通貨オプションの裁定取引の理論的分析

アチラヤパン, ヤンヨンウィット / ACHIRAYAPHAN, Yanyongvit

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院理工学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編
(巻 / Volume)
60
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
8
(発行年 / Year)
2019-03-31
(URL)
https://doi.org/10.15002/00022097

通貨オプションの裁定取引の理論的分析

Theoretical analysis of arbitrage transactions of currency options

アチラヤパン　ヤンヨンウィット
Yanyongvit ACHIRAYAPHAN
指導教員　浦谷　規

法政大学大学院理工学研究科システム理工学専攻修士課程

In this thesis we introduce currency market options as a means of covering the risk of arbitrage transactions and analyze the feasibility of profitable arbitrage transactions and the compounding of profits under an alternative operating framework. We consider a way for a reasonable investor to generate risk-free benefits by covering risk exposures using the call and put options. The conditions for such benefits are first derived and this profit can be significantly compounded by repeating the transaction process. These results are extended to the case where transaction costs exist.

Key Words *: Arbitrage, Currency options, Interest rate parity, Transaction costs*

1.　はじめに

オプション, 先物, 先渡し, スワップなどは, その単純な形でも合成の形でも, リスクをカバーし, 投機的な利益を増やすためのさまざまな機会を提供してきた. オプション, 先物, およびその他のデリバティブ証券は, 金融市場における投機の結果として広く使用されていてこれらの証券の使用の範囲は継続的な研究の対象となっている.

本論文では, リスクを想定せずにトレーダーが自分の取引の戦略から利益を得ることができる条件, および反復の取引の際にオプションでカバーされる裁定取引を介して利益を増やす方法を導き出す. 基本的な結果を導き出すために, まず取引コストを控除して分析の構造を単純化する. この単純化された構造で結果が導き出され, 後に外国為替相場の売値と買値を導入し, 投資家が銀行に資金を預け入れたときに銀行が与える利子の預け入れと借り入れレートによって取引コストを考慮した裁定取引の変化を明らかにする.

2.　取引コストなしの通貨オプションの裁定取引

S　=　スポットレートの交換
X_p　=　1ヶ月のプットオプションの行使価格
P　=　そのプットプレミアム
r　=　(国内) 1ヶ月金利
r^*　=　(外国) 1ヶ月金利

(2.1)　裁定取引の利益

1) $\$M$ ドルを持っている投資家, 金利 r でつまり $\$M$ を借りることができるとする.

2)　投資家の $\$M$ ドルを, スポットレートで EURO に

変換し，$\left(\frac{M}{S}\right)$ EURO を r^* で市場に投資し， １ヶ月後には満期で $\left(\frac{M}{S}\right)\left(1+r^*\right)$ になる．この EURO にはリスクがない．

３）$\$M$ ドルで投資を始めたこの投資家は X_P レートで $\left(\frac{M}{S}\right)\left(1+r^*\right)$ EURO を売ることによって、購入したプットオプションを行使し、$\left(\frac{M}{S}\right)\left(1+r^*\right)\left(X_P-P\left(1+r\right)\right)$ の金額をアメリカドルで受け取る．

４）投資家はプットオプションを購入し， １ヶ月後に $P\left(1+r\right)$ に等しくなり， 元の $\$M$ の金額（資金）は $\$M\left(1+r\right)$ の元利合計になるので， この場合， １ヶ月後の利潤は $\left(\pi_1\right)$ によって計測される．

$$\pi_1=\frac{M}{S}\left(1+r^*\right)\left(X_P-P\left(1+r\right)\right)-M\left(1+r\right)$$

$$=M\left[\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)\right] \qquad (2.1)$$

(2.2)　**裁定取引利益の段階**

ここで $\pi_1>0$ の場合を考える． これから１ヶ月後に投資家の銀行口座にある利益の現在価値を考える． それを $\frac{\pi_1}{(1+r)}\equiv\pi_{1(0)}$ とする． したがって

$$\pi_{1(0)}=\left(\frac{M}{1+r}\right)\left[\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)\right] \qquad (2.3)$$

この金額は手元にあるので， 投資家は市場のデータを把握して， 新たに作られた資本 $\pi_{1(0)}$ を使ってもう１回の裁定取引を行う（２回目）． この２回目の継続では，投資家は金額 π_2 を生成する． それは次のようになる．

$$\pi_2=\left(\frac{M}{1+r}\right)\left[\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)\right]^2$$

