法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-02-25

K-S検定を用いた２ユニット並列システムにおける従属故障の検知に関する研究

OTA, Shuhei / 太田, 修平

(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
38
(発行年 / Year)
2016-03-24
(学位授与年月日 / Date of Granted)
2016-03-24
(学位名 / Degree Name)
修士(工学)
(学位授与機関 / Degree Grantor)
法政大学 (Hosei University)

2015 年度 修士論文

K-S 検定を用いた２ユニット並列システムにおける従属故障の検知に関する研究

法政大学大学院理工学研究科
システム工学専攻

14R6203　太田　修平
Shuhei OTA

指導教員　木村　光宏 教授

概　要

本論文は２ユニット並列システムを対象に，システムを構成するユニットが独立して故障しているか，または従属故障しているかを判定する統計的検定手法を提案する．信頼度の高いシステムを構築するために，同一のシステムを組み合わせることで，システムが早期に故障するリスクを下げる手法が頻繁に用いられてきた．しかし，もし各ユニットが従属故障を起こす場合，そのシステムの信頼度が低下する恐れがあり，その冗長化の効果が損なわれる問題がある．本研究はユニットの故障発生時刻をもとに従属故障の発生を検知する手法を開発する．従属故障の場合，１つのユニットが故障すると，生き残ったユニットの寿命関数が切り替わると仮定する．従って，その関数の切り替わりを特定することで，従属故障の発生を検知することができる．提案手法の有用性はシミュレーションによって示される．

Abstract

This thesis proposes a statistical test method for 2-unit parallel systems, which discriminates whether the units(e.g. components, devices, etc.) failed independently or dependently. The method which makes a system redundant by combining several units is often used in order to construct a highly-reliable system. However, if the units break down dependently, the reliability of the system would decrease. We present the statistical test scheme based on the failure occurrence times of the units. It is assumed that the life time distribution of the survival unit changes if one unit fails. Therefore our scheme can find dependent failure occurrences by identifying the change of the distribution. The performance of the proposed method is shown by simulation studies.

目次

1 はじめに 1
1.1 研究背景 1
1.2 周辺研究 1
1.3 研究目的 2

2 予備知識 3
2.1 ハザードレート (hazard rate) 3
2.2 ワイブル分布 (Weibull distribution) 3
2.3 コルモゴルフ・スミルノフ検定 (Kolmogorov-Smirnov test) 4

3 故障モデル 6
3.1 仮定と概要 6
3.2 故障時刻の分布関数 8
3.2.1 先故障時刻 T_f 8
3.2.2 差分時刻 T_d 8
3.2.3 後故障時刻 T_l 9
3.2.4 独立故障での分布関数 9

4 平均故障時間の評価 10
4.1 MTTF の導出 10
4.1.1 尺度パラメータ λ_2 を変化させた場合 10
4.1.2 形状パラメータ m_2 を変化させた場合 11
4.2 考察 12

5 従属故障の検知 13
5.1 故障時刻データの生成 13
5.2 散布図による検知手法 14
5.3 統計的検定による検知手法 17
5.3.1 アルゴリズム 17
5.3.2 数値例 19
5.3.3 検出力の導出 23
5.4 考察 29

6 おわりに 30

1　はじめに

1.1　研究背景

古くから，信頼度の高いシステムを構築するために，同一のユニットを組み合わせることで，システムが早期に故障するリスクを下げる手法が頻繁に用いられてきた．特に２つのユニットを並列に組み合わせてできたシステムを２ユニット並列システムと呼ぶ．並列システムは産業システムにおいて広く用いられており，例えば並列コンピュータやマルチ CPU などがある．そのため並列システムの寿命分布の推定や，その他の性質に関してよく研究されてきた．ただしその多くは，ユニットが独立に故障するという仮定を用いている．

故障現象は，独立故障と従属故障に大別できる．独立故障とは，各ユニットが他のユニットに関係なく，独立に故障する現象を意味する．一方で従属故障は，各ユニットの故障の原因が，他のユニットの影響を受ける故障現象を意味する．さらにその原因によって従属故障は細分化され，例えば，松岡 [1] によれば，共通の原因によって複数のユニットが同時に故障する共通原因故障や，あるユニットの故障がほかのユニットの故障を引き起こすカスケード故障などがある．

独立故障の場合，これまで多くの研究者が並列システムに対する信頼性解析に取り組んできた．例えば，古くは 1960 年代に，Zelen et al.[2] によってなされたと言われている．その後 50 年間，今日まで，様々な並列システムの数理モデルや，それに対する解析手法が提案されている．それら研究の数は膨大であり，多くは「２ユニット並列システム」をキーワードとしている．

一方で，従属故障は数学的に扱うことが困難なために，従属故障するシステムの信頼性解析の研究は，独立故障と比べるとあまり多くはない．しかし，もし各ユニットが従属故障を起こす場合，そのシステムの信頼度が低下する恐れがある．このとき従来のように独立故障を仮定した解析手法を用いた場合，システムの信頼度を誤って推定することが問題となる．この問題に対して，多くはないが研究はされている．

1.2　周辺研究

従属故障の研究では，いくつかの従属故障を表すモデルが提案され，そのモデルに基づき，システムの平均故障時間や信頼度の評価が行われてきた．多変量確率分布による従属故障のモデル化は，古くは，Marshal-Olkin の多変量指数分布 [3] によってなされた．これを受けて Rajamanickam et al.[4] は Marshal-Olkin の多変量指数分布を用いて，２ユニット並列システムの従属故障をモデル化した．そして，そのシステムの平均故障間隔や稼働率を解析的に導出している．近年では，多変量指数分布の代わりに，多変量確率同時分布のクラスであるコピュラを用いたモデルも提案されている [5].

