教員養成において育成すべき数学基礎力について

三橋, 秀生 / 安田, 和弘 / 礒島, 伸 / 間下, 克哉

(出版者 / Publisher)
法政大学情報科学部・理工学部・生命科学部
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
Bulletin of the Science Faculties, Hosei University / 法政大学理系学部研究集報
(巻 / Volume)
53
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
6
(発行年 / Year)
2017-03-31
(URL)
https://doi.org/10.15002/00021912

教員養成において育成すべき数学基礎力について

礒島伸 †，間下克哉 ‡，三橋秀生 ¶，安田和弘 †

† 理工学部経営システム工学科・ ‡ 理工学部電気電子工学科・ ¶ 理工学部応用情報工学科

概要

教員養成改革の方向性，次期学習指導要領改訂等を概観し，教員養成において目指すべき中学校・高等学校の教員として必要な数学基礎力についての検討を行う．

1　検討の背景

現在，日本の教員養成は大きな転換点を迎えている．理工学部においては，既に 2015 年度入学者から教職課程のカリキュラムの改訂を行ったところであるが，教員免許法の改訂により，2018 年に再課程認定を受け 2019 年度から新課程での教員養成へと移行することになる．再課程認定の詳細は不明であるが，教職課程の改善の方向性は中教審答申 ([3]) に基づくものである．

理工学部で 2015 年度に行ったカリキュラム改訂では，「教科の科目」の 5 区分の過半数を学科の専門科目でまかなうという条件[*1]を満たすために, 教職課程の科目として共同開講されていた「解析学 (1)~(3)」,「代数学 (A)~(C)」を廃止し，それに相当する単位を学科の専門科目で充足することとなった．この変更によって，教員養成を目的とした科目で，純粋に「数学」そのものを扱うことが可能なのは「幾何学 (A)~(C)」[*2] と「数学科教育法 (1)~(4)」の一部のみとなった．同じ数学の内容を扱うにしても，教員養成を目的とするのと，理工系の基礎を目的とするのとではその扱いは変わらざるを得ない．2015 年のカリキュラム改訂は教員養成の観点からは後退と言うべきである．

本稿では，教員養成の観点から数学基礎力の問題点とその解決策についての検討を行う．

*1 「教職課程認定規準」

*2 機械工学科・電気電子工学科・応用情報工学科は (*A*) ~ (*C*)，経営システム工学科は (*A*) ~ (*B*).

2　教職課程に求められていること

2.1　中央教育審議会答申 (2015/12/21)

中央教育審議会の「これからの学校教育を担う教員の資質能力の向上について (答申)」で教員養成に求められている改善の課題を確認しておこう．答申では「教員の養成・採用・研修に関する課題」が

(1) 教員研修に関する課題
(2) 教員採用に関する課題
(3) 教員養成に関する課題
(4) 教員の養成・採用・研修を通じた課題
(5) 教員免許制度に関する課題

に区分して述べられている．(3) 教員養成に関する課題 では以下の点についての改善が求められている．

- ◆ 「教員となる際に最低限必要な基礎的・基盤的な学修」という認識が必要
- ◆ 学校現場や教職に関する実際を体験させる機会の充実が必要
- ◆ 教職課程の質の保証・向上が必要
- ◆ 教科・教職に関する科目の分断と細分化の改善が必要

上記 4 項目のうちで，とくに本稿の目的に関係するのは，最初と最後の項目である．

再課程認定の方向性として「教員免許状の取得に必要な単位数は増加させないことを前提として, 新たな教育課題に対応できるよう教職課程の内容を精選・重点化する」がある．教員養成は,「教科の科目」,「教職に関する科目」から構成[*3] されているが, 教員養成において数学の専門性をどの程度求めるかについては様々な立場がある．

教科に関する科目の必要単位数は 1991 年の教員免許法改定で 40 単位から 20 単位に削減されており，教職課程において肝心の数学についての体系的理解が不十分になっていることが指摘されている ([1] など)．また,「若手の教員，およびこれから教員になろうとする者は，高等学校以下で理科や算数・数学の授業時間が十分にとれていないために，教員としての基本的な知識が不足しがちな教員・学生として位置付けられる」([8]) との指摘もあり，数学基礎力の向上は教員養成の重要な課題である．また一方で,「学生に「数学」と「教育学」を別々に与えて，その統合は学生自身に任せるような教員養成でよいのだろうか」([9]) といった指摘があることも反省すべき点である．

