法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-01-20

定員制約を持つ配属問題に対するマッチングメカニズムの設計と性能分析

Maruko, Ryosuke / 丸古, 凌介

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院情報科学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要. 情報科学研究科編
(巻 / Volume)
14
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
6
(発行年 / Year)
2019-03-31
(URL)
https://doi.org/10.15002/00021949

定員制約を持つ配属問題に対する
マッチングメカニズムの設計と性能分析
Design and Analysis of Matching Mechanism for Quota Constraints

丸古　凌介
Ryosuke Maruko
法政大学大学院情報科学研究科情報科学専攻
E-mail:17T0021@cis.k.hosei.ac.jp

Abstract

Research on matching problems is one of the spotlighting areas of game theoretic mechanism design. In the matching problems where a set of preferable assignments is determined for both laboratory and students who have preferences for each other, fairness, non-wastefulness, and strategy-proofness (SP) are used as evaluation criteria. In previous researches, DA, PLDA-RQ, SDRQ, MSDARQ and ADA was proposed corresponding to those under hierarchical regional constraint. These mechanisms decide assignments by using priority orders, PL and ML. Many complaints arise when the order doesn't suit to actual preferences. This paper first proposes a mechanism to take an approach to bring a priority order closer to that of the actual preferences, PLDA-r2, PLDA-Div. These mechanisms, involving the proposed mechanisms, however only deal with one-time assignment. In another word, they can't solve the problem of determining multiple assignments without duplication. Therefore, I expand the model and propose a criterion formula whether it is possible to assign them multiple times. Then, I propose a mechanism corresponding to twice assignment problem, SDTA, which uses the criterion formula and an idea of SDRQ. I evaluate it through simulation experiments to compare the validity of proposed mechanism with the previous mechanism.

1. まえがき

マッチング問題はゲーム理論的メカニズムデザインの問題である．マッチング問題は学生や研究室が互いに選好を持っている際に，両者にとって好ましい組み合わせを決定する分野である．マッチングに関して，公平性，非浪費性，戦略的操作不可能性という評価基準が存在し，これらの基準や制約を満たしながら組み合わせを決定するメカニズムを設計することが研究の目的である．

古くからの研究として，研究室個別の上限制約下で 3 つの評価基準を満たすDAがある[2]．DAは研究室個別の上限制約下だけを扱う為，地域制約に対応できない．そこで，DA の知識を活用した公平性を満たす PLDA-RQ と呼ばれる階層的地域上下限制約を扱うメカニズムが倉田らによって提案された[4]．また，非浪費性を満たす SDRQ，MSDARQ[3]，ADA[7]といったメカニズムも提案されている．

PLDA-RQ では学生を研究室に割り当てる際に，学生の選好とは相関のない研究室の順序を利用する．また，SDRQ，MSDARQ，ADA では研究室の選好と相関の無い学生の順序を用いる．これらの順序上で人気のない学生や研究室が上位になった場合に，割り当てられた学生が不満を持つ可能性が存在する．本稿では，これらの順序の問題を解決するメカニズムを提案する．

また，マッチングの多くの先行研究では単一回だけの割り当てを決定する問題を対象としている．しかし，複数回の重複の無い割り当てを決定する問題に拡張した時，上述のメカニズムを利用すると，2 回目以降の割り当てが決定できなくなる問題が存在してしまう．本稿では，複数回のマッチングの問題に対して，解の存在可能性の条件式を示し，その式を活用した 2 回マッチング問題に対応するメカニズムを提案し，検証する．

2. マッチング問題

2.1. モデル

文献[3]と[4]に基づきマッチングを $(S, L, R, p, q, \succ_S, \succ_L)$ の組で定義する．$S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$は学生集合であり，$|S| = n$である．$L = \{l_1, l_2, \dots, l_m\}$は研究室集合で，$|L| = m$であり，$R = \{r_1, r_2, \dots\}$は地域の集合である．$p$と$q$はそれぞれ地域の下限と上限であり，$p = (p_r)_{r \in R}$，$q = (q_r)_{r \in R}$で定義し，$p = \{p_{r_1}, p_{r_2}, \dots, p_{|R|}\}$，$q = \{q_{r_1}, q_{r_2}, \dots, q_{|R|}\}$となる．そして$\forall r \in R, 0 \leq p_r \leq q_r$が成り立つ．$\succ_S$は学生が持つ研究室への，$\succ_L$は研究室の学生に対する厳密な選好順序のベクトルである．

マッチング$X' \in 2^{S \times L}$は学生の研究室への割り当てを表したものである．マッチング結果は関数$\mu_{X'} : S \to L$，そして$\nu_{X'} : L \to 2^S$によって特徴づけられる．$\mu_{X'}$は学生を入力とし研究室を，$\nu_{X'}$は研究室を入力とし学生の集合を返す関数とする．

定義 1：マッチングX'とは以下の 3 つの条件を全て満たすものである．(i) $\forall s \in S, \mu_{X'}(s) \in L$，(ii) $\forall l \in L, \nu_{X'}(l) \subseteq S$，(iii) $\forall s \in S\ \forall l \in L$，$s \in \nu_{X'}(l) \to \mu_{X'}(s) = l$.

