

解探索の広域化を図る改良粒子群最適化アルゴリズムの提案及び性能評価

松村, 修平 / MATSUMURA, Shuhei

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

58

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

5

(発行年 / Year)

2017-03-31

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00014234>

解探索の広域化を図る改良粒子群最適化 アルゴリズムの提案及び性能評価

PROPOSAL AND PERFORMANCE EVALUATION OF IMPROVED PARTICLE SWARM OPTIMIZATION
TO WIDEN SEARCH RANGE

松村 修平

Shuhei MATSUMURA

指導教員 李 磊

法政大学大学院理工学研究科応用情報工学専攻修士課程

The optimization problems for solving the objective function to the maximum or minimum under the given constraint condition are important problems applied to various fields. Metaheuristics is used as a method to obtain an acceptable solution within the practical time for the problems and Particle Swarm Optimization (PSO) is one of them. The characteristic of PSO is it has superior convergence speed, easy implementation on computer and there are many application examples. However, as with other methods, depending on the problems, it may be difficult to obtain a global optimum solution by fitting to local solutions.

In this paper, we propose improved PSO using exchange of particles' position vector, re-initialization and movement constraints in order to widen its search range and show the effectiveness through experiments.

Key Words : Particle Swarm Optimization, PSO, Optimization problems

1. はじめに

与えられた制約条件下においてある目的関数を最大,又は最小にする解を求める最適化問題は様々な分野に引用される非常に重要な問題である.最適化問題は規模によっては実用的な時間内に大域的最適解を求める事が困難になる.そこで,粒子群最適化アルゴリズム(Particle Swarm Optimization: PSO)や遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm: GA)等の実用時間内に許容可能な解を求める手法としてメタヒューリスティクスが利用されている.

本研究の対象であるPSOは1995年にKennedyらによって提案されたアルゴリズムであり,解空間に多数存在する各粒子が解(位置)情報を持ち解空間を移動する事により探索を行う手法である[1].PSOの特徴として優れた収束生,幅広い応用例が存在している事やコンピュータ上での実装が容易である事が挙げられる.この様な特徴を有する事からPSOの解探索の性能を向上させる研究は盛んに行われており,PSOの収束を保証し安定性解析に依り従来手法より優れた性能を示す事が報告されているConstriction Factor Approach (CFA)[2]や各粒子の目的関数値の順位に着目し慣性力を決定するPSO_{Rank}[3]等の手法が提案されている.

一方で,PSOは他の手法と同様に問題に依っては大域的最適解に到達する前に局所解に停留する可能性がある.局

所解から抜け出し大域的最適解を再び探索する事を目的とした手法には,一定確率で粒子の位置ベクトルの要素を交換する事で粒子群に影響を与える手法が提案されている[4].また,探索過程において粒子の移動に制約を設ける事で広域的に探索する手法も提案されている[5].

本稿では優れた収束生を示すCFAにPSO_{Rank}の慣性力を加えたCFA_{Rank}に対して,上記粒子の位置ベクトルの要素交換と移動制約に基づいた手法を導入し,また一定確率で粒子の再初期化を行う事で解探索の広域化を図り局所解への停留を抑制する手法を提案する.提案手法の有効性を検証する為に,関数最適化問題及びニューラルネットワークに適用し従来手法との性能比較を行った結果を示す.

2. 粒子群最適化アルゴリズム

(1) 概要

PSOは1995年にKennedyらによって提案された最適化アルゴリズムの1つである[1].群れをなして行動する生物の行動パターンから着想を得てモデル化された手法であり,解空間に多数存在する各粒子が解(位置)情報を持ち解空間を飛び回る事により探索を行う.PSOは以下の粒子の位置と速度の更新式により表現される.

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (1)$$

$$v_i^{k+1} = \omega v_i^k + c_1 r_1 (P_i^k - x_i^k) + c_2 r_2 (P_g - x_i^k) \quad (2)$$

v_i^k は i 番目の粒子の $k-1$ 回目の移動後の粒子の速度, P_i^k は i 番目の粒子の $k-1$ 回目の移動後の自己最良位置であり P_g は群れ全体の最良位置である. ω は慣性力, c_1 と c_2 は加速度係数を r_1 と r_2 は $[0, 1]$ 間の乱数を表す.

粒子の次の時刻における位置は速度の更新式(2)の3つのベクトルの総和により決定される. 右辺第一項 ωv_i^k は1つ前の粒子の速度の慣性を表している. 第二項 $c_1 r_1 (P_i^k - x_i^k)$ により自己最良位置を, 第三項 $c_2 r_2 (P_g - x_i^k)$ により群れ全体の最良位置を参照し次の探索点へ移動する. 粒子の探索位置決定の概念を図1に示す.