2.2 学術会議からの要望 (2007/6/22)

既に発表から 10 年が経過しているが，学術会議の要望「これからの教師の科学的教養と教員養成の在り方について」についても触れておく必要があろう．

要望の内容を簡単に要約するならば，若者の科学的能力の低下及び理数科学習への意欲衰退を問題として，教師の科学的教養の低下への対策を求めるものである．要望では，戦後日本の教員養成は「大学における教員養成」と「開放性の原則」によって初期の段階では成功していたが，1980 年代以降、欧米諸国の教育改革の中心が教職の専門職化に移行し，日本の教員の学歴が相対的に低下したことも問題として挙げている．

「教師に求められる科学的教養は、教科の専門的な科学的知識に精通しているだけでなく、授業において有効な教材を開発し生徒の高いレベルの学習を組織できる科学的教養へと翻案されなければならない」など，教師に高い専門性を要求していることには留意しておくべきであろう．「要望」の時点で，海外においては教員の基礎資格が修士に移行しつつあり，日本の後進性が述べられている．現在,「教職に関する科目」については「教職課程コアカリキュラム」の検討が進められている[*4] が，中教審答申 ([3]) からは,「教科に関する科目」についての高い専門性を求めるという考えかたが読み取れないことは気がかりである．

2.3 学習指導要領 (2017/3)

2017 年 3 月に「中学校学習指導要領」([4]) が告示された．[*5]「次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ」([6]) では，育成を目指す資質・能力が次の三つの柱で整理されている．

① 「何を理解しているか、何ができるか (生きて働く「知識・技能」の習得)」
② 「理解していること・できることをどう使うか (未知の状況にも対応できる「思考力・判断力・表現力等」の育成)」
③ 「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか (学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力・人間性等」の涵養)」

これらに対応して，中学校学習指導要領では，総則で以下の目標を掲げている．

(1) 知識及び技能が習得されるようにすること。
(2) 思考力, 判断力, 表現力等を育成すること。
(3) 学びに向かう力, 人間性等を涵養すること。

また，数学については各単元ごとに

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
イ 次のような思考力, 判断力, 表現力等を身に付

[*3] この科目区分は，再課程認定においては廃止される．

[*4] 平成 29 年 3 月 27 日開催の「教職課程コアカリキュラムの在り方に関する検討会（第 4 回）」で配付された案が文科省 HP から入手可能である．

[*5] 本稿執筆時点で高等学校学習指導要領は告示されていない．

けること。

が設定されており，現行学習指導要領と比較して大幅に思考力・判断力・表現力が重視されている．ここで，時として見かける「コンテンツ・ベースからコンピテンシー・ベースへの転換」といった考え方には慎重であるべきことに注意しておきたい．思考力は具体的な内容を学んでいく過程において育まれるものであり，知識の吸収と思考力の育成は相互に関係し合うものであるからこそ，上記 2 項目が並列に設定されたと見るべきであろう．

また，次期学習指導要領においては，「カリキュラム・マネジメント」が重視されていることにも注意すべきである．そのひとつの側面として「各教科等の教育内容を相互の関係で捉え、学校教育目標を踏まえた教科等横断的な視点で、その目標の達成に必要な教育の内容を組織的に配列していくこと」がある．単元や配当年次を越えた教科の内容相互の関係を十分に理解して授業を行うためには，数学の専門性を高めることは不可欠である．この点からも，数学の専門性の育成は重要である．

3　教職課程履修者の数学力

3.1　レポートや試験の答案から

つぎに，教職課程の科目として開講したいくつかの科目のレポートや定期試験の問題の解答から教職課程履修学生の平均的学力について考えてみることにする．

> (1)　xy 平面の点を, 直線 $y = (1/m)x$ に関して線対称な点に移す一次変換を表す行列を求めよ．

旧課程の数学 C の問題であり，m を具体的な数値とすると教科書の例題として見られる問題である．複数の白紙が存在するのはもちろんのこととして，2 次元縦ベクトルや，θ ラジアンの回転を表す行列（文字 θ が解答に含まれる）が相当数存在した．受験数学的には，点 (x, y) の $y = mx$ に関して線対称な点を求める問題とほぼ同じである．

この問題には，x 軸に関する鏡映と回転の積を考えるという別解もある．複数の解答の比較や，中学・高校の学習指導要領における問題の位置づけ等を多角的に検討することが，教職課程の科目としては本来の目的にかなうものである．また，抽象的概念である「変換」（写像）を理解し，行列が変換の「表現」であることを理解していることも必要である．