Supervisor: Prof. Satoru Fujita

先行研究の PLDA-RQ，SDRQ，MSDARQ，そして ADA は階層的地域上下限制約に対応している．

定義 2： 地域の集合Rが階層的地域とは異なる地域rと$r'(\forall r, r' \in R)$で以下のいずれかを満たすときである．(i)$r \cap r' = \emptyset$，(ii)$r \subset r'$，(iii) $r' \subset r$．

根ノードはLで全研究室の集合である．葉ノードは$\{l\}$で研究室が 1 つだけ属している集合である．また，根ノード以外の各地域$r \in R$の親ノードr'はrの真上位集合の中で，地域の研究室数$|r|$が最小のものとなる．また，rの子ノードの集合を$children(r)$と表記し，各地域rの集合は$r = \bigcup_{r' \in children(r)} r'$となっている．

学生数の上限は個別の研究室である葉ノードだけに設定し，葉ノード以外の各ノードの上限は子ノードの上限の合計とし，$q_r = \sum_{l \in r} q_{\{l\}} = \sum_{r' \in children(r)} q_{r'}$となる．下限については各地域にそれぞれ課す．また，全学生数$n = |S|$の場合に，全ての研究室が属する地域Lで，$p_L \leq n = q_L$とする．

要素的下限制約a_rを定義する．要素的下限制約とは全体の下限数を重ねることなく各地域に分配したものである．地域r が葉ノードならば$a_r = p_r$，異なる場合$a_r = p_r - \sum_{r' \in children(r)} p_{r'}$とする．全研究室が属する地域$L$で$p_L = \sum_{r \in R} a_r$が成り立つ．子ノードである地域とは別に，その地域に独自に課せられた下限数を表す．

2.2. 評価基準

既存研究では，メカニズムを評価する際に，3 つの基準を利用している．以下でそれらの基準をマッチングモデルと同様の文献[3]を参考に定義する．

定義 3： メカニズムが戦略的操作不可能性を満たすとは，全ての学生にとって，他の学生の選好に関わらず，真の選好順序を申告することが支配戦略となることである．

定義 4： マッチングX'が与えられた時の学生sと研究室$\mu_{X'}(s)$，研究室l'において，(i)$l' \succ_s \mu_{X'}(s)$，(ii)sを$\mu_{X'}(s)$からl'に移したマッチングが制約に違反しない，という 2 つを満たすならば，学生sは研究室l'の空きシートを要求する．空きシートを要求する学生が存在しない場合，マッチングは非浪費性を満たす．

定義 5： マッチングX'での学生sと学生s'について，(i)$\mu_{X'}(s') \succ_s \mu_{X'}(s)$，(ii) $s \succ_{\mu_{X'}(s')} s'$の 2 つが成立する時，学生$s$は学生$s'$に妥当な不満を持つ．妥当な不満を持つ学生がいない場合，マッチングは公平性を満たす．

マッチング問題において，任意の学生と研究室の選好順序において，非浪費なマッチング，公平なマッチングを出力するメカニズムをそれぞれ非浪費なメカニズム，公平なメカニズムとする．マッチング問題では，非浪費，かつ公平，および戦略的操作不可能なメカニズムを最も望ましいものとしている．しかし，下限や地域上下限などの制約下で，非浪費性と公平性を満たすメカニズムは無いことが証明されている[1].

