積も大きくなった. (c) で は, ブリッジ近傍にスリットが生成された. これにより, 磁気抵抗率を高め,各ロータ位置におけるトルクを低下さ せて,トルク脈動の低減が促進されていると考えられる. また,磁石端部に減磁率の高い箇所が発生している. (f) では,減磁低減の制約条件を課したため,全体の減磁率が 抑えられている.SDM から得られた構造と比較して磁石形 状や磁石位置,フラックスバリア形状など基準モデルに近 い構造が算出され,初期構造に強く依存していることがわ かる.

図7に、最適化後のトルク特性を示す.各最適化ケース のトルク特性は基準モデルを上回る結果が得られた.初期 形状と比較して、永久磁石が瓦型となり、*d*軸方向に磁束 を集中させるように変化している.

表7に、最適化結果を示す. *t*<sub>mag</sub>の増加に伴い、全ての 最適化結果において、*t*<sub>a</sub>が基準モデルよりも高くなった. リラクタンストルクは基準モデルと同等となり、トルクリ ップルを制約条件範囲内に抑制できた.

#### (3) SDM-LSM を用いたトポロジー最適化

表8に, SDM-LSM の最適化条件を示す. case 4-3-(c)の 条件における TO では,感度を求める際,感度の計算対象 節点の感度を,その周囲の節点における感度と平均化する スムーシングを毎最適化反復で実施している.

changeable  $t_0$  [Nm]  $k_{\rm LSM}$  $|\boldsymbol{B}_0|$  [T] constraints mater. and param case 4-2- (a)  $h_1 = 0$ iron + mag 150 case 4-2- (b)  $h_1\!=\!0$  ,  $h_2\!=\!\!0$ iron + mag 0.5 150  $h_1 = 0$ ,  $h_2 = 0$ , case 4-2- (c) iron + mag 0.5 0.45 150  $g_1 \leq 0$ : magnet : iron core mag.  $\delta$ [%] 50 iron air (a) case 4-2-(a) (rotor structure) (b) case 4-2-(a) (Demag. rate) : magnet : iron core (c) case 4-2-(b) (rotor structure) (d) case 4-2-(b) (Demag. rate) : magnet : iron core

(e) case 4-2-(c) (rotor structure) x (f) case 4-2-(c) (Demag. rate) Fig. 6. Optimization results derived from LSM.



Fig. 7. Torque characteristics derived from LSM.

TABLE VII OPTIMIZATION RESULTS (LSM)

TABLE VII OF HMIZATION RESULTS (ESIM)							
	constraints	<i>t<sub>a</sub></i> [Nm]	t <sub>r</sub> [Nm]	t <sub>mag</sub> [Nm]	t <sub>rel</sub> [Nm]	V <sub>mag</sub> / V <sub>0</sub> [%]	elapsed time [h]
standard		1.90	1.09	1.47	0.43	100	$\square$
case 4-2-(a)	$h_1 = 0$	2.17	1.31	1.80	0.37	99.9	1.2
case 4-2-(b)	$h_1 = 0$ , $h_2 = 0$	2.13	0.44	1.79	0.34	99.9	1.2
case 4-2-(c)	$h_1 = 0, h_2 = 0, g_1 \le 0$	2.03	0.48	1.62	0.41	99.9	1.2

図8に、トポロジー最適化後の構造、磁石の減磁率 δを 示す.第一段階として、SDM で初期構造を導出したため、 図4の結果と似通った構造が得られている.しかし、永久 磁石の表面は、LSM の併用によって滑らかになっているこ とが確認できる.また、(e)は SDM の収束構造と比較す ると、永久磁石が磁化方向に対して厚い構造となり、減磁 率を低減できていることが分かる.料内の磁束密度が低下

TABLE VI OPTIMIZATION CONDITIONS (LSM)



(e) case 4-3-(c) (rotor structure) (f) case 4-3-(c) (Demag. rate Fig. 8. Optimization results in derived from SDM-LSM.

ることが原因である.

図 9 に、トルク特性を示す. TO 後のトルク特性は、基 準モデルよりも高くなっているこがわかる. 平均トルクは case 4-3-(a) が最大となった. これは、二層目の永久磁石が case 4-3-(b) と比較してブリッジに近くなったため、*d*軸方 向の磁束が大きくなり、トルクが増加したと考えられる.