> (2)　方程式 $z^3 = -8i$ の解を $a + ib(a, b \in \mathbb{R})$ の形で答えよ．計算過程も記すこと．

数学 III(現行) の教科書の例題レベルの問題である．z の極表示 $z = re^{i\theta}$ （ただし $r \geq 0$，$\theta \in \mathbb{R}$）から $r^3 = 8$，$3\theta = \frac{3}{2}\pi + 2n\pi\ (n \in \mathbb{Z})$ を導いて r，θ を求めれば良いが，「$r^3 = -8$，$3\theta = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$」とする誤答が多い．また，3 次方程式であるにもかかわらず，解を 1 つしか求めていない解答も散見された．

2015 年度のカリキュラム改訂で「代数学 (A) ~ (C)」が廃止され，3 次方程式の解の公式が扱えなくなるなどしているが，(2) の結果から連想されることとして，代数学の基本定理等の常識的な知識の欠落が心配される．

> (3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{3}{(-5)^{n-1}} = 0$ を ε–N 論法を用いて示せ．

ε-N 論法を扱うことについては異論もあるかも知れないが，数学のもっとも基本的な概念である「数」についての理解を深める上では，ごく簡単にでも扱うことが必要であると考えられる．

ε-N 式の極限の定義を理解したならば，$N < n$ ならば $|3/(-5)^{n-1} - 0| = 3/(5)^{n-1} < \varepsilon$ がなりたつような N を定めること，すなわち不等式の問題に帰着する問題である．不適切な絶対値の扱い $|3/(-5)^{n-1} - 0| = -3/(-5)^{n-1} < \varepsilon$ などによって，証明に到達しない答案が多数存在することは残念である．

(4)　xy 平面の点 $\mathrm{P}(x, y)$ を, 直線 $y = mx$ に関して P と対称な点を $\mathrm{P}'(X, Y)$ に移す一次変換を表す行列を A を求めよ．ただし，$\tan\theta = m$, P の極座標を (r, φ) とするとき, $\theta = (\varphi + \psi)/2$ により ψ を定め，r，θ，φ，ψ を用いて証明を書け．

期末試験の大問の一部である．前半で m を用いて $\cos 2\theta$，$\sin 2\theta$ を求めさせた後の後半部分が囲み部分である．問題例 (4) は，(1) と同様に線対称を表す一次変換を扱っているが，(r, ψ) が P' の極座標であることと，三角関数の加法公式を用いるのみで容易に解答が得られる問題であるが，正答率は低い．

以上，少ない例を通しての考察であるが，基礎的な計算技能・概念理解の習熟度不足があり，さらに，単元をまたぐ問題に対したときの思考力不足がわかる．また，2015 年度のカリキュラム改訂によって，中学・高校の教科としての数学の背景となる数学の知識が不足気味となる状況が心配される．

なお，教職につく強い意志をもつ学生の多くは，不合格の後の再履修や採用試験のための準備等を経て，必要な学力を獲得していることが伺える．教員としての資質の養成のためには，単位制度の厳格な運用がとくに重要であると考えられる．

これまでの教育が「知識・技能」が中心であって,「思考力, 判断力, 表現力」を中心とした学びへの転換が求められているが，教職課程履修者の平均的な学力を考えると，まず，必要最低限の「知識・技能」の習熟を目指すことが必要と考えられる．

3.2　大学生数学基本調査

教職課程の経験の中の事例ではないが，日本数学会・教育委員会が実施した「第一回　大学生数学基本調査」についても触れておこう ([5])．この調査は「論理的文章を理解する力, 論理を組み立てて表現する力が学生から失われつつあるのではないか」との危惧が数学教育の現場に広くあることから計画され，現行の学習要領が適用[*6]される直前の 2011 年4 月 1 日から 7 月 20 日にかけて, 幅広くデータを収集するように留意して 5946 名を対象として実施されたものである．

[5] では，調査協力教員のアンケートも実施しているが,「アンケート結果からは, ごく基本的な概念であっても, 抽象的な概念を理解させることが困難であることが浮かび上がってきた. 特に, 同値関係や写像を理解させることに多くの教員が困難を感じている様子がわかる」としている．

大学入学後に学ぶ数学は，概念の理解を要求されることが敬遠される大きな理由である．また，理工系学部であっても「実用」のみを重視し，数学の「抽象性」や「厳密性」を敬遠する風潮もときに見られる．しかし，次期学習指導要領で従前に増して重視されるようになった「思考力, 判断力, 表現力等の育成」を目指す上では，数学の「抽象性」や「厳密性」を避けて通ることはできない．