2.3. 既存メカニズム

基礎的なメカニズムとして DA がある．DA は個別上限制約に対応したメカニズムであり，戦略的操作不可能性，非浪費性，そして公平性の 3 つを満たす．しかし，下限や複数のエージェントに上限が課される問題には対応していない．そこで階層的地域制約に対応したメカニズムが提案された．

階層的地域制約下で公平性を満たす PLDA-RQ があり，学生と研究室の契約(s, l)の優先順序である Priority List(PL) $\succ^{PL}$を利用する．PLDA-RQ では，PL を生成する際に事前に決められた研究室の順序と研究室の学生に対する選好順序を利用する．本稿では事前の研究室の順序にタイブレークをする為の順序$l_1 \to l_2 \to \cdots \to l_m$を用いる．PL の生成方法は，まずタイブレークを行う為の順序で各研究室は最も好みである学生との契約を PL に追加する．全ての研究室が追加したならば，タイブレークする為の順序で次に好みである学生との契約を追加していき，全学生との契約を追加するまで行う．

階層的地域制約下で非浪費性を満たす SDRQ，MSDARQ，ADA がある．これらは研究室の選好とは相関の無い学生の順序であるマスターリスト(ML) $\succ_{ML}$を利用する．SDRQ は逐次的に ML の上位の学生を研究室に割り当て，MSDARQ は下限分の学生を確保しておき，自由に割り当てられる学生だけで DA を行っていく．ADA は forbidden school と呼ばれるエージェントが存在するまで DA を行っていき，ML に残った学生だけで再び forbidden school と呼ばれるエージェントが存在するまで DA を行う．

3. PL についての分析

3.1. PLDA-r2

PLDA-RQ は PL を生成する際に，研究室の順序をタイブレークする為の順序としている．学生からの人気が低い研究室の契約が，人気の高い研究室の契約よりも PL 上の順序で高くなった場合に，上下限制約を満たすように人気が低い研究室の契約が優先される可能性が存在してしまう．その結果，人気が低い研究室に割り当てられる学生が空きシートを要求してしまう．学生の選好順序に一定の偏りが存在する時，研究室の順序に全学生からの選好順序を反映させることが最も効率的であることが分かっている．しかし，全学生の選好順序を反映すると戦略操作不可能性を満たさない．PLDA-r2[5]では，確定者と呼ばれる定義を用いることで，この問題を解決した．PLDA-r2 は公平性と戦略的操作不可能性を満たす．

定義 6： PLDA-r2 で割り当てが行われる際に，研究室lが学生sの$\succ_s$上で第一志望であり， sが$\succ_l$上で第$p_{\{l\}}$志望以内ならば，sを確定者とする．

確定者は他の学生の選好順序に関わらず，第一志望の研究室に割り当てられる学生である．確実に第一志望に

割り当てられるので偽の申告をする誘因がない．研究室の人気は確定者の選好順序による点数方式とする．最も好みの研究室はm点を，2 番目に好みの研究室に$m-1$点を，最も好みではない研究室には1点を与える．

PLDA-r2 では PLDA-RQ と PL の生成方法が異なる．PLDA-r2 では確定者による研究室の人気順で，まず最も人気の高い研究室の契約を全て PL に追加する．次に，2 番目に人気の高い研究室の契約を全て追加して，m番目の研究室まで順に追加していく．

PLDA-r2 は以下の手順で実行する．

Step 1：学生と研究室の選好順序，下限制約から確定者を決定する．確定者の選好順序を反映し，研究室の人気順を生成する．

Step 2：Step 1 で生成された研究室の人気順を研究室の順序として，PLDA-RQ を実行する．

3.2. PLDA-Div

PLDA-r2 では確定者が存在しない場合，研究室の順序がタイブレークする為の順序になる．その結果，PL が PLDA-RQ と同様になってしまう．また，確定者と確定者以外の学生の選好順序が乖離している場合も空きシート要求数を減少できる研究室の人気順にはならない．PLDA-r2 よりも多くの学生を確実に参考にしたいが，先述の通り，全学生を参考にすると戦略操作不可能性を満たさない．PLDA-Div[6]では，学生を 2 つのグループに分割して，各グループで PLDA-RQ を行うことで全学生の選好順序を反映する．先行研究の多くでは公平性と非浪費性のどちらかを満たしながら，他方の不満数を 0 に近づけるものだった．PLDA-Div の特徴は公平性と非浪費性のどちらも満たさないが，両者の不満の合計数が少なくするアプローチを取っていることである．

PLDA-Div では各グループでの PL は他グループに属する全学生の研究室の人気順を研究室の順序として利用する．学生をグループ A とグループ B に分割する．グループ A の学生の集合をS_A，グループ B の学生の集合をS_Bとし，グループ A ではS_Bでの研究室の人気順を研究室の順序に，グループ B ではS_Aでの研究室の人気順を研究室の順序に設定して PL を生成する．PL に追加する契約の順序は PLDA-RQ ではなく PLDA-r2 と同様である．

