# キャパシタンスとインダクタンスを挿入した伝送線路に関する考察

坂田, 和駿 / SAKATA, Kazutoshi

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院理工学・工学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編
(巻 / Volume)
58
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
2
(発行年 / Year)
2017-03-31
(URL)
https://doi.org/10.15002/00014174

# キャパシタンスとインダクタンスを挿入した伝送線路に関する考察

INVESTIGATION ON TRANSMISSION LINE
WITH INSERTED CAPACITANCE AND INDUCTANCE

坂田　和駿
Kazutoshi SAKATA
指導教員　山内　潤治

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

A transmission line having capacitance and inductance is investigated. The matrix elements for the line composed of five blocks are derived. The derived matrix elements have a relationship of $A_5 = D_5$, which is consistent with circuit theory.

***Key Words*** *: metamaterial line, transmission matrix, five blocks*

## １．まえがき

メタマテリアル特性を有するアンテナの研究が行われている[1]. 右手左手複合伝送線路を用いるとメタマテリアルアンテナが実現できる. 本稿では主伝送線路(ホストライン)の中間にキャパシタンスとインダクタンスが入った場合の行列表示を求める．本稿の詳細は修士論文の付録に掲載している.

## ２．伝送行列の導出

図 1 の回路の伝送行列を求める．$Z_1$は特性インピーダンス，$\theta_1$は電気長を表している.

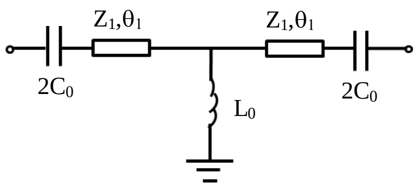
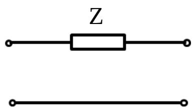


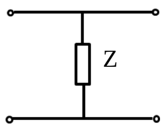

図1　伝送線路

このとき，3 種類の 2 端子回路網を使用する．これを図 2(a)-(c)に示す.



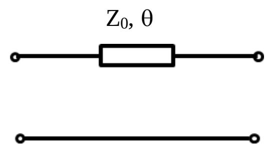

(a)

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$




(b)

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{Z} & 1 \end{pmatrix}$$




(c)

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & jZ_0\, sin\theta \\ \dfrac{j}{Z_0} sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}$$

図2　Fパラメータ

(a)は直列接続の場合，(b)は並列接続の場合，(c)は伝送線路の場合のFパラメータである.

図 2 を使って左から 3 ブロックまでの F 行列を求めると以下のようになる.

$$\begin{pmatrix} 1 & \dfrac{1}{2j\omega C_0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cos\theta_1 & jZ_1\, sin\theta_1 \\ \dfrac{j}{Z_1} sin\theta_1 & cos\theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{j\omega L_0} & 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{pmatrix}$$

ただし,

$$A_3 = cos\theta_1 + \frac{1}{2Z_1\omega C_0} sin\theta_1 + \frac{Z_1}{\omega L_0} sin\theta_1$$
$$- \frac{1}{2\omega^2 C_0 L_0} cos\theta_1$$

$$B_3 = jZ_1\, sin\theta_1 + \frac{1}{2j\omega C_0} cos\theta_1$$

$$C_3 = \frac{j}{Z_1} sin\theta_1 \, cos\theta_1 + \frac{1}{j\omega L_0} cos\theta_1$$

$$D_3 = cos\theta_1$$

次に第 4 ブロックまでのマトリックス表示を求める.

$$A_4 = cos^2\theta_1 + \frac{1}{2Z_1\omega C_0} sin\theta_1 \, cos\theta_1 + \frac{Z_1}{\omega L_0} sin\theta_1 \, cos\theta_1$$
$$- \frac{1}{2\omega^2 C_0 L_0} cos^2\theta_1 - sin^2\theta_1 + \frac{1}{2Z_1\omega C_0} cos\theta_1 \, sin\theta_1$$

$$B_4 = jZ_1 \, cos\theta_1 \, sin\theta_1 + \frac{j}{2\omega C_0} sin^2\theta_1 + \frac{jZ_1^2}{\omega L_0} sin^2\theta_1$$
$$- \frac{jZ_1}{2\omega^2 C_0 L_0} cos\theta_1 \, sin\theta_1 + jZ_1 \, sin\theta_1 \, cos\theta_1 + \frac{1}{2j\omega C_0} cos^2\theta_1$$

$$C_4 = \frac{j}{Z_1} sin\theta_1 \, cos\theta_1 + \frac{1}{j\omega L_0} cos^2\theta_1 + \frac{j}{Z_1} cos\theta_1 \, sin\theta_1$$

$$D_4 = -sin^2\theta_1 + \frac{Z_1}{\omega L_0} sin\theta_1 \, cos\theta_1 + cos^2\theta_1$$

最後に第 5 ブロックまでのマトリックス表示を求めると以下のようになる.

