

動的バイナリーニューラルネットの不動点から周期解への遷移について

KAWAMURA, Yuki / 河村, 勇輝

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

61

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

3

(発行年 / Year)

2020-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00022828>

動的バイナリニューラルネットの不動点から 周期解への遷移について

TRANSITION FROM FIXED POINTS TO PERIODIC ORBITS
IN DYNAMIC BINARY NEURAL NETWORKS

河村勇輝

Yuki KAWAMURA

指導教員 齋藤利通

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士後期課程

A dynamic binary neural network is a simple two-layer network with a delayed feedback. The network is characterized by signum activation function parameters, connection parameters, and integer threshold parameters. Depending on the parameters and initial value, the network can generate various binary periodic orbits and fixed point. The dynamics is represented by a digital return map on a set of lattice points. we considered transition from a target basic periodic orbit to a set of fixed points and a target basic periodic orbit to a periodic orbit with period 2. Performing elementary numerical experiments, we have found two typical patterns.

Key Words : Dynamic binary neural network, Target binary periodic orbit, storage condition

1. はじめに

動的バイナリニューラルネットワーク (DBNN[1][2]) は、2 値ベクトル入力を 2 値ベクトル出力に変換するフィードフォワードネットワークに、遅延フィードバックを適用して構成される。DBNN は、シグナム活性化関数[3] や結合行列、整数しきい値パラメータで特徴づけられる。DBNN は、パラメータや初期値に依存して、様々な 2 値周期軌道を生成することができる。工学的応用として、スイッチング回路の制御信号やセントラルパターンジェネレーター[4][5]などがある。DBNN は、動作の正確な数値解析に適している。DBNN の解析は、非線形現象の基礎研究としても重要であり、工学的応用の基礎としても重要である。

2. 動的バイナリニューラルネットワーク

(1) 動的バイナリニューラルネットワークについて

図 1(a)に動的バイナリニューラルネットワーク (DBNN) の構成を示す。その動作は次式で記述される。

$$x_i^{t+1} = \text{sgn} \left(\sum_{j=1}^{N1} w_{ij} x_j^t + b_i \right), \quad i = 1 \sim N \tag{1}$$

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} +1 & \text{for } x \geq 0 \\ -1 & \text{for } x < 0 \end{cases}$$

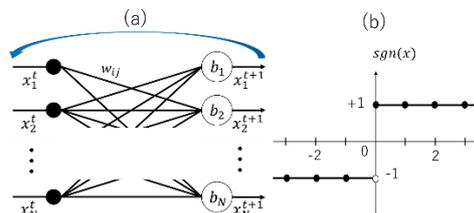


図 1 動的バイナリニューラルネット (DBNN)
(a) ネットワーク図 (b) シグナム活性化関数

ただし、 $x^t \equiv (x_1^t, \dots, x_N^t)$, $x_i^t \in \{-1, +1\}$ は離散時間 t における 2 値状態ベクトルであり、 x_i^t は x^t の i 番目の要素である。 N はセル数を示す。結合パラメータの非対角要素は 3 値 $w_{ij} \in \{-1, 0, +1\}$, $i \neq j$, 対角要素は整数値 $w_{ii} \in \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$, しきい値パラメータは整数値 $b_i \in \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ である。図 1(b)に示すように、シグナム活性化関数 $\text{sgn}(0)$ は -1 または $+1$ を出力する関数である。本論文では、結合行列を $W = (w_{ij})$, しきい値ベクトルを $B = (b_1, \dots, b_N)$ と略記する。

式(1)DBNN の動作は、 $x^{t+1} = F(x^t)$ 略記する。 F は B^N ($B \equiv \{-1, +1\}$) から B^N への写像である。 B^N は 2^N 個の点の集合 $L_N = \{C_1, \dots, C_{2^N}\}$ と同様である。

N=4 の場合は, $L_4 = \{C_1, \dots, C_{16}\}$, $C_1 \sim C_{16} = (-1, -1, -1, -1) \sim (+1, +1, +1, +1)$ となる.