そして２回目の現在価値を考える．

それを $\frac{\pi_2}{(1+r)}\equiv\pi_{2(0)}$ とする． したがって

$$\pi_{2(0)}=\left(\frac{M}{\left(1+r\right)^2}\right)\left[\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)\right]^2$$

$$=\left(\frac{M}{\left(1+r\right)}\right)\left[\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)\right]$$

$$\times\left[\frac{\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)}{\left(1+r\right)}\right]^{2-1} \qquad (2.4)$$

同様の操作は， i 回目の繰り返しで得られる．

$$\pi_{i(0)}=\left(\frac{M}{\left(1+r\right)}\right)\left[\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)\right]$$

$$\times\left[\frac{\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)}{\left(1+r\right)}\right]^{i-1} \qquad (2.5)$$

すべての連続の繰り返し $(i=1,2,3,\ldots,n)$ の合計は次の式になる．

$$\pi_0^*=\sum_{i=1}^{n}\pi_{i(0)}=\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\frac{M}{\left(1+r\right)}\right)\left[\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)\right]\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)}{\left(1+r\right)}\right]^{i-1}\right\}$$

$$=\left(\frac{M}{\left(1+r\right)}\right)\left[\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)\right]\left(\frac{1-\alpha^n}{1-\alpha}\right) \qquad (2.6)$$

ここで

$$\alpha\equiv\left[\frac{\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-\left(1+r\right)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)}{1+r}\right]$$

ここで，$\left(\frac{1-\alpha^n}{1-\alpha}\right)$ は裁定取引の利益の第１回目の現在価値の n 回の乗数であり， (i) 式から見ることができるよ

うに，n 回目の（n 回とは対照的に）裁定取引の乗数が定義される．

$\alpha<1$ と $n\to\infty$ の場合，これの２つの乗数から，利益は次の上限に収束する．

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\pi_0{}^*}{\pi_0{}^{**}}=\pi_{1(0)}\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)$$

ただし，

$$\pi_0{}^{**}=\left(\frac{M}{(1+r)}\right)\left[\frac{X_P}{S}\left(1+r^*\right)-(1+r)\left(\frac{P}{S}\left(1+r^*\right)+1\right)\right]\left(\frac{1}{1-\alpha}\right) \quad (2.7)$$

$\alpha>1$ と $n\to\infty$ の場合，利益のレーベルは漸近で無限大に近づく．つまり，裁定取引の利益は無限大になる．

3. 利用可能な資金での裁定取引の利益

第 2.2 節では投資家はオプションカバー付きの第２回目の繰り返しの裁定取引に $\pi_{1(0)}$ のみを利用し，第 i 回目では $(i-1)$ 回目に得た利益のみを使うことが特徴である．

第２回目により，合理的に収益性高い戦略には投資家が（$\pi_{1(0)}$ の代わりに）$\left(M+\pi_{1(0)}\right)$ 金額で戦略を使用するものである．第２回目で次の利益のレーベルに変える．

$$\hat{\pi}_{2(0)}=\left(\frac{1}{1+r}\right)\left\{\frac{\left(M+\pi_{1(0)}\right)}{S}\left(1+r^*\right)\left(X_P-P(1+r)\right)-\left(M+\pi_{1(0)}\right)(1+r)\right\}$$
$$=M\alpha(1+\alpha) \quad (3.1)$$

そして i 回目では利益のレーベルは次のようになる．

$$\hat{\pi}_{i(0)}=\left(\frac{1}{1+r}\right)\left\{\frac{\left(M+\pi_{1(0)}+\pi_{2(0)}+\ldots+\pi_{i-1(0)}\right)}{S}\left(1+r^*\right)\left(X_P-P(1+r)\right)\right.$$
$$\left.-\left(M+\pi_{1(0)}+\pi_{2(0)}+\ldots+\pi_{i-1(0)}\right)(1+r)\right\}$$
$$=M\alpha(1+\alpha)^{i-1} \quad (3.2)$$

この連続の繰り返し $(i=1,2,3,\ldots,n)$ の合計はこの変更された状況で次の式となる．

$$\hat{\pi}_0{}^*=\sum_{i=1}^{n}\hat{\pi}_{i(0)}=\sum_{i=1}^{n}M\alpha(1+\alpha)^{i-1}$$
$$=M\alpha\left[\frac{1-(1+\alpha)^n}{1-(1+\alpha)}\right] \quad (3.3)$$