PLDA-Div は以下の手順で実行する．

Step 1：学生の集合Sを無作為にグループ A に属する学生の集合S_A，グループ B に属する学生の集合S_Bに分割する．

Step 2：各地域rの上限q_rと下限p_rを，ほぼ同数になる様に各グループで 2 分割する．A の地域rでは上限q_{r_A}と下限p_{r_A}，B の地域rでは上限q_{r_B}と下限p_{r_B}とする．各地域rについて$q_r = q_{r_A} + q_{r_B}$，$p_r = p_{r_A} + p_{r_B}$が成り立つ．

Step 3：各グループでそれぞれ研究室の人気順を生成する．グループ A に属する学生による研究室の人気順をL_A，グループ B での人気順をL_Bとする．

Step 4：各グループで独立して PLDA-RQ を行う．グループ A では$(S_A, L, R, p_A, q_A, \succ_{s_A}, \succ_l)$と$L_B$を利用する．また，研究室の選好順序$\succ_l$と B での研究室の人気順$L_B$を用いてグループ A での PL$\succ^{PL_A}$を生成する．その後$\succ^{PL_A}$と$(S_A, L, R, p_A, q_A, \succ_{s_A}, \succ_l)$からグループ A での割り当てを決定する．グループ B でも同様に，$\succ_l$とL_Aから$\succ^{PL_B}$を，$(S_B, L, R, p_B, q_B, \succ_{s_B}, \succ_l)$から割り当てを決定する．

Step 5：各グループでの割り当て結果を統合し，統合した割り当てを PLDA-Div の出力とし終了する．

前述の様に PLDA-Div は非浪費性と公平性を満たさない．しかし，戦略操作不可能性を満たしている．

定理 1 ：PLDA-Div は戦略操作不可能性を満たす．

証明：Step 1 では学生を 2 つのグループに分割する際に，学生は操作できない．Step 2 において，上下限制約の 2 分割についても関与できない．Step 3，4 について，PL を生成する際には，他方のグループの学生による研究室の人気順を利用する為，自身のグループの PL を操作できない．以上より PLDA-Div は操作できない PL を用いた，規模が約半分になった PLDA-RQ を各グループで行っている．PLDA-RQ が戦略操作不可能性を満たす為，PLDA-Div も戦略操作不可能性を満たす．

3.3. シミュレーション実験と考察

学生数を 160 人，研究室数を 20，各研究室の上限を 9 人とする．また，要素的下限制約は全体の下限数を 20 から 140 の間で変動させる．学生の選好順序は$\alpha \in [0,1]$というパラメータを用いて決定する．本セクションでは上記の文献同様$\alpha = 0.6$とする．全学生で共通の$\boldsymbol{u_L}$というベクトルを$[0,1]^m$から一様分布で生成する．また各学生sで個別のベクトル$\boldsymbol{u_s}$を同様に$[0,1]^m$から一様分布で生成する．その後，各研究室の対する評価値を$\alpha * \boldsymbol{u_L} + (1-\alpha) * \boldsymbol{u_s}$で決定し，基数的効用から序数的効用に変換することで各学生の選好順序を生成する．本稿ではαを先行研究と同様に 0.6 に設定し，各研究室から各学生に対する選好順序は一様分布で決定する．以上のパラメータを与えて各下限数で 100 回シミュレーションを行う．

図 1 が結果である空きシート要求数で，先行研究である PLDA-RQ と PLDA-r2 がほぼ同等の結果となり，

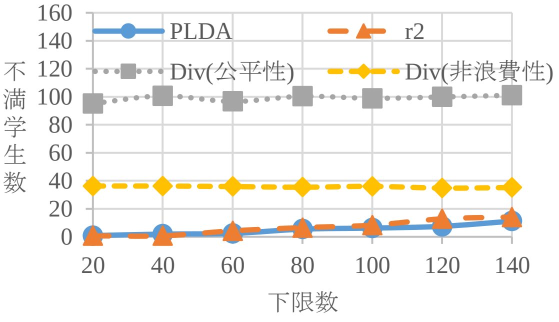

図 1　PL を用いたメカニズムの不満数.