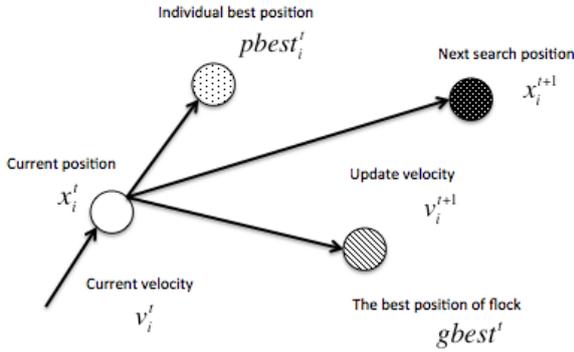


図1 探索位置決定の概念図

(2) アルゴリズム

1. 粒子群の初期化
予め定めた範囲内において粒子の初期位置及び速度を乱数により生成する.
2. 評価値の計算
目的関数に基づき各粒子の位置から評価値を求める.
3. 自己最良位置の更新
各粒子における現時点迄の移動の中で得られた最良値を記憶する.
4. 群れ全体における最良位置の更新
全粒子における現時点迄の移動の中で得られた最良値を記憶する.
5. 各粒子の速度を計算
速度の更新式(2)に基づき各粒子の速度の更新を行う.
6. 各粒子の位置を更新
各粒子の位置の更新を式(1)に基づき行う.
7. 終了条件の判定
各終了条件を満たしているか判定する. 条件を満たさない場合は2へ戻り処理を繰り返す.

上記処理手順により解探索が進むに連れて粒子の現在位置, 自己最良位置及び群れ全体の最良位置の差が減少する. 結果として探索の終盤では各粒子が群れ全体の最良位置周辺に集中する.

3. 先行研究

PSO の探索性能を向上させる手法は盛んに研究されており, 特に速度の更新式(2) 右辺第一項の慣性力 ω に着目した研究は多数存在する. 本章では提案手法と比較する既存研究を紹介する.

(1) Inertia Weights Approach: IWA

IWA は慣性力 ω を式(3)とした手法である [6].

$$\omega^k = \omega_{max} - \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{k_{max}} k \quad (3)$$

k, k_{max} は粒子の現在の移動回数, 最大移動回数であり, $\omega_{min}, \omega_{max}$ は最大, 最小慣性力を示す. IWA の特徴として粒子の移動回数の増加に伴い慣性力が低下する事が挙げられる. 従って, 探索初期では解空間を大域的に探索し, 終盤では慣性力の減少により現在の移動方向の影響が少なくなり, 各個体が群れ全体の最良位置周辺に集まり局所的に探索を行う事が出来る.

一方で, IWA は最大移動回数を指定せずに, 計算時間を終了条件と定めた場合等の特定の条件下においては適用する事が出来ない問題がある.

(2) Constriction Factor Approach: CFA

CFA は速度の更新式(2)を以下の様に設定した手法である [2].

$$v_i^{k+1} = K[v_i^k + c_1 r_1 (P_i^k - x_i^k) + c_2 r_2 (P_g - x_i^k)] \quad (4)$$

$$K = \frac{2}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|} \quad (5)$$

$$\varphi = c_1 + c_2, \varphi > 4 \quad (6)$$

CFA は PSO の収束を φ により制御する事で群れが発散する事を防ぎ収束を保証する. また, PSO より優れた収束を示す事が報告されている.

(3) PSO_{Rank}

PSO_{Rank} は各個体の目的関数値に着目し順位付けを行い, 慣性力を式(7)とし効率的な探索を試みた手法である [3]. 目的関数値の順位が高い個体の慣性力を大きくし, 低い個体の慣性力を小さく設定する. この設定に伴い順位の高い個体は最良方向や自己最良方向の影響が少なくなる為に局所的に探索を行う事が可能である. これに対し, 順位の低い個体は最良方向や自己最良方向の影響が大きくなる為にその周辺に移動し易くなる.