$\alpha>0$，$(1+\alpha)>1$ の場合，$\hat{\pi}_0{}^{**}\left(\equiv\lim_{n\to\infty}\hat{\pi}_0{}^*\right)$ は無限大である．したがって，投資家は市場の不整合を全面的に利用して無限の利益を生み出すことができる．

4. 利用可能な資金での裁定取引の利益：真の尺度

$\pi_{1(0)}$ は投資家のお金であるため，利潤の計算で差し引かれる資本コストの計算でこの金額に利息の費用を含める必要はないので，このときの第２回目の利益の計測を（$\left(\tilde{\pi}_{2(0)}\right)$ すると）．

$$\tilde{\pi}_{2(0)}=\left(\frac{1}{1+r}\right)\left\{\frac{\left(M+\pi_{1(0)}\right)}{S}\left(1+r^*\right)\left(X_P-P(1+r)\right)-M(1+r)\right\}$$
$$=M\alpha^2 \quad (4.1)$$

同様に，i 回目で利益を求めると，

$$\tilde{\pi}_{i(0)}=\left(\frac{1}{1+r}\right)\left\{\frac{\left(M+\pi_{1(0)}+\pi_{2(0)}+\ldots+\pi_{i-1(0)}\right)}{S}\left(1+r^*\right)\left(X_P-P(1+r)\right)\right.$$
$$\left.-M(1+r)\right\}$$
$$=M\alpha^i \quad (4.2)$$

n 回の累積の利益は次のとおりとなる．

$$\tilde{\pi}_0^{\ *} = \sum_{i=1}^{n} \tilde{\pi}_{i(0)} = \sum_{i=1}^{n} M\alpha^i$$
$$= M\alpha\left(\frac{1-\alpha^n}{1-\alpha}\right) \qquad (4.3)$$

5. 取引費用があるときの通貨オプションの裁定取引

S^B ＝ 入札の為替のスポットレート

X_P^T ＝ 仲介手数料を含む１ヶ月のプットオプションの行使価格

P^T ＝ $P(1+t)$に等しい仲介手数料を含むプットプレミアム．ここで，tは取引における手数料の価額を測定する．

r_B ＝ （国内の借入金）１ヶ月金利

r_D^* ＝ （外国の預金）１ヶ月金利

投資家が$\$M$ ドルを借りて，第２節で行ったのと同じ操作を行った場合， 第１回目の利益は次の式で測定される．

$$\pi_1^T = M\left[\frac{X_P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)-\left(1+r_B\right)\left(\frac{P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)+1\right)\right] \qquad (5.1)$$

ここで， π_1^T は第１回目の裁定取引の利益を取引の費用とともに表したものである．

$\frac{\pi_1^T}{(1+r_B)} \equiv \pi_{1(0)}^T$ は取引コストによる裁定取引の利益の第１回目の現在価値である．

$$\pi_{1(0)}^T = \left(\frac{M}{1+r_B}\right)\left[\frac{X_P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)-\left(1+r_B\right)\left(\frac{P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)+1\right)\right] \qquad (5.2)$$

ここでは， 第 2.2 節と同じ手順で取引コストのもとでi回目の金利は次の式を得ることができる．

$$\pi_{i(0)}^T = \left(\frac{M}{\left(1+r_B\right)^i}\right)\left[\frac{X_P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)-\left(1+r_B\right)\left(\frac{P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)+1\right)\right]^i$$

$$= \left(\frac{M}{\left(1+r_B\right)}\right)\left[\frac{X_P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)-\left(1+r_B\right)\left(\frac{P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)+1\right)\right]$$
$$\times\left[\frac{\frac{X_P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)-\left(1+r_B\right)\left(\frac{P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)+1\right)}{1+r_B}\right]^{i-1} \qquad (5.3)$$

それゆえ

$$\pi_0^{T^*} = \sum_{i=1}^{n} \pi_{i(0)}^T$$
$$= \left(\frac{M}{\left(1+r_B\right)}\right)\left[\frac{X_P^T}{S}\left(1+r_D^*\right)-\left(1+r_B\right)\left(\frac{P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)+1\right)\right]\left(\frac{1-\left(\alpha^T\right)^n}{1-\alpha^T}\right) \qquad (5.4)$$

ここで，

$$\alpha^T \equiv \left[\frac{\frac{X_P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)-\left(1+r_B\right)\left(\frac{P^T}{S^B}\left(1+r_D^*\right)+1\right)}{1+r_B}\right]$$