PLDA-Div が大きく劣っている．また，妥当な不満数でも PLDA-RQ と PLDA-r2 が 0 に対して，PLDA-Div は約 40 人存在している．文献[6]の学生数 512 人，研究室数 64，上限が 40 人の環境では PLDA-RQ の不満数が最も多く，次いで PLDA-Div，PLDA-r2 という結果であった．これらの違いは学生数に対する上限数の違いだと考える．本稿の環境では学生数の約 1.1 倍の定員数なのに対して，文献[6]では 5 倍の定員数が存在した．定員数が少なくなった結果，PLDA-Div では上限数なども 2 つに分割する為，他の 2 つのメカニズムよりも好んでいる研究室に行き難くなり，他のグループに対して不満が増えてしまったと考えられる．各グループでの研究室の人気が乖離している場合は，他グループの研究室の人気順が参考にならず，空きシート要求が存在する可能性がある．しかし，学生の選好に一定の偏りが存在する場合は各グループの研究室の人気が近くなるので，空きシートを要求する学生の数が減少すると考えられる．その為，PLDA-Div は学生の選好順序に偏りがある問題に適していると考えられる．

4. ML についての分析

4.1. ML の入れ替え

ML を利用するメカニズムでは，学生を幾つかのステージに分割して DA を行うマルチステージ型のメカニズムとなっている．ML 上で上位であり研究室から好まれていない学生が，序盤のステージで割り当てられる可能性が存在する．その場合に，ML 上で下位であり，研究室から好まれている学生が妥当な不満を持ちやすくなってしまう．この問題を解決する為に，ML の順序を入れ替える考えを導入する．先行研究では ML は研究室の選好と相関の無い学生の順序となっているが，本稿では相関のあるものと考える．

ML の入れ替えはソートを利用して行う．各学生の大小関係は $surpass(s,s')$ という関数で比較する．$surpass(s,s') \leftrightarrow \forall l \in L, s \succ_l s'$であり，全ての研究室が$s'$よりも$s$を好んでいる場合に，真を返す関数である．$surpass(s,s')$を利用してソートが行われる為，$m-1$個の研究室から$s$が好まれていても，残り 1 つの研究室が$s'$を好んでいる場合は偽を返し，入れ替えが行われない．

この入れ替えでは，ML 上で最後の学生でも全研究室に他の学生よりも好まれているならば，ML で最初になる．しかし，自身よりも少なくとも 1 つの研究室に好まれている学生がいる場合，途中で入れ替えが終了してしまう．元の ML で高い順序の学生の方が，入れ替え後の ML でも高い順序である可能性が高い．ML 入れ替えを行ったマルチステージ型のメカニズムと行わないメカニズムでは，行ったメカニズムの方が公平性に関して優れている．ML 入れ替えが行われない場合は元のメカニズムと同様の結果を出力し，行われる場合は妥当な不満を持つ学生が減少する為である．マルチステージ型のメカニズムの妥当な不満の要因は，研究室に好まれていない学生が ML で上位であることが理由だった．全研究室から好まれている学生を ML で上位にしていくことで，この問題を解決した．また，ML の入れ替えに学生の選好順序は関与しない為，戦略的操作不可能性を満たす．

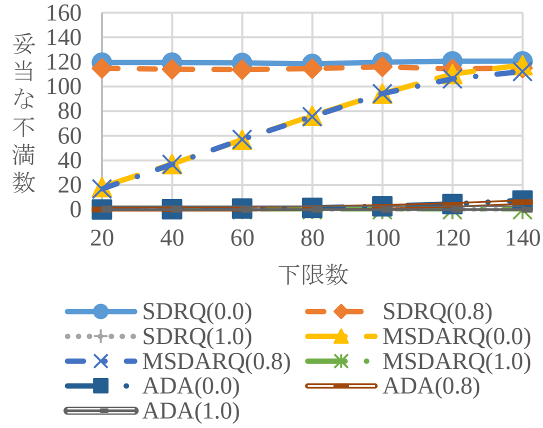

図２　ML 入れ替えを用いたメカニズムの不満数.

4.2. シミュレーション実験と考察

実験環境は 3.3.と同様のものとする．また，本章では新たに研究室側の選好の偏りを表すパラメータであるβを導入する．βは研究室側でのαと同義であり，4.2.での学生と同様の方法で研究室の選好順序を生成する．

図 2 の各メカニズムの括弧内の数字はβ値を示しており，βを 0.0，0.8，1.0 にした場合の ML 入れ替えを行うメカニズムの妥当な不満数を比較している．βを 0.6 ではなく 0.8 にしているのは，ML の入れ替えに関して 0.8 から影響が出現する為である．βの値に限らず，ADA，MSDARQ，そして SDRQ の順に，妥当な不満を持つ学生数が少ない．また，本稿では掲載していないが，ML の入れ替えを行わない場合の 3 つのメカニズムの妥当な不満数はどの様なβの値でもβ =0.0 の結果と差がほぼ無かった．入れ替えを行う場合にβが 0.0 の時は ML 入れ替えを行わない場合と同様の結果である．βが 0.8 では各メカニズム共に多少の減少が見られ，1.0 では全てのメカニズムで妥当な不満を持つ学生数が 0 となった．これは，研究室の選好が GPA の様な一律の順序となり入れ替えの結果，研究室の選好と ML の順序が等しくなったためである．マルチステージ型のメカニズムでは ML で上位の学生に対して妥当な不満を持つ可能性があった．入れ替えすることで上位には自身よりも全研究室に好まれている学生だけが存在する為，妥当な不満を持たなくなったと考えられる．

