法政大学学術機関リポジトリ

HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2024-12-26

Cole-Coleモデル解析のための周波数依存型 LOD-FDTD法

日下, 恭毅 / KUSAKA, Yasuki

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院理工学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要.理工学・工学研究科編
(巻 / Volume)
59
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
2
(発行年 / Year)
2018-03-31
(URL)
https://doi.org/10.15002/00021557

Cole-Cole モデル解析のための周波数依存型LOD-FDTD法

FREQUENCY-DEPENDENT LOD-FDTD METHOD FOR THE ANALYSIS OF THE COLE-COLE MODEL

日下 恭毅

Yasuki KUSAKA

指導教員 柴山純

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

The purpose of this article is to develop an LOD-FDTD method for the efficient analysis of the Cole-Cole model, which is free from the CFL condition. The Z-transform technique is utilized to translate the Cole-Cole expression into the Z domain, in which a Taylor series expansion is applied to approximating the fractional order differentiators. To demonstrate the effectiveness of the present method, we analyze the response of THz radiation to a dry skin expressed by the Cole-Cole model. The computation time is reduced to 70% of the explicit method, when the time step is chosen five times as large as that of the stability limit, maintaining an acceptable accuracy.

Key Words : Cole-Cole model, locally one-dimensional (LOD) FDTD, FDTD method, Z transform

1. はじめに

有限差分時間領域 (FDTD) 法を用いて解析を行う 場合, 媒質によっては誘電率の周波数分散性を考慮する 必要がある. 例えば光波帯で金属を用いる場合, Drude モデルや Drude-Lorentz モデルなどにより周波数分散 性が考慮される. マイクロ波帯からテラヘルツ帯で水を 扱う際は Debye モデル, 生体などに対しては Cole-Cole モデルがしばしば利用されている [1]. これらの周波数 分散性を取り扱うために様々な手法を用いて FDTD 法 は拡張されてきた [2]-[6]. しかしながら FDTD 法は陽 解法であるため Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 条件 を満たす必要があり,時間刻み幅 (Δt) に制限を受ける.

他方,筆者らのグループは Δt に制限を受けない局所 1 次元 (LOD)FDTD 法を開発し,Drude モデルや Drude-Lorentz モデルなど様々な分散モデルを解析し てきた [7]-[11].しかしながら,Cole-Cole モデルへの 拡張は未検討であった.

本稿では、LOD-FDTD 法を Cole-Cole モデルを解 析するための周波数依存型に拡張する [12],[13]. Cole-Cole モデルを含む媒質を解析し、計算精度及び計算時 間を陽的 FDTD 法と比較する.

2. 本論

Z 変換を用いた 2 次元 LOD-FDTD 法の定式化を 行う. Cole-Cole モデルを以下に示す.

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{m=1}^n \frac{\Delta \varepsilon_m}{1 + (j\omega\tau_m)^{1-\alpha_m}} + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0}$$
(1)

ここで、 ε_{∞} は周波数が無限大での比誘電率、nは極数、

 $\Delta \varepsilon_{\rm m}$ は対応する周波数範囲での誘電率変化, τ_m は緩 和時間, $\alpha_{\rm m}$ は緩和の広がりを示すパラメータ, σ は導 電率である. Cole-Cole モデルでは緩和時間の指数が 小数になることが特徴的である.ここではテイラー展 開で近似する方法を採用する [14].以下では,n = 2とした場合の 1st step における E_z , H_y 成分 (TM 波) の計算式のみ示す.

$$E_{z}^{n+\frac{1}{2}} = E_{z}^{n} + \frac{c\Delta t}{2A} \left(\frac{\partial H_{y}^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} + \frac{\partial H_{y}^{n}}{\partial x} \right) + \frac{1}{A} (I_{z}^{n-1} - I_{z}^{n}) - \sum_{m=1}^{2} \frac{B_{m}}{A} (1 - \alpha_{m}) \left[S_{m,z}^{n} + (\frac{\alpha_{m}}{2} - 1) S_{m,z}^{n-1} - \frac{\alpha_{m}}{2} S_{m,z}^{n-2} \right]$$
(2)

$$S_{m,z}^{n} = B_m \Big[(1 - \alpha_m) S_{m,z}^{n-1} + \frac{1}{2} \alpha_m (1 - \alpha_m) S_{m,z}^{n-2} \Big] \\ + \frac{\Delta \varepsilon_m}{1 + (\frac{\tau_m}{\Delta t})^{1 - \alpha_m}} E_z^n$$
(3)