第３節， 第４節の取引コストの導出は単純であるが，本節に示した最終の形態は投資家にとって非常に重要である． 取引コストの下で繰り返しごとに利益が減少し，繰り返すラウンドが増加するごとく， 利益のレーベルを低下させ， 場合によっては， 利益が完全に消えてしまったり，損失に転じたりすることもある．

6. 裁定取引利益の変化

変数の変化がいかにして裁定取引と利益に変化を与えるか，ついて調べる．

(6.1) 手数料率の大きさと利益

手数料率Δが増えていったら， 裁定取引の変化がどうなるかを知るために$\pi_{1(0)}^T$式を微分して条件を調べる．

借入金利を，

$$1+r_B=e^{r+\Delta}$$

貸出金利を，

$$1+r_D^*=e^{r^*-\Delta}$$

とする． そのときの利益は(5.2)式を使って$\pi_{1(0)}^T$式に手数料率を代入すると，次のようになる．

$$\pi_{1(0)}^T=\left(\frac{M}{e^{r+\Delta}}\right)\left[\frac{X_P^T}{S^B}e^{r^*-\Delta}-e^{r+\Delta}\left(\frac{P^T}{S^B}e^{r^*-\Delta}+1\right)\right]$$

$$=M\left[\frac{X_P^T}{S^B}e^{r^*-r-2\Delta}-\frac{P^T}{S^B}e^{r^*-\Delta}-1\right] \qquad (6.1)$$

$\pi_{1(0)}^T$式をΔで微分すると，次のようになる．

$$\frac{\partial\pi_{1(0)}^T}{\partial\Delta}=M\left[\frac{X_P^T}{S^B}\left(-2e^{r^*-r-2\Delta}\right)-\frac{P^T}{S^B}\left(-e^{r^*-\Delta}\right)\right]$$

$$=\frac{M}{S^B}e^{r^*-\Delta}\left[P^T-2X_P^Te^{-r-\Delta}\right]$$

国内の金利と手数料については

$$P^T-2X_P^Te^{-r-\Delta}<0$$

$$\Delta<\log\frac{2X_P^T}{P^T}-r$$

手数料率は上の式以下であれば， 裁定取引が減少関数となる．

$\pi_{1(0)}^T>0$の場合，

$$\Delta<\log\frac{2X_P^T}{P^T}-r$$

$\pi_{1(0)}^T<0$の場合，

$$\Delta>\log\frac{2X_P^T}{P^T}-r$$

したがって

$$1+r_B=e^{r+\Delta}<\frac{2X_P^T}{P^T}$$

になる．

(6.2) 行使価格とプット価格の為替レート比率と利益

行使価格とプット価格の為替レート比率がそれぞれどう変わるかを知るためにxとyを決めて$\pi_{1(0)}^T$式をそれぞれ微分して条件を調べる．

行使価格の為替レート比率を，

$$x=\frac{X_P^T}{S^B}$$

プット価格の為替レート比率を，

$$y=\frac{P^T}{S^B}$$

とする． そのときの利益は(5.2)式を使って，$\pi_{1(0)}^T$式を第 6. 1 節のように代入して変形すると，次の式になる．

$$\pi_{1(0)}^T=M\left[xe^{r^*-r-2\Delta}-ye^{r^*-\Delta}-1\right]$$

$\pi_{1(0)}^T$式をxで微分すると，次のようになる．

$$\frac{\partial\pi_{1(0)}^T}{\partial x}=M\left[e^{r^*-r-2\Delta}\right]$$

$$= M\left[\frac{1+r_D^*}{1+r_B}\right]$$

利益については

$$\frac{1+r_D^*}{1+r_B} > 0$$

上の式から行使価格の為替レート比率が減少したら， 利益が下がる.

次に， $\pi_{1(0)}^T$ 式を y で微分すると，次のようになる.

$$\frac{\partial \pi_{1(0)}^T}{\partial y} = M\left[-e^{r^*-\Delta}\right]$$

$$= M\left[-\left(1+r_D^*\right)\right]$$

利益については

$$-\left(1+r_D^*\right) < 0$$

プット価格の為替レート比率が上がったら， 利益が減少する.