DBNN の呈する現象に定義を与える. ある点 x_p が, $x_p = F^p(x_p), x_p \neq F^l(x_p)$ for $1 \leq l < p$ を満たし, $F^1(x_p) \sim F^p(x_p)$ がすべて異なる点のとき, x_p を周期 p の周期点(BPP)と呼ぶ. ただし, f_p は p 回合成写像である. BPP の系列 $\{F(x_p), \dots, F^p(x_p)\}$ を周期 p の周期軌道と呼ぶ. 特に $x_p = F(x_p)$ となる点を不動点 (FP)と呼ぶ.

(2) 埋め込み条件

M 個の所望記憶を TBPO として埋め込む場合について考える:[1][2]

$$\begin{aligned} & \xi^1, \dots, \xi^p, \dots \\ & \xi^l \equiv (\xi_1^l, \dots, \xi_N^l), \xi_i^l \in \{-1, +1\} \\ & \begin{cases} \xi^i = \xi^j & \text{for } |i - j| \bmod M = 0 \\ \xi^i \neq \xi^j & \text{for } |i - j| \bmod M \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

結合パラメータとしきい値パラメータが次式の生成条件を満たすことで, TBPO を DBNN に生成することができる.

$$E_i < b_i < F_i \quad \text{for all } i$$

$$E_i = \max_l \left\{ \sum_{j=1}^N w_{ij} \xi_j^l \right\} \text{ for } l \text{ such that } \xi_i^{l+1} = +1 \quad (3)$$

$$F_i = \min_l \left\{ \sum_{j=1}^N w_{ij} \xi_j^l \right\} \text{ for } l \text{ such that } \xi_i^{l+1} = -1$$

また, M 個の所望記憶を FPs として埋め込む場合について考える:[6]

$$\begin{aligned} & z^l = F(z^l), l = 1 \sim M \\ & z^1 \equiv (z_1^1, \dots, z_N^1), \dots, z^M \equiv (z_1^M, \dots, z_N^M) \\ & z_i^l \in \{-1, +1\} \end{aligned} \quad (4)$$

結合パラメータとしきい値パラメータが次式の生成条件を満たすことで, FPs を DBNN に生成することができる.

$$L_i < b_i < R_i$$

$$L_i = \max_l \left\{ - \sum_{j \neq i}^N w_{ij} z_j^l \right\} \text{ for } l \text{ such that } z_i^l = +1 \quad (5)$$

$$R_i = \min_l \left\{ - \sum_{j \neq i}^N w_{ij} z_j^l \right\} \text{ for } l \text{ such that } z_i^l = -1$$

M 個の所望記憶を 2BPO として埋め込む場合について考える:

$$\begin{aligned} & \zeta^1, \dots, \zeta^p, \dots \\ & \zeta^l \equiv (\zeta_1^l, \dots, \zeta_N^l), \zeta_i^l \in \{-1, +1\} \\ & \begin{cases} \zeta^i = \zeta^j & \text{for } |i - j| \bmod 2 = 0 \\ \zeta^i \neq \zeta^j & \text{for } |i - j| \bmod 2 \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

結合パラメータとしきい値パラメータが次式の生成条件を満たすことで, 2BPO を DBNN に生成することができる.

$$G_i < b_i < H_i \quad \text{for all } i$$

$$G_i = \max_l \left\{ \sum_{j=1}^N w_{ij} \zeta_j^l \right\} \text{ for } l \text{ such that } \zeta_i^{l+1} = -1 \quad (7)$$

$$H_i = \min_l \left\{ \sum_{j=1}^N w_{ij} \zeta_j^l \right\} \text{ for } l \text{ such that } \zeta_i^{l+1} = +1$$

3. 数値実験

簡単化のため, 結合パラメータの対角成分を変えた場合の状態変化を解析する. 対角成分の結合行列を変化させるためにパラメータを定義する.

$$W = W_s + kI \quad (8)$$

ただし, パラメータ k は整数値 $k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$ とする. このパラメータ k において, $k=0$ の時は TBPO を生成し, $k=k_{\max}$ の時は FPs となる. また, $k=k_{\min}$ のときは 2BPO が生成される.

所望記憶として用いる DC/AC コンバータの制御信号 (TBPO1) と AC/DC コンバータの制御信号 (TBPO2) を以下に示す.

