地域制約のあるマッチングメカニズムにおける 公平性と非浪費性の分析

IIDA, Shinya / 飯田, 伸也

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院情報科学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要. 情報科学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 情報科学研究科編
(巻 / Volume)
12
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
6
(発行年 / Year)
2017-03-31
(URL)
https://doi.org/10.15002/00014400

地域制約のあるマッチングメカニズムにおける公平性と非浪費性の分析

Analysis on Fairness and Non-Wastefulness in Matching Mechanisms under Regional Quotas

飯田　伸也
Shinya Iida
法政大学情報科学研究科情報科学専攻
E-mail: 15T0003@cis.k.hosei.ac.jp

Abstract

Matching is a problem to find optimal combinations between two types of agents like students and schools. Many researches have been done under various constraints, such as maximum quotas, minimum quotas, regional cap, and so on. Our goal is to propose stable and strategy-proof matching mechanisms for a matching problem with a regional cap. There are two indicators that are fair and non-wasteful properties for designing a mechanism. We propose two mechanisms which are Iterative Adjustment Deferred Acceptance Regional Quotas mechanism, called IADARQ, and PLDA-RQ using students whose contracts are pre-determined for matching problems with the regional cap. The former mechanism is a non-wasteful mechanism based on DA, and it continuously extends the number of matching targets until the regional cap is sustained. The latter mechanism is a fair mechanism extended from priority list based the deferred Acceptance mechanism, called PLDA-RQ, and it uses students whose assignment are pre-determined. This paper discusses the performance of these mechanisms. Experimental simulation shows that the level of satisfactions which are fair and no-wasteful is improved compared with the existing mechanisms.

1. まえがき

近年，マッチング問題と呼ばれる 2 種類のエージェント間の最適な組み合わせを求める問題についての研究が盛んに行われている．具体的には，早稲田大学の付属校推薦入学者の割り当て[6]や医師臨床研修マッチング[5]などがある．マッチング問題では，全てのエージェントが自分の利得が最大にするように行動する．この状況下で，エージェント全体の利得を最大とするマッチングメカニズムを設計することが本研究の目的である．既存研究では，様々な制約を設けたマッチング問題に対して，メカニズムを設計している．例えば，ある学校に割り当てられる上限人数を設ける問題[4]，下限人数を設ける問題[7]，学校が地域と呼ばれる集団に属する問題[8]などがある．特に個別上限しか存在しない問題では，戦略的操作不可能性と呼ばれる望ましいマッチングの性質を持つ(Deferred Acceptance mechanism，DA)が知られている．本論文では，様々なマッチング問題の中から学校と学生の配属を例に，地域制約を設けたマッチング問題について，マッチングメカニズムの提案と評価を行う．第 2 章では，地域制約下におけるマッチングメカニズムのモデルを定義し，第 3 章では，マッチングメカニズムの持つべき好ましい性質についての指標を定義する．第 4，5 章では，既存研究と提案手法のメカニズムを紹介し，第 6 章で，既存研究と提案手法のメカニズムの性能評価を行う．第 7 章では，実験から得られたマッチングメカニズムの考察を行い，第 8 章に本論文のまとめを述べる．

2. マッチングモデル

マッチング問題は文献[7]を参考に $(S, C, R, p, q, a, \succ_s : s \epsilon S, \succ_c : c \epsilon C, \succ^{PL}, \succ_{ML})$で定義される．$S = \{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$は学生の集合であり，$C = \{c_1, c_2, \ldots, c_m\}$は学校の集合である．また，$n$，$m$はそれぞれ学生数，学校数である．$R = \{r_1, r_2, \ldots\}$は学校の地域集合であり，各地域 rは学校の部分集合 $r \in 2^C\{\emptyset\}$ である．$p = \{p_1, p_2, \ldots, p_{|R|}\}$，$q = \{q_1, q_2, \ldots, q_{|R|}\}$はそれぞれ各地域に対する学生の下限人数と上限人数である．$a = \{a_1, a_2, \ldots, a_{|R|}\}$は，各地域に割り当てられる下限人数のことであり，これを地域の要素的下限制約と呼ぶ．$\succ_s$，$\succ_c$はそれぞれ学生が学校に，学校が学生に対する選好順序である．$\succ^{PL}$は学生と学校の契約の優先順序を表し，これをプライオリティリストと呼ぶ．$\succ_{ML}$は学生の応募の優先度を決める指標であり，これをマスターリストと呼び，一般的に GPA やテストの点数などの学生の能力を用いて決定される．本論文の$\succ_{ML}$は (1,2,…n)で用いる．

3. マッチングの性質

マッチングの性質や定義について，文献[7]を参考に述べる．定義1にマッチングの定義を示す．

定義1 (マッチング)： マッチング$X = S \times C$とは以下の3つの条件を満たすものである. (i) $\forall \mathrm{c}(c \epsilon C)$に対して，$\mu(c) \sqsubseteq S$，(ii) $\forall s(s \epsilon S)$に対して$\mu(s) \epsilon C$，(iii)$\forall \mathrm{c}(c \epsilon C)$，

Supervisor: Prof. Satoru Fujita

$\forall s (s \in S)$に対して，$\mu(s) = c$が成り立つ時 $s \in \mu(c)$.