(6. 3)　為替レートの変化と利益

為替レート S^B が増えていったら， 利益の変化がどうなるかを知るために $\pi_{1(0)}^T$ を微分して条件を調べる.
そのときの利益は (5.2) 式を使って $\pi_{1(0)}^T$ 式に借入金利と貸出金利の条件を代入して変形すると，(6.1) のような式になる.

$$\pi_{1(0)}^T = M\left[\frac{X_P^T}{S^B}e^{r^*-r-2\Delta} - \frac{P^T}{S^B}e^{r^*-\Delta} - 1\right]$$

$$= M\left[S^{B^{-1}}X_P^T e^{r^*-r-2\Delta} - S^{B^{-1}}P^T e^{r^*-\Delta} - 1\right]$$

$\pi_{1(0)}^T$ 式を S^B で微分すると，次のようになる.

$$\frac{\partial \pi_{1(0)}^T}{\partial S^B} = M\left[-S^{B^{-2}}X_P^T e^{r^*-r-2\Delta} + S^{B^{-2}}P^T e^{r^*-\Delta}\right]$$

$$= \frac{M}{S^{B^2}}e^{r^*-\Delta}\left[P^T - X_P^T e^{-r-\Delta}\right]$$

国内の金利と為替レートについてはもしも

$$P^T - X_P^T e^{-r-\Delta} < 0$$

$$P^T - \frac{X_P^T}{1+r_B} < 0$$

であるなら，利益は減少する.
したがって，為替レートが増えると，

$$P^T < \frac{X_P^T}{1+r_B}$$

であるとき， $\pi_{1(0)}^T$ は減少する．為替レートが下がると，

$$P^T > \frac{X_P^T}{1+r_B}$$

$\pi_{1(0)}^T$ は増加する.

(6. 4)　為替レートの変化と利益：真の尺度

為替レート S^B が変わったら，為替レートの関係や裁定取引の変化などがどうなるかを知るために P^T の代わりにブラックショールズ式を使って $\pi_{1(0)}^T$ 式を微分して条件を調べる.

まず， そのときの利益は (6.1) 式を使って $\pi_{1(0)}^T$ 式を S^B で微分すると，次のようになる.

$$\frac{\partial \pi_{1(0)}^T}{\partial S^B} = M\left[\frac{\partial\left(S^{B^{-1}} e^{r^*-r-2\Delta} X_P^T\right)}{\partial S^B}\right.$$

$$\left.-\left(\frac{S^{B^{-1}} e^{r^*-\Delta} \partial P^T}{\partial S^B} + \frac{P^T \partial\left(S^{B^{-1}} e^{r^*-\Delta}\right)}{\partial S^B}\right) - \frac{\partial 1}{\partial S^B}\right] \qquad (6.2)$$

次に，$\frac{\partial P^T}{\partial S^B}$ について先に計算する．

修正ブラックショールズ式（連続配当率モデル）により，プットオプション価格は次のとおりである．

$$P^T = E_Q\left[\left(X_P^T e^{-rT} - S^B e^{-r^*T}\right)^+\right]$$

プットオプションのペイオフをインディケータ関数を用いて表すと，

$$P^T = E_Q\left[X_P^T e^{-rT} 1_{\left\{X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right\}}\right] - E_Q\left[S^B e^{-r^*T} 1_{\left\{X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right\}}\right]$$

となる．右辺の第１項は Q の下での期待値であり，

$$E_Q\left[X_P^T e^{-rT} 1_{\left\{X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right\}}\right] = X_P^T e^{-rT} E_Q\left[1_{\left\{X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right\}}\right]$$

$$= X_P^T e^{-rT} Q\left(X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right)$$

となる．

第２項を確率変換を利用して計算する． 新しい同値確率測度 Q^{S^B} のラドン・ニコディム密度を

$$\frac{dQ^{S^B}}{dQ} = \frac{S^B(T) e^{-r^*T}}{S^B(0)}$$

によって定義すると，第２項は

$$E_Q\left[S^B e^{-r^*T} 1_{\left\{X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right\}}\right] = E_Q\left[\frac{dQ^{S^B}}{dQ} 1_{\left\{X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right\}}\right] S^B(0)$$

$$= S^B(0) Q^{S^B}\left(X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right)$$

となる．したがって，

$$P^T = X_P^T e^{-rT} Q\left(X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right) - S^B(0) Q^{S^B}\left(X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right)$$

P^T を S^B で微分すると，次のようになる．

$$\frac{\partial P^T}{\partial S^B} = -Q^{S^B}\left(X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right) \qquad (6.3)$$