5. 複数回マッチング問題についての分析

5.1. 複数回マッチング問題

多くの先行研究では単一回のマッチングを決定するものであった．現実社会では複数回のマッチングを決定する問題が存在する為，問題を拡張し複数回に対応できるメカニズムを提案し，重複の無い割り当てを決定する．複数回の重複の無い配属を決定する時に解が存在しない問題が存在してしまう．例として，学生 3 人が 3 つの研究室から 2 つ選択して巡回する問題では，2 人の学生が 2 つの研究室を交換してしまうと，3 人目の学生は残る 1 つの研究室に 2 回配属されなければならなくなり，解が無

くなる．この様な問題を解決する為に，まずモデルを複数回マッチング問題に拡張する．

5.2. 複数回マッチング問題のモデル

複数回マッチング問題を $(S, L, R, p, q, \succ_S, \succ_L, \mathrm{M})$の組で定義する．2.1.のモデルからの変更点は$\succ_S$とMである．$\succ_S$は学生が持つ単一の研究室への順序から，研究室の集合への厳密な選好順序と変更する．$\mathrm{M} = \{X'_1, X'_2, \dots, X'_t\}$はマッチングの集合で，$|\mathrm{M}| = t$となる．

$X'_k \in 2^{S \times L}$はk回目の学生の研究室への割り当てを表したものである．k回目のマッチング結果は関数$\mu_{X'_k} : S \to L$，そして$\nu_{X'_k} : L \to 2^S$によって特徴づけられる．$\mu_{X'_k}$は学生を入力としk回目に割り当てられる研究室を，$\nu_{X'_k}$は研究室を入力としk回目の学生の集合を返す関数とする．本稿での複数回マッチング問題は地域制約と下限制約が課されないものとする．その為，地域は各研究室だけが属するものだけとし，$|R| = m$とする．

定義 1'：マッチングX'_kとは以下の 4 つの条件を全て満たすものである．(I) $\forall s \in S$, $\mu_{X'_k}(s) \in L$， (ii) $\forall l \in L$, $\nu_{X'_k}(l) \subseteq S$， (iii) $\forall s \in S\ \forall l \in L$， $s \in \nu_{X'_k}(l) \to \mu_{X'_k}(s) = l$，(iv)$\forall s \in S, \forall k' \in \{1,2,\dots,t\} \setminus k$, $\mu_{X'_k}(s) \neq \mu_{X'_{k'}}(s)$.

学生は${}_mP_t$個の研究室の順列に対して選好を持ち，各順列のk番目の要素は学生がk回目に配属される研究室を表している．$combi(s) = \{\mu_{X'_1}(s), \mu_{X'_2}(s), \dots, \mu_{X'_t}(s)\}$を学生$s$が配属される全ての研究室の集合とし，$|combi(s)| = t$となる．

5.3. 複数回マッチング問題の評価基準

定義 4 と定義 5 は単一回マッチングにだけ対応している為，複数回マッチング問題に拡張する．マッチングX'_kはt個存在する．

定義 4'：Mが与えられた時の学生sと研究室の集合$L'(|L'| = t)$について，(i)$L' \succ_s combi(s)$，かつ(ii)$\forall k \in \{1,2,\dots,t\}, L'_k \neq \mu_{X'_k}(s) \cap \left|\nu_{X'_k}(L'_k)\right| < q_{\{L'_k\}}$ならば，学生$s$は$L'$の集合に空きシートを要求する．集合に空きシートを要求する学生が存在しないならば，集合的非浪費性を満たす．

定義 5'：Mが与えられた時の学生sと学生s'で$combi(s') \succ_s combi(s)$，かつ$\forall l \in combi(s') \setminus combi(s), s \succ_l s'$ならば，学生$s$は学生$s'$に集合に関して妥当な不満を持つ．集合に関して妥当な不満を持つ学生が存在しないならば，集合的公平性を満たす．

定義 5''：Mが与えられた時の学生sと学生s'で，(i) $\mu_{X'_k}(s') \succ_s \mu_{X'_k}(s)$，(ii)$s \succ_{\mu_{X'_k}(s')} s'$，(iii) $\mu_{X'_k}(s') \notin combi(s)$，(iv) $\mu_{X'_k}(s) \notin combi(s')$の全てを満たすならば，学生$s$は学生$s'$に同時期に妥当な不満を持つ．同時期に妥当な不満を持つ学生が存在しない時，同期的公平性を満たす．