$\mu : 2^{S\times C} \to 2^{S\times C}$は，学生は学校，学校は学生のマッチング結果の集合を返す関数である．また，マッチングには必ず満たさなければならない条件が存在する．

定義 2 (マッチングの実行可能性)：$\forall r (r \in R)$に対して，マッチングXが次の条件を満たすことを実行可能なマッチングという．：$p_r \le \sum_{c\in r} |\mu(c)| \le q_r$.

次に，マッチングメカニズムの性能を比較する指標について述べる．

定義 3 (妥当な不満)：妥当な不満とは，$s \in S$が$s' \in (S \setminus \{s\})$に対して，以下の条件を満たす時のことである．$c \in (C \setminus \mu(s))$に対して，(i) $s \succ_c s'$，(ii) $c \succ_s \mu(s)$，(iii) $\mu(s') = c$.

定義 4 (空きシートの要求)：空きシートの要求とは，$s \in S$が$c \in \left(C \setminus \mu(s)\right)$に対して，以下の条件を満たす時である． (I) $c \succ_s \mu(s)$， (ii) $r \in regions(c)$に対して，$\sum_{c'\in r} |\mu(c')| < q_r$， (iii) $r \in regions\left(\mu(s)\right)$に対して，$\sum_{c'\in r} |\mu(c')| > p_r$.

妥当な不満とは，学生が学校に正しく評価されずに配属された時の不満であり，空きシートの要求とは，学生が学校に空きが存在するのに配属されない時の不満である．定義4の$regions$とは，学校が所属している全ての地域集合を返す関数である．次に，マッチングが持つべき好ましい性質である戦略的操作不可能性，公平性，非浪費性を定義する．

定義 5 (戦略的操作不可能性)：あるメカニズムφに対して，$\forall s\ (s \in S)$が次の条件を満たすことを戦略的操作不可能なメカニズムと呼ぶ．$\mu(s) \succ_s \mu'(s)$または，$\mu(s) = \mu'(s)$.

定義 6 (公平性)：公平なメカニズムφとは，$\forall s (s \in S)$が定義3の妥当な不満を持たないメカニズムである．

定義 7 (非浪費性)：無駄のないメカニズムφとは，$\forall s (s \in S)$が定義4の空きシートの要求を出さないメカニズムである．

$\mu'(s)$は，sが嘘の申告をした際のマッチング結果を返す関数である．戦略的操作不可能とは，あるメカニズムを用いた時，全ての学生が嘘の申告を行う誘因を持たないことを指す．本論文では，戦略的操作不可能な公平な，または無駄のないマッチングメカニズムの提案を行う．

4. 無駄のないメカニズム

4.1. 既存研究

地域下限問題に対して, DA をベースとした様々な無駄のないメカニズムが提案されている．その 1 つとして，$\succ_{ML}$で与えられた応募順に対して，学生1人ずつの割り当てを行い，下限制約の合計人数とまだ配属されていない学生の人数が等しくなった時に，下限制約の学校だけに割り当てを行うメカニズム(Serial Dictatorship with Regional Quotas mechanism，SDRQ)がある [7]．しかし，SDRQ は学生の選好順序しか見ておらず，学校の選好順序を無視しているメカニズムであるため，学校の不満が多く生じる問題がある．そこで，橋本らは SDRQ が 1 人ずつ割り当てを行っていたのに対して， Stage 毎に複数の学生を DA で割り当てるメカニズム(Multi-Stage Deferred Acceptance with Regional Quotas mechanism，MSDARQ)を設計した[7]．MSDARQ では，Stage 毎の学生の部分集合を保持することにより，部分集合の学生数の合計が全地域の下限制約の合計になった時に，割り当てられていない学生に対して SDRQ を行うことで，地域下限制約問題に対応している．MSDARQ の動作例を例 1 に示す．