Fig. 9. Torque characteristics derived from SDM-LSM.

表 9 に、最適化結果を示す. tmag の増加に伴い、全ての 最適化結果において、ta が基準モデルよりも高くなった. 最初に SDM を用いて初期構造を算出し、LSM で最終的に 最適化を行っているため、トポロジー最適化の反復回数が 多くなり計算時間が増加した.

## 5. まとめ

本論文では、最急降下法により広範囲な設計空間から解

TABLE IX OPTIMIZATION RESULTS (SDM-LSM)

$\overline{}$	constraints	t <sub>a</sub> [Nm]	<i>t<sub>r</sub></i> [Nm]	t <sub>mag</sub> [Nm]	t <sub>rel</sub> [Nm]	V <sub>mag</sub> / V <sub>0</sub> [%]	elapsed time [h]
standard		1.90	1.09	1.47	0.43	100	$\square$
case 4-3-(a)	$h_1 = 0$	2.44	1.46	1.99	0.45	99.9	2.6
case 4-3-(b)	$h_1\!=\!0$ , $h_2\!=\!\!0$	2.21	0.50	1.75	0.46	99.9	2.6
case 4-3-(c)	$h_1 = 0, h_2 = 0,$ $g_1 < 0$	1.94	0.49	1.56	0.38	99.9	2.6

を絞り込み,さらにレベルセット法による局所探索を付加 した最急降下法・レベルセット法の併用法(SDM-LSM) を提案し,IPMモータのロータ構造最適化へ適用した.本 論文から得られた結果を要約すると,以下のようになる.

- (1) 最急降下法を用いてトポロジー最適化を行った場合、永久磁石の厚みが薄くなり、角度方向に対して広く分布した.減磁低減の制約条件を考慮すると、永久磁石は厚みのある構造となった.
- (2) レベルセット法を用いた場合,基準モデルよりも永 久磁石が角度方向に広く分布し、フラックスバリア の面積も大きくなった.磁石形状や磁石位置、フラ ックスバリア形状など基準モデルに近い構造が算 出され、初期構造に強く依存していることがわかっ た.
- (3) SDM-LSM を用いたトポロジー最適化では、第二段 階の方法として、レベルセット法によるトポロジー 最適化を実施したため、磁石形状やフラックスバリ アの形状が滑らかになった。

#### 謝辞

本稿で提案した SDM-LSM に対してご議論また,ご助言 を頂いた,指導教官の法政大学理工学部電気電子工学科岡 本吉史教授に厚く御礼申し上げます.

### 参考文献

- K. Yamazaki, and Y. Kato, "Optimization of high-speed motors considering centrifugal force and core loss using combination of stress and electromagnetic field analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 5, pp. 2181-2184, May (2013)
- [2] K. Yamazaki, and Y. Togashi, "Shape optimization procedure of interior permanent magnet motor considering carrier harmonic losses caused by inverters," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 54, no. 3, Art. ID 1300404, Mar. (2018)
- Y. Okamoto, Y. Tominaga, and S. Wakao, "Topology optimization of rotor core combined with identification of current phase angle in IPM motor using multistep genetic algorithm," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, Art. ID 7017904, Feb. (2014)
- [4] J.-K. Byun, J. Lee, I.-H. Park, and H. Lee, "Inverse problem application of topology optimization method with mutual energy concept and design sensitivity," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1144-1147, Jul. (2000)
- [5] Y. Kim, J. Byun, and I. Park, "A level set method for shape optimization of electromagnetic systems," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 3, pp. 1466-1469, Mar. (2009)
- [6] Y. Yamashita, and Y. Okamoto, "Design optimization of synchronous reluctance motor for reducing iron loss and improving

torque characteristics using topology optimization based on level-set method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 56, no. 3, Art. ID 7510704, Mar. (2020)