5.4. 解の存在

問題設定時において，何回の配属が可能かを判定する式(1)を以下に提案する．

$$\forall l \in L, t * \left(|S| - \sum\nolimits_{l' \in L \setminus l} q_{\{l'\}}\right) \leq |S| \qquad \text{式(1)}$$

式(1)を満たすt回の配属が可能である．式(1)は学生数から各研究室以外の研究室の定員を引いたもの，すなわち各研究室に配属させなければならない学生数のt倍が全学生数以下であることを示している．

証明：式(1)を満たさないtでは，研究室は全学生数以上の学生を配属させる必要があり，割り当てが重複してしまう．満たすtでは配属させる義務のある学生の重複しない他研究室への行き先が$t-1$回分空いている為，重複しないt回の配属が可能である．

5.5. 2 回マッチングメカニズムの提案

本稿では先行研究である SDRQ[3]と式(1)の考えを利用した 2 回配属のメカニズム SDTA(Serial Dictatorship with Twice Assignment)を提案する．問題設定時では式(1)でt回が可能か判断できるが，3 回以上のマッチングの途中では必要条件式となってしまう．その為，提案メカニズムは 2 回のマッチングとなっている．SDTA では SDRQ と同様に ML の順序で学生を選び，配属可能な割り当ての中で学生が最も志望している順列に割り当てるものである．順列の配属が可能とは，順列でk番目である研究室のk回目の定員に空きがあり，かつ以下の式(2)を全ての研究室$l \in L$が満たす時，配属可能である．

$$|S'| - \sum\nolimits_{l' \in L \setminus l} \min\left(|S'|, q^1_{\{l'\}}\right) \leq \sum\nolimits_{l' \in L \setminus l} \min\left(|S'|, q^2_{\{l'\}}\right) \qquad \text{式(2)}$$

$q^k_{\{l\}}$はk回目のlの残り定員であり，S'を配属されていない学生の集合とする．式(2)を満たさないとき，S'を重複無しにt 回配属できない．SDTA のメカニズムは以下の様に定義する．

Step 1：S'から ML で最も上位である学生sを選び，$S' = S' \setminus s$と更新する．
Step 2：sを配属可能な順列の中で最も志望するものに配属する．
Step 3：$\forall k$, $\mu_{X'_k}(s)$について$q^k_{\{l\}} = q^k_{\{l\}} - 1$とし，$S' = \emptyset$ならば終了，そうでないならば 1 に戻る．

定理 2：SDTA は戦略的操作不可能であり，集合的非浪費性を満たす．

証明：各学生は自身が ML から選ばれた状況での，配属可能な最も志望する順列に配属される．従って偽の申告をした場合でも，より好んでいる配属には割り当てられないので，嘘を吐く誘因が無い．また，より好んでい

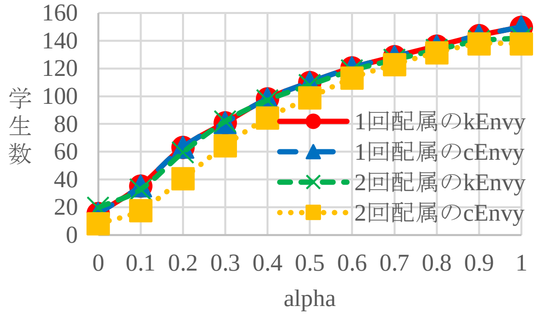

図３　SDTA での妥当な不満を持つ学生数.

る配属は定員枠が空いていない為，集合に空きシートを要求する学生も存在しない.

5.6. シミュレーション実験と考察

学生数 160，研究室数 20，各研究室の上限$q_{\{l\}}=9$，下限$p_{\{l\}}=0$とする．学生の選好順序は，3.3.と同様の方法で生成する．実験ではαを 0.0 から 1.0 の間で 0.1 刻みに変化させる．各研究室の各学生に対する選好順序は一様乱数で生成する．各実験結果は 100 回実行時の平均である．図 3 は SDTA の同時期に妥当な不満を持つ学生数(kEnvy)と集合に関して妥当な不満を持つ学生数(cEnvy)の 1 回配属と 2 回配属の比較である．

図 3 より，1 回配属の kEnvy と cEnvy は同様の数値であった．また，1 回配属でのそれぞれの妥当な不満よりも，2 回配属でのそれぞれの妥当な不満の方が少なくなっている．これは割り当てられる研究室が増えたことにより，好んでいる研究室に行きやすくなった為だろう．更に，kEnvy と cEnvy の定義より，割り当てられる研究室が多くなるほど妥当な不満を持ち難くなると考えられる．全研究室に配属させる場合には，全ての研究室に配属させる為，他の学生に妥当な不満を抱かなくなる.