[例 1] $S = \{s_1, s_2, \dots, s_6\}$，$C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$の組み合わせ問題を仮定する．$C$に対する地域の集合 R は$\{\{c_1, c_2, c_3, c_4\}, \{c_1, c_2\}, \{c_3, c_4\}, \{c_1\}, \{c_2\}, \{c_3\}, \{c_4\}\}$とする．各地域の要素的下限制約は，$\{\{c_1, c_2\}, \{c_1\}, \{c_2\}, \{c_3\}\}$に 1，それ以外の地域には 0 とする．また，各学校の個別上限制約は 2 とする．$\succ_s$，$\succ_c$，$\succ_{\mathrm{ML}}$を以下のように与える．

$$\begin{array}{ll}
\succ_{s_1}, \succ_{s_2}, \succ_{s_3}: & c_1 \succ c_2 \succ c_3 \succ c_4 \\
\succ_{s_4}, \succ_{s_5}, \succ_{s_6}: & c_4 \succ c_3 \succ c_2 \succ c_1 \\
\succ_{c_1}, \succ_{c_2} & : s_6 \succ s_5 \succ s_4 \succ s_3 \succ s_2 \succ s_1 \\
\succ_{c_3}, \succ_{c_4} & : s_1 \succ s_2 \succ s_3 \succ s_4 \succ s_5 \succ s_6 \\
\succ_{\mathrm{ML}} & : s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6
\end{array}$$

Stage1 では下限制約による確保人数E^1=$\{s_3, s_4, s_5, s_6\}$となり，s_1, s_2に対して，DA で学校に割り当てを行い，s_1, s_2は，c_1に配属される．

Stage2 では$E^2 \ne E^1$なため，Stage1 と同様に割り当てを行い，s_1, s_2, s_3, s_4はそれぞれc_1, c_1, c_2, c_4に配属される．

Stage3 では$E^3 \ne E^2$なため，Stage1 と同様に割り当てを行い，s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 はそれぞれc_1, c_1, c_2, c_4, c_4に配属される．

Stage4 では$E^4 = E^3$となるため，E^4に属する全ての学生に対して，SDRQ で割り当てる．Stage4 の結果，全ての学生が割り当てられた．

$$\mu(c_1) = \{s_1, s_2\}, \mu(c_2) = \{s_3\}, \mu(c_3) = \{s_6\}, \mu(c_4) = \{s_4, s_5\}$$

例 1 では，s_3がs_1，s_2に対して妥当な不満を持つ．この理由は，Stage 毎に配属された学生を確定していることにより，各 Stage の学生に格差が生じるからである．この問題に対して，後藤らは，学生がある学校に配属するとマッチングが実行不可能になってしまう学校(forbidden school)を境界としながら，DA で配属の決定を行うメカニズム(Adaptive Deferred Acceptance mechanism，ADA)を提案し，より公平なメカニズムを定義した[4].

4.2. IADARQ メカニズム

本節では， MSDARQ の Stage 毎に DA を行った時に生じる格差に着目した IADARQ を提案する[1]．IADARQ では，Stage 毎に DA を行う際に，前回の Stage に含まれていた全ての学生に対して，DA を行うことを特徴とする．

定義 8 (IADARQ メカニズム)：マッチングXに対して以下の操作を行う．

Stage $k=1$: E^1, p^1，q^1，e^1，X_1は，それぞれ $E^1=S$，$p^1=p$，$q^1=q$，$e^1=\sum_{r\in R} a_r^1$，$X_1=\{\emptyset\}$とする．また，a^1は地域$r\in R$が葉ノードの場合は，$a_r^1=p_r^1$であり，それ以外の場合は,$a_r^1=p_r-\sum_{r'\in children(r)} p_{r'}^1$である．次に，Stage k+1 行う．

Stage $k>1$:

Step1: $E^k=\{s_{(n-e^k+1)}, s_{(n-e^k+2)}, \dots, s_n\}$とする．(ML で最下位までから$e^k$人の学生)

(a) $E^{(k-1)}\setminus E^k\neq\emptyset$ の時，$S\setminus E^k$に対して，DA を実行し，求めた結果をマッチングX_kとする．

(b) $E^{(k-1)}\setminus E^k=\emptyset$の時，$E^k$ に対して，SDRQ を実行し，求めた結果をマッチングX_kとし，$X=X_k\cup X_{k-1}$を求める．

Step2 : Step1 の結果から p^k, a^k, e^kの更新を行う．$\forall r(r\epsilon R)$ が葉ノードの時，$a_r^k=\max(0, p_r-students(r))$，$p_r^k=a_r^k$，$e^k=\sum_{r\in R} a_r^k$．それ以外の時，$a_r^k=\max\left(0, p_r-\sum_{r'\in children(r)}\left(students(r')+p_{r'}^k\right)\right)$，$p_r^k=\sum_{r'\in children(r)} p_{r'}^k+a_r^k$，$e^k=\sum_{r\in R} a_r^k$．この時，全ての学生が割り当てられていた場合に Stage t へ，それ以外の時， Stage $k+1$ を行う．

Stage t : Xを結果とし，出力する．

$children$は地域の子ノードの集合を返す関数であり，$students$は地域に所属している学生数を表す関数である．次に，IADARQ の動作例を下記に示す．

[例 2] 例 1 と同様な問題を定義する．

Stage1 では， E^1， p^1，q^1，e^1の初期化を行う．

Stage2 では， $E^2=\{s_3, s_4, s_5, s_6\}$となり，$s_1, s_2$に対して DA で割り当てを行う．$s_1, s_2$は，$c_1$に仮配属される．