したがって，(6.2) 式の $\frac{\partial P^T}{\partial S^B}$ のところに (6.3) 式を代入して計算すると，

$$\frac{\partial \pi_{1(0)}^T}{\partial S^B} = M\left[-S^{B^{-2}} X_P^T e^{r^*-r-2\Delta}\right.$$

$$\left.-\left(S^{B^{-1}} e^{r^*-\Delta}\left(-Q^{S^B}\left(X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right)\right) + P^T\left(-S^{B^{-2}} e^{r^*-\Delta}\right)\right)\right]$$

$$= M\frac{e^{r^*-\Delta}}{S^{B^2}}\left[S^B Q^{S^B}\left(X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right) + P^T - X_P^T e^{-r-\Delta}\right]$$

為替レートの関係については

$$S^B Q^{S^B}\left(X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right) + P^T - X_P^T e^{-r-\Delta} < 0$$

$$Q^{S^B}\left(X_P^T e^{-rT} > S^B e^{-r^*T}\right) < \frac{\frac{X_P^T}{1+r_B} - P^T}{S^B}$$

(6.3) 式から，

$$\frac{\partial P^T}{\partial S^B} > -\left(\frac{\frac{X_P^T}{1+r_B} - P^T}{S^B}\right)$$

$$\frac{\partial P^T}{\partial S^B} > \frac{P^T - \frac{X_P^T}{1+r_B}}{S^B}$$

上の式で(6.3)式の比率が大きければ，利益が減少する．逆に(6.3)式の比率が小さければ，

$$\frac{\partial P^T}{\partial S^B} < \frac{P^T - \frac{X_P^T}{1+r_B}}{S^B}$$

利益が増加する．

7. 結論

本研究では，取引コストなしの通貨オプションの裁定取引について考えて国内の金利と外国の金利を合わせて投資して利益をとる戦略である．更にその利益を使ってi回目までの利益を予測すると，利益のレーベルが無限大に近づく．つまり，裁定取引の利益が無限大になることがわかった．次は得た利益を使うという戦略を考える．それは２回目からのとき，資本だけではなく１回目の利益を含めてi回目までの利益を予測して市場の不整合を全面的に利用して無限の利益を生み出すことができることがわかった．また，利潤の計算のときに差し引かれる資本コストの計算で利息の費用を含めない場合も考えた．次に取引費用があるときの通貨オプションの裁定取引について考えると，取引コストのもとでi回目の利益を予測して利益のレーベルを低下させ，場合によって利益が消えてしまったり，損失に転じたりすることが明らかにわかった．

裁定取引の利益は手数料率の変化によって判断する場合は，手数料率が小さければ，裁定取引が減少関数となることが第 6.1 節でわかった．行使価格とプット価格の為替レート比率の変化によって判断する場合は行使価格の為替レート比率が減少したら，利益が下がる．また，プット価格の為替レート比率が上がったら，利益が減少することもわかった．為替レートの変化によって判断する場合は為替レートが増えると，裁定取引が減少する．また，為替レートが下がると，裁定取引が増加することがわかった．最後にブラックショールズ式を使って為替レートの変化によって判断する場合は(6.3)式の比率が大きければ，利益が減少する．また，(6.3)式の比率が小さければ，利益が増加することがわかった．

参考文献

[1] Alexander Tepper, Deviations from Covered Interest Rate Parity, (2017), 8.

[2] Dilip K. Ghosh, Dipasri Ghosh, Covered arbitrage with currency options: A theoretical analysis, (2005), 88-95.

[3] James Pinnington and Maral Shamloo, Limits to Arbitrage and Deviations from Covered Interest Rate Parity, (2016), 3.

[4] Menzie D. Chinn, Two Essays in International Finance Interest Rate Parity and the Forward Premium Puzzle, (2007), 1.

[5] Covered Interest Rate Parity (CIRP), (http://www.econ.boun.edu.tr).

[6] 有馬秀次，オプション取引入門講座第 9 回ブラック・ショールズ・モデル，(https://www.findai.com).

[7] 浦谷 規，無裁定理論とマルチンゲール，(2005), 124.

[8] カバー付き金利平価，(http://www.econ.kyoto-u.ac.jp).

[9] ブラックショールズ・モデルによるオプション価格，(http://www.aksystem.jp).

[10] ブラックショールズモデルとその応用，(https://www.sigmabase.co.jp).