4　数学基礎力の向上

4.1　授業内容について

教職課程の「教科に関する科目」[*7] として何を教えるかべきかについては定まったものがない．丹羽らは,「教員養成大学・学部の数学専門科目の講義内容についての調査」を行い，調査結果を踏まえて「中学校・高等学校の数学教師の養成における数学専門科目の標準的なモデルの構想」についての検討を行なっている ([1],[2])．また，日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会は「グローバル化社会における日本の算数・数学教育への提言に向けて」[8][*8] の中で,「教員養成系のカリキュラム」について検討している．

丹羽らのモデル [2] は教科の科目に割り当てられている 20 単位では実施不可能である．また，位相

[*6] 現行学習指導要領は，高等学校においては 2013 年度から適用．数学においては先行して 2012 年度実施．

[*7] 現行の教職課程における区分である．再課程認定の際には,「教科に関する科目」と「教職に関する科目」の区分は廃止される方向である．

[*8] 学術会議の提言でなく記録．以下のように述べられている「当初は「提言」を出すことを目指していたが、分科会内での議論を集約し、共通の提案に達するまでには至らなかった。そこで、今期は「記録」としてまとめ、次期に審議を引き継ぐこととした。」

構造に基礎を置く科目や抽象度の高い代数分野の科目は，理工学部の学位プログラムの中に位置づけることが困難であり，実際に開講もされていない．一方，[8] に挙げられている科目の大部分を，理工学部のほとんどの学科が開講している．

大学における数学の授業科目で，高等学校の数学と直結する内容が多いのは「微分積分学」と「線形代数学」である．理工学部において開講している「微分積分学」と「線形代数学」は，教職課程認定基準の問題で教職課程の科目には含められていない．また，「情報リテラシーと表現技術」や「情報処理技法」も，同様の理由で教職課程の科目には含められていないが，本来ならば「教科に関する科目」の「コンピュータ」分野の「一般的かつ包括的内容」の科目としてもっとも相応しい科目である．したがって，教職課程を履修する学生は，実質的には「教科に関する科目」を 30 単位程度は履修していると考えてよいであろう．

教員養成についての議論の中で，教科に関する科目の内容が難しすぎるのではないかとの指摘も見受けられるが，[1],[2] や [8] と比較して現行の教職課程の教育内容が不必要に難しいとは考えられない．中教審答申で求められている「教員となる際に必要な最低限の基礎的・基盤的な学修」として妥当な内容と考えてよいであろう．

平林 [9] は中学校教員養成のための内容について，具体的な分野は指定せずに以下の 3 点をあげている．

- 余り内容的な負担を感じさせないで、概念や理論の構成における数学的手法そのものが典型的に理解できるような内容を選ぶこと。
- 現代数学の性格について正しい理解ができること。
- 狭くてもよいからある問題分野が自分で開拓できて、学習の成就感をもたせうること。

教員養成を目的とした「教科の科目」のカリキュラムを考える上で自然な考え方である．教員養成を目的として科目が削減された中で，教科の専門性の育成を行うためには [9] の指摘に立ち返って内容を精査する必要があろう．

4.2　数学基礎力養成のための方策

3 節で，学生の学力の問題点について教員養成の観点から述べた．授業時間における質問等から，集合・写像などの基本的なことがらを理解していなかったり，ごく簡単なものについてでさえ論理的な説明が理解できなかったりするといった点にも問題があることは共通の認識になっている．このような問題には，共通開講される教職課程の科目において対策を講じる必要がある．また，計算の技能等についても問題があることは 3.1 節で述べた通りであるが，限られた単位数の中で，基礎的な知識・技能の不足を補うことは諦めざるを得ないであろう．教育実習の着手条件として実用数学技能検定に合格することを求めている大学もあるようである．本稿に関係する教職課程の履修は 2 年次から始まるが，履修希望者には，1 年次のうちに「実用数学技能検定」や「EMAT」を受験するように指導して，基礎的な知識・技能の不足を補っておくようすることも検討する価値があろう．その上で，以下の内容を付記された視点のもとで，学習指導要領についての解説と合わせて行うことが必要であり適切であると考えられる．