Stage3 では，$E^3\neq E^2$なため，Stage2 と同様な手順でs_1, s_2, s_3, s_4はそれぞれc_2, c_1, c_1, c_4に仮配属される．

Stage4 では，$E^4\neq E^3$なため，Stage2 と同様な手順で s_1, s_2, s_3, s_4, s_5はそれぞれc_2, c_1, c_1, c_4, c_4の学校に仮配属される．

Stage5 では， $E^5=E^4$となるため，E^4で仮配属されていた学生を確定として，E^5に属する全ての学生に対して，SDRQ で割り当てる．Stage5 の結果，全ての学生が割り当てられた．

$$\mu(c_1)=\{s_2, s_3\}, \mu(c_2)=\{s_1\}, \mu(c_3)=\{s_6\}, \mu(c_4)=\{s_4, s_5\}$$

例 2 では，例 1 で生じていたs_3がs_1に対しての妥当な不満が解消されていることが分かる．これにより，IADARQ では，Stage 毎に生じる格差について解消されたのではないかと考えられる．また，IADARQ は戦略的操作不可能である． 詳細な証明に関しては，文献[2]を参考にする．

5. 公平なメカニズム

5.1. 既存研究

地域下限問題の公平なメカニズムとして，各学校の個別上限の和を学生数の合計とし，問題を個別上限だけに置き換え DA を行う メカニズム(Artificial Cap Deferred Acceptance mechanism， ACDA)[5]が提案されている．しかし，ACDA は，実際の個別上限よりも厳しい上限で割り当てを行うため，空きシートの要求をする学生が非常に多い問題がある．一方，濱田らは下限制約を満たしながら，応募した学生を$\succ^{PL}$の順番に従い割り当てる PLDA-RQ を提案した [8].

定義 9 (PLDA-RQ メカニズム)：マッチングXに対して以下の操作を行う.

Step $k=1$: $\succ^{PL}$を決められたルールで初期化し，$X_k=\{\emptyset\}$，$X'_1=S\times C$とする．

Step $k>1$: $\forall s\ (s\epsilon S)$に対して，$ch_s(X'_k)$を用いて，$\succ^{PL}$上位から定義 2 を満たす$X_k(X_k\ \epsilon\ ch_s(X'_k))$を求める．もし$|X_k|=|\mathrm{S}|$ならば，Step t へ，それ以外の場合 $X'_k=X'_{k-1}\setminus(ch_s(X'_k)\setminus X_k)$， $k=k+1$.

Step t : X_kを結果とし，出力する．

ch_sは$2^{S\times C}\rightarrow 2^{S\times C}$の変換を表し，$s$が応募できる中で最も選好が高い契約を返す関数である．次に，PLDA-RQ の動作例を下記に示す.

[例 3] 例 1 と同様に学生, 学校, 地域を定義する. 地域の要素的下限制約は, $\{\{c_1\},\{c_4\},\{c_1, c_2\}\}$に 1, それ以外の地域に対しては 0 とする. また, 各学校の個別上限制約は 3 とする. $\succ_s$，$\succ_c$，$\succ_{\mathrm{ML}}$は以下のように与える.

$\succ_s$	$: c_4\succ c_3\succ c_2\succ c_1$
$\succ_{c_1}, \succ_{c_4}$	$: s_6\succ s_5\succ s_4\succ s_3\succ s_2\succ s_1$
$\succ_{c_2}, \succ_{c_3}$	$: s_1\succ s_2\succ s_3\succ s_4\succ s_5\succ s_6$
$\succ_{\mathrm{ML}}$	$: s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$

Step1 では$X'_1=\{(s_1, c_1), (s_1, c_2), \dots, (s_n, c_m)\}$とし，$\succ^{PL}$をタイブレーク順(1,2,…,m)で以下のように生成する．

$$\succ^{PL}=\{(c_1, s_6), (c_2, s_1), (c_3, s_1), (c_4, s_6), (c_1, s_5), \dots, (c_4, s_1)\}$$

Step2 では:$s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$ はc_4に応募し， s_4, s_5, s_6がc_4に配属される.

Step3 では $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$はそれぞれ$c_3, c_3, c_3, c_4, c_4, c_4$に応募し， s_1, s_2がc_3， s_5, s_6がc_4に配属される.

Step4 では $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$はそれぞれ$c_3, c_3, c_2, c_3, c_4, c_4$に応募し， s_1, s_2がc_3， s_3がc_2， s_5, s_6がc_4に配属される.

Step5 では $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$はそれぞれ$c_3, c_3, c_2, c_2, c_4, c_4$に応募し， s_1, s_2がc_3， s_3がc_2， s_5, s_6がc_4に配属される.