全ての個体を目的関数値の良い順にソートした時の μ 番目の個体の慣性力を以下に示す.

$$\omega_\mu = \omega_{best} - \frac{\omega_{best} - \omega_{worst}}{N-1} \mu \quad (7)$$

$\omega_{best}, \omega_{worst}$ は定数であり目的関数値が最良の個体の慣性力と最悪の個体の慣性力を表す. N は群れ全体の個体数

である。

また, PSO_{Rank} の慣性力を CFA に組み込んだ CFA_{Rank} も提案されている [3].

$$v_i^{k+1} = K[\omega_\mu v_i^k + c_1 r_1 (P_i^k - x_i^k) + c_2 r_2 (P_g - x_i^k)] \quad (8)$$

4. 提案手法

優れた収束生を示す CFA_{Rank} に対して, 個体の局所解への停留を抑制し探索域を広くする為に要素交換, 再初期化及び移動制約を導入する。

(1) 要素交換

粒子の位置ベクトルの要素を交換し粒子群に変化を与え, 局所解への停留を防ぐ試みは既に提案されている [4]. しかし, 従来の手法では交換する要素を常にランダムに決定する為に極めて近い値を保持する要素を交換する可能性がある. この場合においては局所解からの脱出は期待出来ない. そこで, 本稿では以下のように粒子の位置ベクトルの要素交換を行う。

位置ベクトルの要素を交換する粒子は GA で頻繁に利用されているルーレット選択を利用する. 1 つ目の粒子は目的間数値に基づいたルーレット選択により選び, 粒子の位置ベクトルが最大の要素又はランダムに選択する. 2 つ目の粒子は目的間数値の逆数に基づいたルーレット選択により選び, 粒子の位置ベクトルが最小の要素又はランダムに選択する. 最大値と最小値を選択する事により極めて近い値を交換する可能性は減少する. 一方で, 常にこの選択方式により交換を行うと局所解への停留の仕方に依っては前回交換した値と等しい要素を交換し続ける可能性がある. 従って, ランダムに選択する場合を用意し, 交換する位置ベクトルの要素の選択方法は等確率に設定した。

x_{i4}^k, x_{j6}^k が選択されたと仮定し, 以下に要素交換の例を示す。

$$\text{交換前: } x_i^k = (x_{i1}^k, x_{i2}^k, x_{i3}^k, x_{i4}^k, x_{i5}^k, x_{i6}^k) \quad (9)$$

$$\text{交換前: } x_j^k = (x_{j1}^k, x_{j2}^k, x_{j3}^k, x_{j4}^k, x_{j5}^k, x_{j6}^k) \quad (10)$$

↓

$$\text{交換後: } x_i^k = (x_{i1}^k, x_{i2}^k, x_{i3}^k, x_{j6}^k, x_{i5}^k, x_{i6}^k) \quad (11)$$

$$\text{交換後: } x_j^k = (x_{j1}^k, x_{j2}^k, x_{j3}^k, x_{i4}^k, x_{j5}^k, x_{i4}^k) \quad (12)$$

要素交換を行った場合, その後移動回数 50 未満の場合は交換を行わない. また, 要素交換の実行確率は 5% に設定した。

(2) 再初期化

解探索が進むに連れて各個体は群れ全体の最良位置周辺に集中する. 最良位置が大域的最適解でない場合は他の探索点に移動する必要がある. そこで, 本稿では一定確率で粒子の再初期化を行い解探索の広域化を図る. 再初期化を行う粒子の選択は目的関数値の順に 10 個体 1 組に分

類し, 各組から 1 つランダムに選択する. 再初期化を行った場合, その後移動回数 100 未満の場合は再初期化を行わない. また, 再初期化の実行確率は 1% に設定した。

(3) 移動制約

更なる解探索の広域化を図る為, 2008 年に加藤らによって提案された以下 2 つの場合における粒子の移動制約に基づいた手法を導入する [5].

a) 直前の探索により自己最良位置が更新された場合

直前の探索において自己最良位置が更新された場合に速度の更新式 (2) を次の様に変更する。

$$v_i^{k+1} = K[c_1 r_1 (P_i^k - x_i^k) + c_2 r_2 (P_j^k - x_i^k)] \quad (13)$$

従来の速度の更新式 (2) では直前の探索において自己最良位置が更新された場合, 現在の探索方向 v_i^k と自己最良位置への方向 P_i^k の方向がお互いに打ち消し合う. その結果として個体群が群れ全体の最良位置付近に集中し, 局所解へ停留する原因となる. そこで, 現在の探索方向 v_i^k と群れ全体の最良方向 P_g の情報を与えずに, ランダムに選択した個体の自己最良位置の方向 P_j^k を与える事で解探索の広域化を図る. 但し, $i \neq k$ とする. この設定により, 更に解空間を幅広く探索する事が期待出来る。

b) 現在の探索点により自己最良位置が更新された場合

現在の探索点において自己最良位置が更新された場合は速度の更新式 (2) を次の様に変更する。

$$v_i^{k+1} = K[\frac{1}{2} \omega_\mu v_i^k] \quad (14)$$

現在の探索点により自己最良位置が更新された場合は, その個体の周辺に更に良い探索点がある事が期待出来る. 従って, 現在の探索方向 v_i^k を維持し自己最良位置 P_i^k や群れ全体の最良位置 P_g の方向を与え無い事により, 現在の探索点周辺を精査する。