6. 考察

3 章と 4 章では PL と ML といった学生や研究室の嗜好とは相関の無い優先順序を用いた既存メカニズムについての改善案を検討した．既存のメカニズムでは優先順序が実際の嗜好と乖離している場合に，妥当な不満や空きシートを要求する学生が増加する可能性がある．そこで，嗜好を参考にしながら戦略的操作不可能性を満たす手法を提案した．学生や研究室の嗜好の偏りによって結果は変動する．PL の改善に関して，PL の生成に利用する研究室の順序を学生の嗜好に近づけるアプローチを採用した．従って，学生の嗜好が一律といった特定の環境において PLDA-r2 と PLDA-Div は先行研究の PLDA-RQ よりも空きシートを要求する学生数が減少すると考えられる．ML の入れ替えについては，$surpass(s,s')$の定義より入れ替えを行わない場合に比べて，行った場合の方が妥当な不満の数は減少する．その為，特定の環境に関わらず，ML を用いるメカニズムで割り当てを決定する場合には，本稿で提案した手法で ML を入れ替えるべきである.

また，先行研究の多くが単一回のマッチングだけを扱っている．その為，5 章で問題を複数回のマッチングに拡張した．本稿で提案した SDTA は 2 回マッチングに対応したメカニズムである．2 回のマッチングが可能な全ての問題に対して SDTA では解を決定できる．既存メカニズムでは 2 回の割り当てを決定する場合に，解を決定できない問題が存在する．また，戦略的操作不可能性を満たさない．以上より，2 回の重複の無いマッチングを決定する問題に対して，既存メカニズムよりも SDTA の方が優れたメカニズムと言える.

SDRQ よりも妥当な不満が少ない MSDARQ や ADA では複数の学生に対して DA を実行する．研究室の集合が複数人の学生に対して選好を決定できないケースが存在する．その為，本稿では学生同士を比較しない SDRQ の考えを SDTA に採用した．複数回マッチング問題に対して，研究室の集合が学生に対して順序付けできる手法を提案することで，SDTA よりも妥当な不満が少ないメカニズムが設計できると考える.

7. むすび

本稿では戦略的操作不可能性を満たしながら，優先順序を実際のエージェントの選好に近づける手法を提案した．実験を通して，不満数が減少する環境が存在することを確認した．また，問題設定時での複数回の解の存在可能性を判定する式を提案し，判定式を用いた 2 回マッチングメカニズムである SDTA を設計した．実験を通して定義より明らかであるが，2回マッチングは1回マッチングに比べて不満が少なくなることが分かった.

文　献

[1] D. Fragiadakis., A. Iwasaki., P. Troyan., S. Ueda., and M. Yokoo., “Strategyproof Matching with Minimum Quotas,” *ACM Transactions on Economics and Computatin,* Vol.4, Issue 1, No.6, Dec.2015.

[2] D. Gale., L. S. Shapley., “College Admissions and the Stability of Marriage,” *The American Mathematical Monthly,* vol.69, No.1, pp.9-15, Jan.1962.

[3] 橋本直幸，後藤誠大，上田俊，岩崎敦，安田洋祐，横尾真，”地域制約の下での戦略的操作不可能なマッチングメカニズム,” 電子情報通信学会論文誌 D, vol.J97-D, No.8, pp.1336-1346, Aug.2014.

[4] 倉田涼史，後藤誠大，橋本直幸，岩崎敦，川崎雄二郎，上田俊，横尾真，”地域上下限制約付きマッチングメカニズムの理論設計と評価,” 人工知能学会全国大会論文集, vol.28, pp.1-4, 2014.

[5] 丸古凌介，飯田伸也，藤田悟，”戦略的操作不可能な人気順を用いたマッチングメカニズムの設計,” 情報処理学会第 79 回全国大会, Mar.2017.

[6] 丸古凌介，尾花賢，藤田悟，” 独立したグループで割り当てを行うマッチングメカニズムの提案,” 情報処理学会第 80 回全国大会, Mar.2018.

[7] M. Goto., F. Kojima., R. Kurata., A. Tamura., M. Yokoo., “Designing Matching Mechanisms under General Distributional Constraints,” MPRA Paper, No.64000, Apr.2015.