Step6 では $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$はそれぞれ$c_3, c_3, c_2, c_1, c_4, c_4$に応募し，$s_1, s_2$が$c_3$，$s_3$が$c_2$，$s_4$が$c_1$，$s_5, s_6$が$c_4$に配属され，全ての学生が割り当てられた．

$$\mu(c_1) = \{s_4\}, \mu(c_2) = \{s_3\}, \mu(c_3) = \{s_1, s_2\}, \mu(c_4) = \{s_5, s_6\}$$

例 3 では，s_1, s_2がc_4に対して，空きシートの要求を出す問題がある．この原因として，$\succ^{PL}$の契約をタイブレーク順に並べるために，全ての学生の選好順序が高いc_4に空きが生じるからである．

5.2. 確定者を用いた PLDA-RQ メカニズム

PLDA-RQの問題を解決するために，定義10の確定者を用いて改善したメカニズムを提案する．

定義10 (確定者) : 確定者とは，あるメカニズムφに対して，$s\ (s \epsilon S)$，$c\ (c \epsilon C)$が以下の条件を満たす学生である．$\forall \mu' (\mu' \epsilon M)$に対して，$\mu'(s) = c$.

定義10のMは，sを除いた全ての学生が戦略的操作を行った時のマッチング結果の集合である．すなわち，確定者とは，他の学生の選好に依らず配属が決定される学生のことである．本手法では，確定者が配属されている学校が人気校であると仮定することで，$\succ^{PL}$の優先順位を，人気校の契約を優先し，人気校に対しての空きの発生を減らす．

次に，準備として，地域下限制約問題での確定者の条件について述べる．

定義11 (地域制約下における確定者) : 地域下限制約下での確定者$s \in S$は(i)を満たし，(ii)か(iii)のいずれかを満たす． (i) $|DS| < \sum_{r \in R} a_r$ ． (ii) $c \epsilon C$ に対して，$\sum_{l\ \epsilon\ \{1,2,\dots,\ (q_{\{c\}} + |DS_c|)\}} rank_c(l) \cap \{s\} = s$ かつ，$rank_s(1) = c$ ． (iii) $c \epsilon \sum_{s' \epsilon\ DS} \mu(s')$ に対して，$\sum_{l\ \epsilon\ \{1,2,\dots,(\ p_{\{c\}} + |DS_c|)\}} rank_c(l) \cap \{s\} = s$かつ，$rank_s(1) = c$.

定義11の$rank$とは，学生または学校の選好順序を受け取り，その順位の学校または，学生を返す関数であり，DSは確定者集合を表し，DS_cはcに属する確定者集合を表す．(i)は地域下限制約を満たすための条件であり，(ii)は下限制約から得られる確定者を表し，(iii)は(ii)の条件に上限制約を加味した時の確定者を表している．

次に$\succ^{PL}$の生成方法として，定義12を示す[9].

定義12 (確定者による$\succ^{PL}$の生成) : 確定者集合DSを用いて，以下の4つの方法で$\succ^{PL}$を生成する．

***rule*-1 :** (i)，(ii)の条件を満たした確定者を採用し，DSに対して，$c \epsilon \sum_{s' \epsilon DS} \mu(s)$に関しては，第1,2,…,n希望の順に契約を生成し，$c' \epsilon (C \setminus \sum_{s' \epsilon DS} \mu(s))$に関しては，タイブレーク順で生成をする．

***rule*-2 :** (i)，(ii)の条件を満たした確定者を採用し，DSに対して，$\sum_{s\ \epsilon\ DS} rank'_s(c)$,が大きい学校から第1,2,…,n希望の順に契約を生成する

***rule*-3 :** (i)，(ii)，(iii)の条件を満たした確定者を利用し，*rule*-1と同様な手順で$\succ^{PL}$を生成する．

***rule*-4 :** (i)，(ii)，(iii)の条件を満たした確定者を利用し，*rule*-2と同様な手順で$\succ^{PL}$を生成する．

ここの$rank'$とは，学校を受け取り，学生の選好順位を返す関数である．また，$DS = \{\emptyset\}$の時は，PLDA-RQと同様に$\succ^{PL}$をタイブレーク順で生成する．

上記の全てを用いて確定者決定メカニズムでは，定義13のように配属の決定を行う[3].