5. 数値実験

(1) 関数最適化問題

a) 実験方法

提案手法を関数最適化問題に適用し有効性の検証を行った. ベンチマーク関数は次元数 30 及び 50 の単峰性関数 Sphere, Rosenbrock と多峰性関数 Rastrigin, Griewank を利用した. 以下に各ベンチマーク関数の最適解及び定めた探索範囲を示す。

- f_1 : Sphere 関数
最適解 $f_{\min}(0, \dots, 0) = 0$, 探索範囲 $[-100, 100]$
- f_2 : Rosenbrock 関数
最適解 $f_{\min}(1, \dots, 1) = 0$, 探索範囲 $[-2.048, 2.048]$
- f_3 : Rastrigin 関数
最適解 $f_{\min}(0, \dots, 0) = 0$, 探索範囲 $[-5.12, 5.12]$
- f_4 : Griewank 関数
最適解 $f_{\min}(0, \dots, 0) = 0$, 探索範囲 $[-600, 600]$

比較対象の手法として PSO, IWA, CFA, PSO_{Rank} と CFA_{Rank} を用いた. 粒子の個体数は 100, 最大移動回数は次元数 30 の場合は 100000 回, 50 の場合は 200000 回とし学習の成功条件を各関数の最適値と出力値の誤差 10^{-5} 以下と設定した. その他の各種パラメータは表 1 に示す.

表 1 各パラメータ値

PSO	$c_1 = c_2 = 2.0, \omega = 0.5$
IWA	$c_1 = c_2 = 2.0, \omega_{max} = 0.5, \omega_{min} = 0.25$
CFA	$c_1 = c_2 = 2.05$
PSO _{Rank}	$c_1 = c_2 = 2.0, \omega_{best} = 1.25, \omega_{worst} = 0.25$
CFA _{Rank}	$c_1 = c_2 = 2.05, \omega_{best} = 1.25, \omega_{worst} = 0.25$
提案手法	$c_1 = c_2 = 2.05, \omega_{best} = 1.25, \omega_{worst} = 0.25$

b) 実験結果

1000 回試行し得られた結果を表 2 及び 3 に示す. 上段は学習成功率を, 下段の括弧内の数値は学習成功時の平均移動回数を表す.

表 2 30 次元関数最適化問題の実験結果

	f_1	f_2	f_3	f_4
PSO	100% (537.1)	3.7% (47006.8)	0%	38.3% (613.7)
IWA	100% (531.0)	0.4% (15639.8)	0%	42.6% (369.0)
CFA	100% (378.2)	71.4% (23216.2)	0%	34.3% (411.7)
PSO _{Rank}	100% (451.7)	4.3% (53850.7)	0%	35.5% (547.0)
CFA _{Rank}	100% (322.1)	85.1% (10391.7)	0%	37.7% (322.8)
提案手法	100% (408.4)	100% (65503.7)	100% (3553.1)	99.5% (742.9)

表 3 50 次元関数最適化問題の実験結果

	f_1	f_2	f_3	f_4
PSO	100% (1121.0)	3.6% (93864.4)	0%	52.4% (1128.3)
IWA	100% (1115.1)	0.9% (45849.1)	0%	56.7% (1127.1)
CFA	100% (697.8)	65.7% (42636.4)	0%	40.6% (697.1)
PSO _{Rank}	100% (937.8)	3.9% (10825.5)	0%	55.0% (956.6)
CFA _{Rank}	100% (618.4)	81.1% (13243.4)	0%	38.5% (614.2)
提案手法	100% (661.3)	100% (162405.9)	100% (7686.4)	99.9% (849.7)

(2) ニューラルネットワーク

a) ニューラルネットワークへの導入方法

式(11)に示す様に PSO の位置ベクトルの要素にニューラルネットワークの結合加重及び閾値を与え, 目的関数を教師信号と出力値の差の二乗誤差である出力誤差関数とする. この設定により, 粒子の移動に伴い出力誤差関数を最小化する様にニューラルネットワークの各種パラメータ値を更新する事が可能になる.

$$x_i^k = (\omega_{i1}^k, \omega_{i2}^k, \dots, \omega_{in}^k, \theta_{i1}^k, \theta_{i2}^k, \dots, \theta_{im}^k) \quad (15)$$

ここで ω は結合加重を θ は閾値を表す.

b) 実験方法

ニューラルネットワークの学習アルゴリズムの性能を検証する目的で頻繁に用いられている XOR 問題, 7 点問題及び 3 次元立方体の頂点対を分類する問題である Cubic 問題を対象に, 提案手法の性能の検証を行った [7]. 表 4 及び 5 に 7 点問題と Cubic 問題の真理値表を示す.

