

### 複数三角波入力を有する分岐ニューロン回路の解析

高橋, 理沙 / Takahashi, Risa

---

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

58

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

2

(発行年 / Year)

2017-03-31

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00014182>

# 複数三角波入力を有する分岐ニューロン回路の解析

ANALYSIS OF BIFURCATING NEURON CIRCUITS WITH PLURAL TRIANGULAR INPUTS

高橋 理沙

Risa TAKAHASHI

指導教員 斎藤利通

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

This paper studies dynamics of the bifurcating neuron circuit. Repeating integrate-and-fire behavior between a constant threshold and piecewise linear periodic base signal, the circuit can exhibit a variety of chaotic and super-stable periodic spike-trains. Deriving one-dimensional map of spike phases, the circuit dynamics can be analyzed precisely. Especially, this paper analyzes a variety of super-stable periodic spike-trains and related bifurcation phenomena. Analysis of the circuit is important not only as the basic study of nonlinear dynamical systems, but also for engineering applications.

**Key Words :** Spiking neurons, super-stable periodic orbits, bifurcation.

## 1. まえがき

分岐ニューロン回路 (BN, [1]) は, 多彩な非線形現象を呈する簡素なスイッチ力学系の回路モデルとして知られている. 周期的なベース信号としきい値の間で積分発火現象を繰り返すことで, BN は多彩なスパイク列を出力する. このスパイク列を利用して, BN は画像処理, 信号処理, A/D コンバータ, 人工内耳などに応用されている [2]-[5]. 系のダイナミクスはベース信号の形状に依存し, そのパラメータを変化させると, 様々な周期的・カオス的といったスパイク列を出力する. また, BN はスパイク位相における 1 次元マップを用いて解析することができる. この BN の研究は, 非線形ダイナミカルシステムの基礎的な研究のみでなく, 工学的応用としても重要である [6].

これまで, BN のベース信号が正弦波やのこぎり波, 三角波の場合についての研究がなされ, 多彩な非線形現象を呈することが明らかにされてきた. 本論文では, 複数入力を有する BN の動作について考察する. 第 1 の入力は周期  $T$  の三角波であり, 第 2 の入力は周波数の異なる三角波とする. BN のベース信号がいずれかの場合にカオスを呈するパラメータ範囲に注目する. この条件下において 2 つの信号を加えたとき, BN は様々な超安定周期解を呈する. 区分線形なベース信号を持つ本モデルでは, スパイク位相マップも区分線形な波形となり, 非線形現象の精密な解析が可能となる. 本論文では, この超安定周期解に注目し, 分岐現象及び共存について解析を行う.

## 2. 分岐ニューロンの動作

図 1 に BN の積分発火動作を示す. しきい値  $x = 1$  以下の時, 変数  $x$  は傾き  $s$  で増加する. ただし,  $x \propto v$ ,  $\tau \propto t$ ,  $s \propto I$  である.  $x$  がしきい値 1 に達すると BN はスパイク  $y = 1$  を出力し,  $x$  はベース信号  $b(\tau)$  にリセットされる. この動作を繰り返し, スパイク列が生成される. BN は  $b(\tau)$  の形状によって様々なスパイク列を生成し, その解析は, 基本的な非線形問題としても, 工学的応用の基礎としても重要で

ある. BN の動作は次式で示される.

$$\begin{cases} \dot{x} = s & \text{for } x < 1 \\ x(\tau_+) = b(\tau_+) & \text{if } x(\tau) = 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$b(\tau) = k_1 b_1(\tau) + k_3 b_3(\tau) + b_0 \quad (2)$$

簡単のため  $s = 1$  とし,  $b(\tau) < V_T$  となる範囲で考えることにする. BN の呈する現象の多様性は, ベース信号  $b(\tau)$  の形状に大きく依存している. 本論文においてベース入力信号は, 三角波の基本波と 3 倍周波数波, さらに直流成分  $b_0$  を足し合わせた複数入力の場合を考察する. このとき重ねの理が成り立たないことに注意する.

以下に, 分岐ニューロンの典型的な回路実験の結果を示す. 図 3(a) 基本波成分のみ, (b) 3 倍周波数波成分のみの一

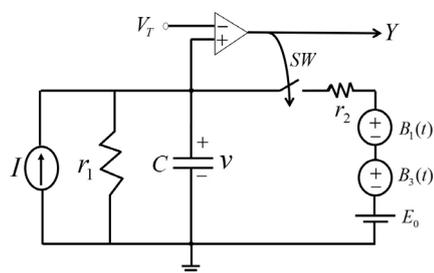


図 1 分岐ニューロンの回路図.

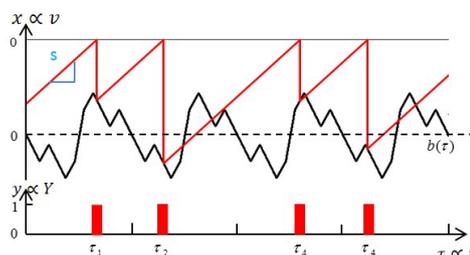


図 2 分岐ニューロンの積分発火動作.

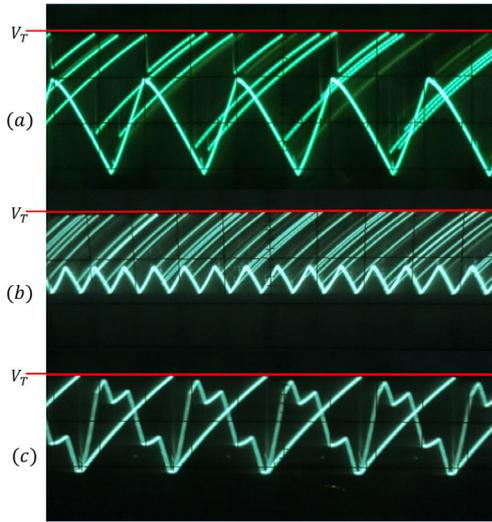


図 3 回路実験による観測波形. (a) 基本波のみの場合, (b) 3 倍周波数波のみの場合, (c) 複数入力の場合.