定義13 (確定者配属決定メカニズム): マッチングX，確定者集合DSに対して，以下の処理を実行する．

Step 0 : $DS = \{\emptyset\}$，$X_0 = \{\emptyset\}$，$k = 1$，$\succ_0^{PL}$をタイブレーク順で生成する．

Step k : $\succ_{ML}$に従い，$\forall s (s \in (S \setminus DS))$に対して，$s$が確定者である場合，$DS = DS \cup \{s\}$，$X_k = X_{k-1} \cup \{(s, \mu(s))\}$，$\succ_k^{PL}$を上記の方法で更新し，$k = k + 1$とする．確定者でない場合，Step tへ．

Step t : $\forall s (s \in (S \setminus DS))$に対して，PLDA-RQを行った結果の契約集合$X'$を求め，$X \cup X'$を出力する．

次に，*rule*-1を用いた時の動作例を下記に示す．

[例4] 例3と同様な問題を定義する．

Step1では *rule*-1に従い，s_6が確定者となり，$DS = \{s_6\}$となり．$\succ^{PL}$を下記のように更新をする．

$$\succ^{PL} = \{(c_4, s_6), \dots, (c_4, s_1), (c_1, s_6), (c_2, s_1), \dots, (c_3, s_6)\}$$

Step2では*rule*-1の条件を満たす確定者がs_6以外存在しないため，残りの学生に対して，上記の$\succ^{PL}$を用いたPLDA-RQで割り当てを行う．s_1, s_2, s_3, s_4, s_5がそれぞれ，c_3, c_2, c_1, c_4, c_4に配属される．

Step3では確定者とPLDA-RQで求めたマッチング結果を解とし，出力する．

$$\mu(c_1) = \{s_3\}, \mu(c_2) = \{s_2\}, \mu(c_3) = \{s_1\}, \mu(c_4) = \{s_4, s_5, s_6\}$$

例4から，例3で生じていた人気校に対する空きシートの要求が解消されていることが分かる．また，定義13のメカニズムは，戦略的操作不可能なメカニズムであり，確定者の定義10より導くことが出来る．

6. 評価実験

6.1. 実験環境

本実験は，学生数は512，学校数を64とする．学校の個別上下限はそれぞれ，上限人数40，下限人数0とし，地域は，深さ6の2分木とする．この時，要素的下限制約の合計を問題ごとに設定し，各地域に対して，均等になるように割り当てる．学生の選好順序は，全ての学生が持つ共通のベクトル$U_c = [0,1]^m$と各学生が個人で持つベクトル$U_s = [0,1]^m$を用いて，式(1)のように表す．

$$\alpha U_c + (1 - \alpha) U_s \qquad (1)$$

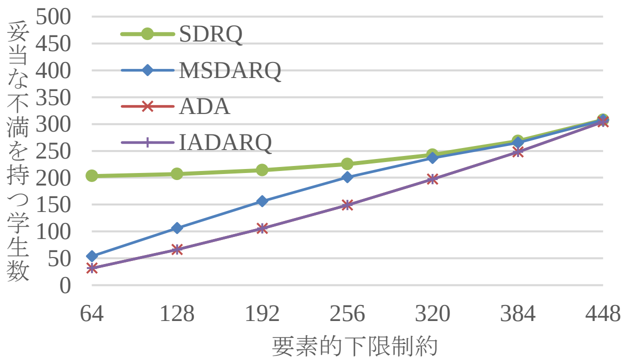

図 1: 妥当な不満を持つ学生(α=0.6)

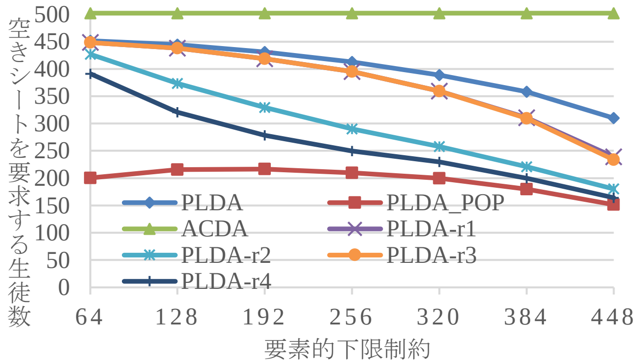

図 3 : 空きシートを要求する学生(α= 0.6)

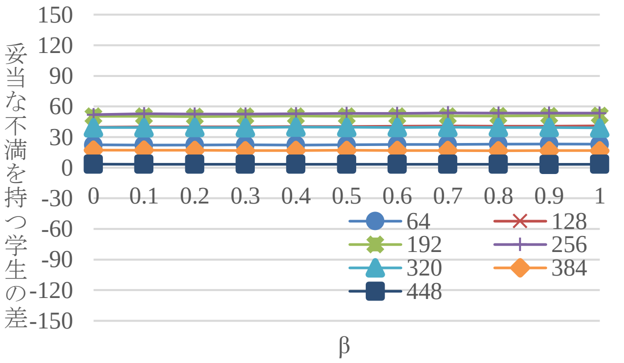

図 2 : IADARQ と MSDARQ の妥当な不満を持つ学生の差 (α= 0.6)