$$H_y^{n+\frac{1}{2}} = H_y^n + \frac{c\Delta t}{2\mu_r} \left(\frac{\partial E_z^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} + \frac{\partial E_z^n}{\partial x} \right)$$
(4)

$$A = \varepsilon_{\infty} + \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_0} + \sum_{m=1}^{2} \frac{\Delta \varepsilon_m}{1 + (\frac{\tau_m}{\Delta t})^{1 - \alpha_m}}$$
$$B_m = \frac{(\frac{\tau_m}{\Delta t})^{1 - \alpha_m}}{1 + (\frac{\tau_m}{\Delta t})^{1 - \alpha_m}}$$
$$I_z^n = \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon_0} E_z^n + I_z^{n-1}$$

0

である.上式で,cは光速, μ_r は比透磁率である.また $E \ge H$ の振幅を揃えるため,界は正規化されている. Eの計算式に $S \ge H$ を代入して陰的に,引き続き Hの計算式を陽的に解く.

計算精度を評価するため, Cole-Cole モデルを含む 媒質を解析する. 解析モデルを図 1 に示す. ここで x軸方向には周期境界条件を適用している [15]. 乾燥し た皮膚を Cole-Cole モデル [16] として扱い,空間の刻 み幅を $\Delta x = 0.5 \ \mu m$, $\Delta z = 0.1 \ \mu m$ に選ぶ. 入射波に は横方向に一様な振幅をもつパルス波を用い, +z 方 向に励振する. パルス波の中心周波数を 1.5 THz に設 定する.

図 2 に 4 ps 経過後の z 軸断面の界振幅を示す.比 較のため,陽的 FDTD 法の結果も併記する.なお,陽 的 FDTD 法で取り得る最大の時間刻み幅を Δt_{CFL} と し, $\Delta t/\Delta t_{CFL}$ を CFLN と定義する.THz 波の一部が 皮膚に侵入し,一部が反射していることがわかる.こ こで,CFLN=1 において,LOD-FDTD 法の結果は陽 的 FDTD 法の結果と一致する.また,CFLN を 5 及 び 10 に選んでも,波形が保たれている.最後に,Core i7-4790 プロセッサ (3.6 GHz)を搭載した PC を用い た際の計算時間について言及する.LOD-FDTD の計 算時間は,CFLN = 5 で陽的 FDTD 法の計算時間の約 70 %となる.

3. 結び

LOD-FDTD 法を Cole-Cole モデルを解析するた めの周波数依存型に拡張した. CFLN=5 に選んでも陽 的 FDTD 法の結果とよく一致しており,計算時間を 約 70%に短縮できることを明らかにした.



図1解析モデル



参考文献

- J. Shibayama *et al.*, *Electron. Lett.*, vol. 41, no. 19, pp. 1046-1047, 2005.
- R. J. Luebbers et al., IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 39, no. 1, pp. 29-34, 1991.
- D. F. Kelly and R. J. Luebbers, *IEEE Trans. Anten*nas Propagat., vol. 44, no. 6, pp. 792-797, 1996.
- R. Siushansian and J. LoVetri, *IEEE Microw. Guided* Wave Lett., vol. 5, no. 12, pp. 426-428, 1995.
- T. Kashiwa and I. Fukai, *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 3, no. 6, pp. 203-205, 1990.
- D. M. Sullivan, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 40, no. 10, pp. 1223-1230, 1992.
- 7) J. Shibayama *et al.*, *Electron. Lett.*, vol. 44, no. 16, pp. 949-950, 2008.
- J. Shibayama *et al.*, *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 46, no. 1, pp. 40-49, 2010.
- 9) J. Shibayama *et al.*, *IEICE Trans. Electron.*, vol. E95-C, no. 4, pp. 725-732, 2012.
- 10) J. Shibayama et al., IEEE Photon. Technol. Lett., vol. 25, no. 10, pp. 965-968, 2013.
- 11) 柴山, 日下他, 信学総大, C-15-10, 2017.
- 12) 柴山, 日下他, 信学総大, C-15-20, 2016.
- J. Shibayama, Y. Kusaka *et al.*, *PIERS*, Shanhai, p. 1781, 2016.
- 14) S. Su et al., Bioelectromagn., vol. 26, no. 5, pp. 389-397, 2005.
- J. Shibayama et al., IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett., vol. 8, pp. 890-893, 2009.
- 16) S. Gabriel *et al.*, *Phys. Med. Biol.*, vol. 41, no. 11, pp. 2271-2293, 1996.