$$A_5 = cos^2\theta_1 + \frac{1}{2Z_1\omega C_0} sin\theta_1 \, cos\theta_1 + \frac{Z_1}{\omega L_0} sin\theta_1 \, cos\theta_1$$
$$- \frac{1}{2\omega^2 C_0 L_0} cos^2\theta_1 - sin^2\theta_1 + \frac{1}{2Z_1\omega C_0} cos\theta_1 \; sin\theta_1$$

$$B_5 = \frac{1}{2j\omega C_0} cos^2\theta_1 + \frac{1}{4jZ_1\omega^2 C_0^2} sin\theta_1 \, cos\theta_1$$
$$+ \frac{Z_1}{2j\omega^2 C_0 L_0} sin\theta_1 \, cos\theta_1 + \frac{1}{4j\omega^3 C_0^2 L_0} cos^2\theta_1$$
$$- \frac{1}{2j\omega C_0} sin^2\theta_1 + \frac{1}{4jZ_1\omega^2 C_0^2} cos\theta_1 \, sin\theta_1$$
$$+ jZ_1 \, cos\theta_1 \, sin\theta_1 + \frac{j}{2\omega C_0} sin^2\theta_1 + \frac{jZ_1^2}{\omega L_0} sin^2\theta_1$$
$$- \frac{jZ_1}{2\omega^2 C_0 L_0} cos\theta_1 \, sin\theta_1 + jZ_1 \, sin\theta_1 \, cos\theta_1 + \frac{1}{2j\omega C_0} cos^2\theta_1$$

$$C_5 = \frac{j}{Z_1} sin\theta_1 \, cos\theta_1 + \frac{1}{j\omega L_0} cos^2\theta_1 + \frac{j}{Z_1} cos\theta_1 \, sin\theta_1$$

$$D_5 = \frac{1}{2Z_1\omega C_0} sin\theta_1 \, cos\theta_1 - \frac{1}{2\omega^2 C_0 L_0} cos^2\theta_1$$
$$+ \frac{1}{2Z_1\omega C_0} cos\theta_1 \, sin\theta_1 - sin^2\theta_1 + \frac{Z_1}{\omega L_0} sin\theta_1 \, cos\theta_1 + cos^2\theta_1$$

この回路は対称構造のため，$A_5$ と $D_5$ は同じ値になっていなければならない．導出結果に矛盾はない.

伝送線路部分が 4 個の場合については修士論文の付録に掲載している．例えば $A_7$ については以下のようになる.

$$A_7 = cos^2\theta_2 \, cos^2\theta_1 + \frac{1}{2Z_2\omega C_0} sin\theta_2 \, cos^2\theta_1 \, cos\theta_2$$
$$- K \, sin\theta_2 \, sin\theta_1 \, cos\theta_1 \, cos\theta_2$$
$$+ \frac{1}{2Z_1\omega C_0} cos^2\theta_2 \, sin\theta_1 \, cos\theta_1 + \frac{Z_1}{\omega L_0} cos^2\theta_2 \, sin\theta_1 \; cos\theta_1$$
$$+ \frac{1}{2K\omega^2 C_0 L_0} sin\theta_2 \, sin\theta_1 \, cos\theta_1 \, cos\theta_2$$
$$+ \frac{Z_2}{\omega L_0} sin\theta_2 \, cos^2\theta_1 \, cos\theta_2$$
$$- \frac{1}{2\omega^2 C_0 L_0} cos^2\theta_2 \, cos^2\theta_1 - cos^2\theta_2 \, sin^2\theta_1$$
$$- \frac{1}{2KZ_1\omega C_0} sin\theta_2 \, sin^2\theta_1 \, cos\theta_2$$
$$- K \, sin\theta_2 \, cos\theta_1 \, sin\theta_1 \, cos\theta_2 + \frac{1}{2Z_1\omega C_0} cos^2\theta_2 \, cos\theta_1 \, sin\theta_1$$
$$- \frac{1}{K} cos\theta_2 \, cos\theta_1 \, sin\theta_1 \, sin\theta_2$$
$$- \frac{1}{2KZ_2\omega C_0} sin^2\theta_2 \, cos\theta_1 \, sin\theta_1 + sin^2\theta_2 \, sin^2\theta_1$$
$$- \frac{1}{2Z_2\omega C_0} cos\theta_2 \, sin^2\theta_1 \, sin\theta_2$$
$$- \frac{Z_1}{K\omega L_0} cos\theta_2 \, sin^2\theta_1 \, sin\theta_2 - \frac{1}{2K^2\omega^2 C_0 L_0} sin^2\theta_2 \, sin^2\theta_1$$
$$- \frac{Z_1}{\omega L_0} sin^2\theta_2 \, cos\theta_1 \, sin\theta_1$$
$$+ \frac{1}{2K\omega^2 C_0 L_0} cos\theta_2 \, cos\theta_1 \, sin\theta_1 \, sin\theta_2$$
$$- \frac{1}{K} cos\theta_2 \, sin\theta_1 \, cos\theta_1 \, sin\theta_2$$
$$- \frac{1}{2KZ_2\omega C_0} sin^2\theta_2 \, sin\theta_1 \, cos\theta_1 - sin^2\theta_2 \, cos^2\theta_1$$
$$+ \frac{1}{2Z_2\omega C_0} cos\theta_2 \, cos^2\theta_1 \, sin\theta_2$$

ただし，$K = Z_2/Z_1$ と定義している．この式を用いて伝送線路部分が 2 つ対称に入った場合を考慮すると $A_7$ から $A_5$ が導ける.

## 3. まとめ

伝送線路部分が 2 個対称に入った場合の A と D を導出し，回路理論に矛盾していないことを確認した.

### 参考文献


[1] Y. Kushiyama, T. Arima, and T. Uno, “Differential-Type CRLH Leaky-Wave Antenna Using Stepped Impedance Resonators,” IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol.15, pp. 321-324, 2016.