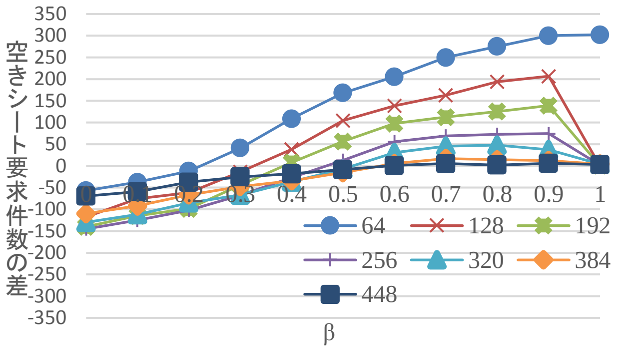

図 4 : PLDA-r3 と PLDA-r4 の空きシート要求件数の差 (α= 0.6)

ここのパラメータαはα ∈ [0,1]である．また，学校の選好順序も学生と同様に与え，そのパラメータβとする．すなわちα，βは，値が0に近いほど，学生，学校の選好順序は一様乱数で決定され，値が1に近づくほど，学生，学校の選好順序は一律となることを表している．本実験結果は，100回実行した時の平均とする．

6.2. 無駄のないメカニズムの実験

本節では，第 4 章で紹介した既存研究と提案手法である IADARQ の比較実験を行う．図 1 は α = 0.6，β = 0.0 と固定し，要素的下限制約を 64～448 と変化させた時の妥当な不満を持つ学生数を表した図である．縦軸は妥当な不満，横軸は要素的下限制約，各線はそれぞれのメカニズムを表している．すなわち，グラフの右側に近づくにつれ，問題の制約を強めていることが示している．図 1 から，IADARQ は，既存手法である SDRQ と MSDARQ より妥当な不満を持つ学生が少ないメカニズムであることが分かる．しかし，IADARQ と ADA では，ほぼ差異が無く，同様な結果となった．

図 2 はα = 0.6と固定し，β，要素的下限制約をそれぞれ 0.0～0.1，64～448 と変化させた時の MSDARQ と IADARQ の妥当な不満を持つ学生の差を表した図である．縦軸，横軸はそれぞれ 2 つのメカニズムの妥当な不満を持つ学生の差，βを表しており，各線は要素的下限制約を表している．図 2 は，0 よりも値が高い時に，IADARQ の方が妥当な不満を持つ学生が少ないことを示している．図 2 から，如何なるβを用いた場合でも，IADARQ の方が MSDARQ よりも妥当な不満を持つ学生が少ないメカニズムであることが分かる．

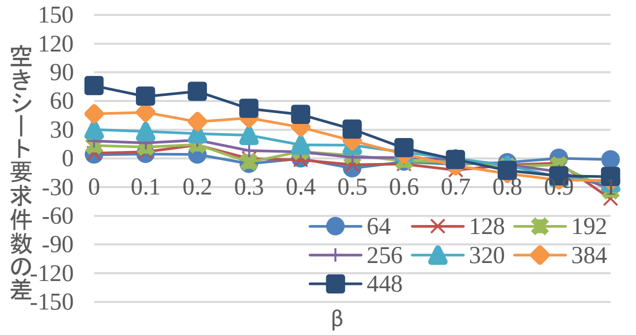

図 5 : PLDA-r3 と PLDA-RQ の空きシート要求件数の差 (α= 0.6)

6.3. 公平なメカニズムの実験

本節では，第 5 章で紹介した既存手法と，提案手法の比較を行う．図 3 は各パラメータを図 1 と同様に変化さ

せた時の空きシートの要求件数を表している図である．縦軸は，空きシートの要求件数，横軸は要素的下限制約，各線はそれぞれのメカニズムを表している．また，PLDA-r1,…,4 とは提案手法の$\succ^{PL}$を作成手法にそれぞれ *rule*-1,…,4 を用いたメカニズムを指し，PLDA-POP とは全ての学生の選好順序の合計を用いて人気度を求めて$\succ^{PL}$を作成した時の PLDA-RQ である．図 3 の結果からそれぞれ PLDA-POP，PLDA-r4，PLDA-r2，PLDA-r3，PLDA-r1，PLDA-RQ の順で空きシートの要求件数が少ない結果となった．しかし，PLDA-POP はある学生が$\succ^{PL}$を操作することができる問題がある．

図 4，5 は，各パラメータを図 2 と同様に変化させた時の，PLDA-r3 と PLDA-r4，PLDA-r3 と PLDA-RQ の空きシート要求件数の差を表した図である．縦軸は，それぞれのメカニズムの空きシートの要求件数の差を表しており，0 よりも大きい時は PLDA-r3 の方が空きシートの要求件数が少ないことを示している．また，横軸はβ，各線は要素的下限制約の値を表している．図 4 から，βの値が大きくなるにつれて，PLDA-r4 との空きシートの要求件数の差が縮まっていき，βが 0.4 付近の時に PLDA-r4 の方が空きシートの要求件数が少なくなることが分かる．また，図 5 から，PLDA-r3 との空きシートの要求件数の差が縮まっていき，βが 0.7 付近の時に PLDA-RQ の方が空きシートの要求件数が少なくなることが分かる