- [7] 岸本直樹,野口您暉,佐藤勇気,泉井一浩,山田崇恭,西脇 眞二:「レベルセット法に基づく複数材料を対象としたトポ ロジー最適化」,電気学会論文誌 D, vol. 124, no. 12 (2004)
- [8] 電磁界解析による回転機の実用性能評価技術調査委員会: 「電磁界解析による回転機の実用的性能評価技術」,電気学 会(2012)
- [9] S. Yamasaki, S. Nishiwaki, T. Yamada, K. Izui, and M. Yoshimura, "A structural optimization method based on the level set method using a new geometry-based re-initialization scheme," *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 83, pp. 1580-1624, Mar. (2010)
- [10] 今野浩,山下浩:「非線形計画法」,日科技連出版社(1978)

#### 研究業績

- A. 国際論文(査読有り,〇印:発表者)
- [1] OYuki Yamashita and Yoshifumi Okamoto, "Design Optimization of Synchronous Reluctance Motor for Reducing Iron Loss and Improving Torque Characteristics Using Topology OptimizationBased on Level-set Method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 56, no.3 Art. ID 7510704, Mar. (2020).
- B. 国内論文(査読有,〇印:発表者)
- [2] ○<u>山下祐輝</u>,岡本吉史:「最急降下法とレベルセット法を併用したトポロジー最適化手法による IPM モータの永久磁石・鉄芯・フラックスバリアの構造 最適化」,電気学会 D 部門,査読中
- C. 口頭発表論文(査読無し,〇印:発表者)
- [3] ○山下祐輝,鈴木澪也,岡本吉史,若尾真治:「ト ポロジー最適化による複数の駆動条件を考慮した 電気学会 G モデルのリラクタンストルクの改善に 関する検討」,電気学会全国大会講演論文集,5-80 (2019)
- [4] Yoshifumi Okamoto, Yuki Yamashita, Reiya Suzuki, Hiroyuki Kaimori and Shinji Wakao, "Design Optimization of Rotor Structure in Synchronous Reluctance Motor to Improve Torque Characteristics in Several Driving Conditions Using Topology Optimization," *The 22<sup>nd</sup> International Conference on the Computation of Electoromagnetic Fields* (COMPUMAG2019), PC-A3, Paris, France, July 2019.
- [5] 〇山下祐輝,岡本吉史:「感度解析に基づくトポロジー最適化手法による同期電動機の高トルク・低鉄損化に関する検討」,静止器・回転機合同研究会資料,SA-19-082, RM-19-103, pp. 59-64 (2019)優秀論 文発表賞
- [6] ○山下祐輝,荒瀬浩平,岡本吉史:「永久磁石磁化 方向の変化を考慮したマルチマテリアルトポロジ 一最適化手法による IPM モータの高トルク・低鉄損

構造の導出」,静止器・回転機合同研究会資料, SA-20-021, RM-20-021, pp. 37-42 (2020)

- [7] ○山下祐輝,岡本吉史:「フラックスバリア・鉄芯・ 永久磁石の構造変化を考慮した IPM モータのマル チマテリアルトポロジー最適化」,電気学会全国大 会講演論文集,5-023 (2020)
- [8] 〇子田陸,山下祐輝,岡本吉史:「フーリエ級数展開を援用したマルチマテリアルトポロジー最適化 手法の収束特性改善」,静止器・回転機合同研究会 資料,SA-20-057,RM-20-081 (2020)
- [9] ○片山一哉,山下祐輝,山野眞輝,岡本吉史:「時間領域随伴変数法を用いた磁界・電気回路強連成解析における設計感度解析に関する検討」,電気学会全国大会発表予定(2021)
- [10] ○山野眞輝,<u>山下祐輝</u>,片山一哉,岡本吉史:「磁 気非線形性を考慮した時間領域随伴変数法による 誘導電動機の感度解析に関する検討」,電気学会全 国大会発表予定(2021)
- [11] ○飯野智也,<u>山下祐輝</u>,岡本吉史:「誤差補正を用いた永久磁石同期電動機のコギングトルク解析における計算精度改善に関する検討」,電気学会全国大会発表予定(2021)
- [12] ○子田陸, 山下祐輝, 岡本吉史:「フーリエ級数展開を援用したマルチマテリアルトポロジー最適化 手法の収束特性改善」,静止器・回転機合同研究会 資料, SA-20-057, RM-20-081 (2020)