表 4 7 点問題

x_1	x_2	t
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0
0.25	0.75	0
0.5	0.5	1
0.75	0.25	0

表 5 Cubic 問題

x_1	x_2	x_3	t_1	t_2
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	0

使用した階層型ニューラルネットワークの構造は, 入力層-中間層-出力層の順に XOR 問題では 2-3-1, 7 点問題では 2-4-1 であり Cubic 問題では 3-5-2 とした. また, 活性化関数は式(16)に示すシグモイド関数を使用した. 粒子の最大移動回数は 5000 回, 粒子の初期位置は $[-5, 5]$ の範囲でランダムに決定し学習の成功条件を出力誤差関数値 10^{-5} 以下とした. 比較対象の手法やその他各種パラメータに関しては関数最適化問題と同様に設定した.

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (16)$$

c) 実験結果

1000 回試行し得られた結果を表 6 に示す. 上段は学習成功率を, 下段の括弧内の数値は学習成功時の平均移動回数を表す.

表 6 ニューラルネットワークの実験結果

	XOR 問題	7 点問題	Cubic 問題
PSO	97.7% (165.1)	92.2% (1411.8)	99.6% (734.0)
IWA	98.2% (179.0)	92.9% (1170.1)	99.2% (696.2)
CFA	90.6% (327.9)	96.4% (881.3)	99.5% (384.3)
PSO _{Rank}	97.2% (205.3)	92.8% (1169.2)	99.6% (601.6)
CFA _{Rank}	77.8% (346.5)	90.0% (721.6)	99.2% (292.5)
提案 手法	99.7% (150.4)	98.6% (1263.7)	99.9% (599.3)

6. 結論

本稿では PSO が抱える問題点の 1 つである局所解への停留に対し、優れた収束性を示す CFA_{Rank} に粒子の位置ベクトルの要素交換、再初期化及び移動制約を設け解探索の広域化を図る手法を提案した。数値実験の結果より、提案手法は従来手法では大域的最適解を求める事が困難な問題に対しても優れた結果を示している事から、研究目的である PSO の探索性能の向上に寄与する事が出来たと考える。

一方で、単峰性の問題に関しては他の手法より粒子の移動回数が増加する傾向がある事が確認出来た。従って、多峰性の問題に対する性能を維持し単峰性の問題に対して収束速度を改善する手法、また問題毎に各種パラメータを適切に設定する方法を考える事が今後の課題である。

謝辞：本研究を遂行するにあたり、多大なるご指導を頂きました法政大学教授 李磊 教授に厚くお礼を申し上げます。また、様々な助言を頂きました本研究室の大学院生の諸先輩方、並びに 4 年生諸氏にも感謝致します。

参考文献

- 1) J. Kennedy, R. C. Eberhart : Particle Swarm Optimization, In Proceedings of the IEEE International joint conference on neural networks, pp.1942-1948. IEEE Press, 1995
- 2) R. C. Eberhart, Y. Shi : Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization, Proc. Congress on Evolutionary computation (CEC2000), pp.84-88, 2000
- 3) 越野亮,村田裕章,木村春彦 : Particle Swarm Optimization の改良とポートフォリオ選択への応用,電子情報通信学会論文誌 A, Vol.89-A, No.1, pp.48-60, 2006
- 4) 中村浩紀,安達雅春 : 改良粒子最適化を適用したニューラルネットによるカオス時系列予測,信学技法 IEICE Technical Report NLP2008-91 (2008-12)
- 5) 加藤浩介,松井猛,坂和正敏,森原健治 : 非線形計画問題に対する Particle Swarm Optimization に基づく近似解法,日本知能情報ファジィ学会誌 Vol.20, No.3, pp.399-409, 2008
- 6) J. Kennedy, R. C. Eberhart, Y. Shi : Swarm intelligence, Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, 2001
- 7) 田辺佳彦,松田甚一 : 出力誤差関数の微係数を利用した誤差逆伝搬法,信学技法 TECHNICAL REPORT OF IEICE. NC95-36 (1995-07)
- 8) 進藤卓也 : 粒子群最適化法の動特性解析と応用,日本工業大学博士論文,2014