7. 考察

実験より，無駄のないメカニズムでは，Stage 毎の格差をなくした IADARQ が MSDARQ より良いメカニズムであることが分かった．しかし，既存手法である ADA とは同様な結果となった． IADARQ は DA で配属出来る人数を徐々に広げていき，DA で配属が出来る限界を探索するメカニズムである．一方，ADA は初めに配属出来る限界を forbidden school と定義することによって，配属を行うメカニズムである．すなわち，この制約問題下では，IADARQ の DA で配属が出来る限界が ADA の forbidden school と同様な定義になると考えられる．

次に，公平なメカニズムでは，PLDA-POP が非浪費性の観点では最も良いメカニズムであることが分かった．しかし，PLDA-POP は，戦略的操作可能なメカニズムである．この結果から，$\succ^{PL}$を人気校優先に組むことにより，従来のタイブレーク順の$\succ^{PL}$よりも良い結果を得られることが分かった．

次に，学校の選好の偏りβが大きくなるにつれて，PLDA-RQ，PLDA-r3，PLDA-r4 の順に空きシート要求件数が少なくなることについて考察する．この理由として．学生がどこに応募しても，全ての学校は同評価で学生を扱うため，タイブレーク順で組んだ$\succ^{PL}$を利用しても，学生が人気校順に配属されることがあげられる． *rule*-3，4 がタイブレーク順の$\succ^{PL}$と同等な結果を得られない理由は，確定者が配属された学校が人気校でない学校を選んだ場合や，確定者の条件で，人気校を確定校に出来ない場合があるからだと考えられる．特に，今回の確定者の条件として，下限制約の無い学校に対しては，確定者になり得ないため，このような学校が人気校になると空きシートの要求件数が多くなることが分かる．これらの結論として，学生の選好が一律になるほど，*rule*-3，4 のような学校を集中的に決定する$\succ^{PL}$の方が空きシート要求件数が少なくなり，学校の選好が一律になるほど，タイブレーク順のような各学校の評価を同等に評価する$\succ^{PL}$の方が空きシート要求件数が少なくなると考えられる．

戦略的操作不可能な公平なメカニズムでは，確定者を用いた PLDA-RQ は空きシートの要求件数がタイブレーク順の$\succ^{PL}$よりも最も少なかったが，PLDA-POP まで空きシートの要求件数を減らすことが出来なかった．これを改善するには，確定者を増やす方法や，戦略的操作不可能な他の生徒を利用することによって，空きシートの要求件数を減らすことが出来ると考える．

8. むすび

本論文では，学校と学生の地域制約下におけるマッチング問題についての調査を行った．公平なメカニズムとして，IADARQ を提案し，従来手法の MSDARQ よりも良いメカニズムであったが ADA とは本質的に同様なメカニズムであった．無駄のないメカニズムでは，従来手法の PLDA-RQ に確定者と呼ばれる新たな概念を取り入れることによって，従来手法より空きシートの要求件数が少なくなるケースが存在することを示した．

文　献

[1] 飯田伸也，東祥平，藤田悟，地域制約下のマッチングに対する繰り返しメカニズムの提案，情報処理学会第 78 回全国大会, vol.5P-04(2016).

[2] 飯田伸也，藤田悟，地域制約下における繰り返しマッチングメカニズムの戦略的操作不可能性の検証，The 30th Annual Conference of the Japanese Society for Artificial Intelligence，3I3-2(2016).

[3] 飯田伸也，丸古凌介，藤田悟，地域制約下における公平なメカニズム，情報処理学会第 79 回全国大会(2017).

[4] Gale,D and L.Shapley. College Admissions and the Stability of Marriage, The American Mathematical Monthly, vol.69, No.1, pp.9-15(Jan.1962).

[5] Goto, Masahiro and Kojima, Fuhito and Kurata, Ryoji and Tamura, Akihisa and Yokoo, Makoto. Designing Matching Mechanisms under General Distributional Constraints. Munich Personal RePEc Archive. No.64000, posted 2(May. 2015).

[6] 佐々木宏夫，マッチング理論とその応用，日本オペレーションズ・リサーチ学会学会誌，vol.54.No.8, pp.478-484(2009).

[7] 橋本直之，後藤試大，上田駿，岩崎敦，安田洋祐，横尾真：地域制約下での戦略的操作不可能なマッチングメカニズム，電子情報通信学会論文誌，vol.j97-D, No.8, pp.1336-1346 (2014).

[8] 濱田直斗，倉田涼史，後藤誠大，横尾真，個別下限制約付きタイプ優先マッチング問題，the Japanese Society for Artificial Intelligence vol.4, D-12(2015).

[9] 丸古凌介，飯田伸也，藤田悟，戦略的操作不可能な人気順を用いたマッチングメカニズムの設計，情報処理学会第 79 回全国大会(2017).