(1) **集合・関係・写像**　問題を数学的に整理する上で不可欠である．実際の問題に即して集合や写像を定義して用いさせることが必要である．
(2) **論理**　論理的思考のみでなく，数学的内容を文書にまとめる際に注意すべき点などについての訓練が必要である．
(3) **初等幾何**　理論体系について知ること，論理的な文章の記述を目的とした教材として有用である．geogebra 等を用いて ICT の数学教育への利用についての解説も含めるべきである．
(4) **統計**　次期学習指導要領において統計が重視される方向である．時間的に十分とは言えないが，対応することは重要である．

5　教員養成をとりまく環境

理工学部における教員養成を考える上で，戦後日本の教員養成が 2 大原則

- 大学における教員養成
- 開放制の教員養成

のもとで行われてきたことを再確認することが重要である．「開放制の教員養成」とは，必要な科目を開設して履修させれば教員養成を行えるというものであり，教育学部ではない理工学部で教員養成が行えるのはこの原則によるものである．

数学の教員養成にかかわる立場は，数学者と数学教育学者とで異なることが多いようである．数学者は数学の専門的知識（というより論証等を含めた思考力）を重視し，数学教育学者は教育法を重視することが多い．本稿執筆者の 4 名は数学者としての立場から教員養成に関わっているが，教育学部においては両者の教員が混在し，「数学の教科専門担当と教科教育担当は, 互いに近くに研究室を持ち, 一緒に, 同一の学生を対象に教員養成をしながら, 互いに干渉し合わないことで, 独立に教育をしていないか」([7]) との反省もある．いずれにしても，教員養成について考えるとき，大きく二つの立場があることを意識のうちに止めて置く必要がある．「教職に関する科目」についてはコアカリキュラムの検討が進められていることは前述したが，将来的に教員養成の画一化が進行することがないか心配である．

教職課程を履修する学生は，中学・高校で学習する数学を，既に学んだことだから教えることができると思っているかも知れない．大学側も，安易な気持ちで教職を目指す学生を集める道具として教職課程を利用して来たことは否めない．さらに，教職課程を設置する側の教員も，一方では入学してくる学生の学力低下を問題としながら，中学・高校の内容程度のことはちょっとしたトレーニングで教えることができると思っていたのではないだろうか．2015 年度のカリキュラム改訂で教職課程のために開講される「代数学」「解析学」は，教職課程認定基準を満たすために，学科の専門科目を充てることとして廃止された．一方で，「従来の「教科に関する科目」については, 学校教育の教科内容等を踏まえつつ適切に実施されるべき」([3]) とされているが,「代数学」「解析学」の代替は学科の専門科目であり,「学校教育の教科内容等を踏まえつつ適切に実施」とは基本的に相容れにくいものである. 教員養成における 2 大原則は踏襲されたが, その在り方は難しいものとなっている.

このような状況のもとで，教職課程を維持するのかどうかについては両論があろうが，単線的価値観での教員養成への反省から導入された「開放制の教員養成」のために努力することは，法政大学が掲げる「自由と進歩」の校風にかなうものと考える．

参考文献

[1] 丹羽雅彦, 松岡隆, 川崎謙一郎, 伊藤仁一，「教員養成大学・学部の数学専門科目の講義内容についての調査」の結果とその考察, 数理解析研究所講究録, 1711(2010), 89-105.

[2] 丹羽雅彦, 松岡隆, 川崎謙一郎, 大竹博巳, 伊藤仁一中学校・高等学校の数学教師の養成における数学専門科目の標準的なモデルの構想, 数理解析研究所講究録, 1711(2010), 106-129.

[3] 中央教育審議会答申, これからの学校教育を担う教員の資質能力の向上について 学び合い, 高め合う教員育成コミュニティの構築に向けて ,（中教審第 184 号）, 2015 年 12 月.

[4] 文部科学省, 中学校学習指導要領, 平成 29(2017) 年 3 月.

[5] 日本数学会・教育委員会, 第一回 大学生数学基本調査報告書，2013 年 3 月 14 日.

[6] 中央教育審議会, 審議のまとめ, 平成 28 年 8 月 26 日.

[7] 安井孜, 数学教育学 *(*者*)* は我々 *(*教科専門*)* に何を求めているか？, 数理解析研究所講究録, 1867(2013), 139–157.

[8] 日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会, グローバル化社会における日本の算数・数学教育への提言に向けて, 2014 年 9 月 2 日

[9] 平林一栄，算数・数学科における教員養成の問題, 上越数学教育研究, 16(2001), 1–9.