入力の場合, どちらもカオス現象を呈している. それに対し, 図 3(c) 複数入力の場合, 周期軌道を描いている. すなわち, カオスとカオスの足し合わせによる安定化ができたと言える. この現象は”Chaos + Chaos = Order” (CCO) と呼ばれる.

### 3. 一次元マップによる解析

ここで,  $n$  番目に出力されるスパイクの位置を  $\tau_n$  とする.  $\tau_{n+1}$  は  $\tau_n$  によって決まり, スパイク位置マップ  $F$  を定義することができる. そして, スパイク位相  $\theta_n = \tau_n \bmod 1$  を用いると, スパイク位相マップ (Pmap) が定義できる:

$$\begin{aligned} \tau_{n+1} &= \tau_n + (1 - b(\tau_n))/s \equiv F(\tau_n) \\ \theta_{n+1} &= f(\theta_n) \equiv F(\theta_n) \bmod 1 \end{aligned} \quad (3)$$

以下では, Pmap を用いて考察する. パラメータを基本波の傾き  $a = 2.75$ , 直流成分  $b_0 = 0.4$  としたときの Pmap を図 4 に示す. ベース信号が基本波のみまたは, 3 倍周波数波のみの一入力の場合, BN はカオスを呈する (図 4(a)(b)). ベース信号が複数入力の場合, BN は安定な周期軌道が得られた (図 4(c)(d)). このとき, 初期値によって不動点と 3 周期軌道が共存している. すなわち, カオスの足し合わせによる安定化ができたといえる. とくに複数入力の場合, Pmap は傾きが  $2a, 0, -2a$  の三種類の線分が含まれている. 傾き  $0$  の線分があることから, 図 4(c)(d) は超安定周期軌道であることが分かる. 超安定周期解は, 区分線形波特有の現象であり, 限定的なパラメータ領域で得ることができる. また, 傾き  $a$  と直流成分  $b_0$  に対する超安定不動点の存在領域を図 5 に示す.

### 4. むすび

複数入力を有する分岐ニューロンの動作解析を行った. 区分線形波特有の現象である超安定周期解について, 典型例を挙げ, スパイク位相マップを用いて考察した. また, 超安定周期解存在領域を示した. 今後の課題として, 分岐現象の詳細の解析などが挙げられる.

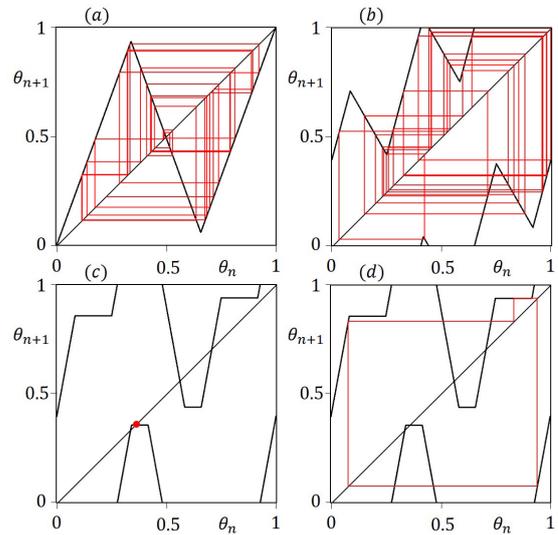


図 4 Pmap の典型例. (a) 基本波のみの場合, (b) 3 倍周波数波のみの場合, (c)(d) 複数入力の場合.

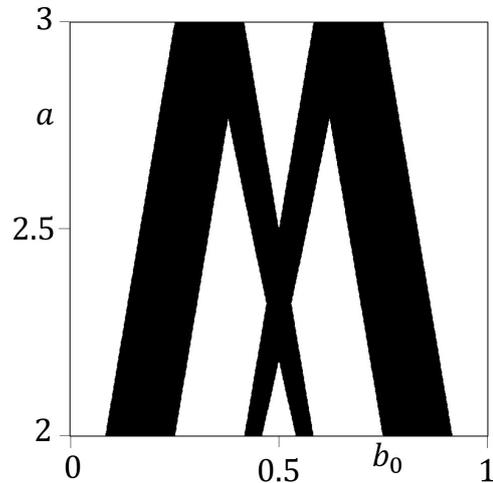


図 5 超安定不動点存在領域.

### 参考文献

- 1) R. Perez and L. Glass, Bistability, period doubling bifurcations and chaos in a periodically forced oscillator, Phys. Lett., 90A, 9, pp. 441-443, 1982.
- 2) S. R. Campbell, D. Wang, and C. Jayaprakash, Synchrony and desynchrony in integrate-and fire oscillators. Neural Computation 11, 1595-1691, 1999
- 3) H. Hamanaka, H. Torikai, T. Saito, Quantized spiking neuron with A/D conversion functions. IEEE Trans. Circuits Syst. II53(10), 1049-1053, 2006
- 4) N. F. Rulkov, M. M. Sushchik, L. S. Tsimring and A. R. Volkovskii, Digital communication using chaotic-pulse-position modulation. IEEE Trans. Circuits Syst., I 48(12), 1436-1444, 2001
- 5) H. Torikai and T. Nishigami, An artificial chaotic spiking neuron inspired by spiral ganglion cell: Parallel spike encoding, theoretical analysis, and electronic circuit implementation. Neural Networks 22, 664-673, 2009
- 6) E. Ott, Chaos in dynamical systems, Cambridge, 1993