表 1 DC/AC コンバータの制御信号(TBPO1)

z^1	+1	-1	-1	-1	+1	+1
z^2	+1	+1	-1	-1	-1	+1
z^3	+1	+1	+1	-1	-1	-1
z^4	-1	+1	+1	+1	-1	-1
z^5	-1	-1	+1	+1	+1	-1
z^6	-1	-1	-1	+1	+1	+1

表 2 AC/DC コンバータの制御信号(TBPO2)

z^1	+1	-1	-1	-1	-1	+1
z^2	+1	+1	-1	-1	-1	-1
z^3	-1	+1	+1	-1	-1	-1
z^4	-1	-1	+1	+1	-1	-1
z^5	-1	-1	-1	+1	+1	-1
z^6	-1	-1	-1	-1	+1	+1

それぞれの TBPO の生成条件を満たす結合パラメータとしきい値パラメータを以下に示す。

TBPO1

$$W = \begin{pmatrix} +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 \end{pmatrix}$$

$$B = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

TBPO2

$$W = \begin{pmatrix} +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 \end{pmatrix}$$

$$B = (-2 \ -2 \ -2 \ -2 \ -2 \ -2)^T$$

パラメータ k を変化させた遷移結果を表 3,4 に示す。

表 3 パラメータ k を正の方向に変化させた場合

k	0	1	2	3
TBPO1	TBPO	TBPO	12BPO	FPs
TBPO2	TBPO	TBPO	12BPO	FPs

表 4 パラメータ k を負の方向に変化させた場合

k	0	-1	-2	-3
TBPO1	TBPO	TBPO	4BPO	3BPO
TBPO2	TBPO	TBPO	4BPO	3BPO
k	-4	-5	-6	-7
TBPO1	3BPO	3BPO	EPPs	2BPO
TBPO2	3BPO	3BPO	2BPO	2BPO

表 3,4 から $-2 < k < 2$ において、式(3)を満たしているため TBPO が生成できている。

k=2 において、式(3),(5)のどちらも満たすことができなくなり 12 周期の BPO が生成された。

k=3 において、式(5)を満たしたため FPs が生成された。

k=-2 において、式(3),(7)のどちらも満たさないため 4 周期の BPO(4BPO)が 3 つ生成された。

$-5 \leq k \leq -3$ において、式(3),(7)のどちらも満たさないため 3 周期の BPO(3BPO)が 2 つ生成された。

k=-6 において、TBPO1 は EPPs となり、TBPO2 は 2BPO が 6 つ生成された。

k=7 において、TBPO1 は 2BPO が 3 つ生成され、TBPO2 は 2BPO が 6 つ生成された。

4. むすび

DBNN において、TBPO が生成できる結合パラメータを変化させることで、TBPO から FPs や 2BPO への遷移を調べた。また、2つのパターンの遷移が存在することを確認した。今後の課題として、さらなる動作解析や工学的応用などが挙げられる。

参考文献

- 1) R. Sato and T. Saito, Stabilization of desired periodic orbits in dynamic binary neural networks, Neurocomputing, 248, pp.19-27, 2017.
- 2) S. Koyama, S. Aoki, and T. Saito, Simple feature quantities for analysis of periodic orbits in dynamic binary neural networks, IEICE Trans. Fundamentals, E101-A, pp.727-730, 2018.
- 3) D. L. Gray and A. N. Michel, A training algorithm for binary feed forward neural networks, IEEE Trans. Neural Netw., 3, 2, pp. 176-194, 1992.
- 4) P. Ramdya, R. Thandiackal, R. Cherney, T. Asselborn, A. J. Ljsspeert and D. Floreano, Climbing favours the tripod gait over alternative faster insect gaits, Nature Communications, 8, 14494, 2017.
- 5) A. Lozano, M. Rodriguez, R. Roberto Barrio, Control strategies of 3-cell central pattern generator via global stimuli, Scientific Reports, 6, 23622, 2016.
- 6) K. Araki and T. Saito, An Associative Memory Including Time-Variant Self-Feedback, Neural Networks, 7, 8, pp. 1267-1271, 1994.