他のモデリングとして，例えば Malhotra et al.[6] は，マルコフモデルによって従属故障を表現し，そのシステムの稼働率を導出した．ハザードレートによる従属故障のモデルは影山 [7] によって提案された．そして Ota et al.[8] は，そのシステムに対して，従属故障を考慮した信頼度推定手

法を提案した．Johansson et al.[9] は，列車の送電網のカスケード故障をモデル化するために，ユニット間に相互依存性のある，ネットワークシステムの故障モデルを提案した．Yuge et al.[10] は，従属故障の，特に共通原因故障をモデル化した．Dobson et al.[11] は，システムを構成するユニットが互いに負荷を共有して故障するモデルを提案し，従属故障の中でもカスケード故障のモデル化に貢献した．

1.3　研究目的

本研究は影山 [7] の提案したハザードレートによる並列システムの故障モデルを対象に，そのシステムの信頼性評価に貢献することを目的とする．この目的を次の２段階の研究（i）従属故障とシステムの寿命の関係を解析的に評価，（ii）故障時刻のデータから，ユニットが従属故障を起こしているかどうかを判定する検定手法を開発，によって達成する．

前者は，従属故障がシステムの寿命に及ぼす影響を評価する上で重要である．

後者は，ユニット間の独立性が絶対的に望まれる高信頼度なシステムの開発において重要である．従属故障が起きているかどうかを定量的に判定するという研究はこれまでに行われていないため，この点が本研究の新規性である．

2　予備知識

本研究に必要な数学的知識として，ハザードレート，ワイブル分布，そしてコルモゴルフ・スミルノフ検定について説明する．ハザードレートとワイブル分布は，従属故障をモデル化するために用いる．コルモゴルフ・スミルノフ検定は，5.3 節の従属故障の検知手法の核をなす統計的検定手法である．

2.1　ハザードレート (hazard rate)

ハザードレートとは，時刻 t まで稼働していたユニットが，その後わずかな時間で故障が起こるかの度合いを表す関数である．確率変数 T の分布関数を $F_T(t)$，密度関数を $f_T(t)$ としたとき，T のハザードレート $h(t)$ は

$$h(t) = \frac{f_T(t)}{1 - F_T(t)}, \tag{2.1}$$

と定義される．

ハザードレートは，分布関数とともに，ユニットの故障発生の特徴を表現する重要な尺度である．特に信頼性工学の分野において，ハザードレートはしばしば利用され，瞬間故障率 (instantaneous failure rate) もしくは，短く故障率 (failure rate) とも呼ばれている．ただし故障率と言った場合は，単純に n 個のユニットの内，いくつユニットが故障したかを示す割合，という別の意味で用いられることがあるため，誤解を招く恐れがある．そのため本論文では，統一してハザードレートを用いる．

ハザードレートはその特徴から 3 つに分類される．t に関して $h(t)$ が単調増加のとき，ハザードレートが IFR(increasing failure rate) ; t に関して単調減少のとき，ハザードレートが DFR(decreasing failure rate) ; t に依らず，$h(t)$ が定数のとき，ハザードレートが CFR(constant failrue rate) という．

2.2　ワイブル分布 (Weibull distribution)

ワイブル分布は非負確率変数を表す連続型の確率分布の 1 つである．その分布関数は，位置パラメータを考慮しないとき，2 つのパラメータ λ, m を持ち，次のように定義される．

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t^m} \qquad (\lambda > 0, m > 0). \tag{2.2}$$

またワイブル分布の密度関数 $f(t)$ とハザードレート $h(t)$ はそれぞれ以下のようになる．

$$f(t) = \lambda m t^{m-1} e^{-\lambda t^m}, \tag{2.3}$$

$$h(t) = \lambda m t^{m-1}. \tag{2.4}$$

図 1 はワイブル分布のハザードレートを表している．m の値によって関数 $h(t)$ の形状が変わることから，一般に m を「形状パラメータ」と呼ぶ．ワイブル分布のハザードレートは，$m > 1$ のとき IFR ; $m = 1$ のとき CFR（このときワイブル分布は指数分布と一致する）; $0 < m < 1$ のとき

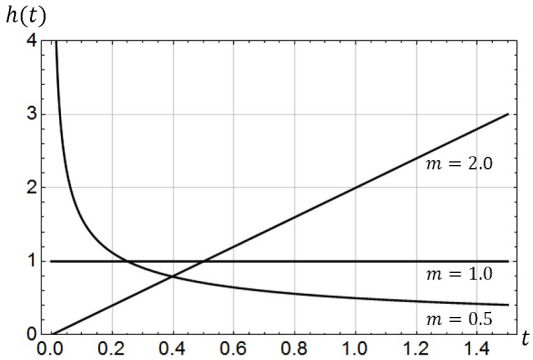

図 1　：ワイブル分布のハザードレートの振る舞い（$\lambda = 1$）.

DFR である．また λ のことを「尺度パラメータ」と呼ぶ．ワイブル分布は，圧力や温度などの外的要因が働くことによってユニットが故障する現象のモデリングに応用されている．

並列システムの平均故障時間を計算する上では，順序統計量の最小値 $X_{min} = \mathrm{Min}(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ の分布や，最大値 $X_{max} = \mathrm{Max}(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ の分布が必要となる．$X_1, X_2, \ldots, X_n$ を独立で同一のワイブル分布に従う n 個の確率変数とする．その分布関数を $F(t) = 1 - e^{-\lambda t^m}$ とすると，

$$\Pr[X_{min} \leq x] = 1 - e^{-n\lambda x^m}, \tag{2.5}$$

$$\Pr[X_{max} \leq x] = (1 - e^{-\lambda x^m})^n, \tag{2.6}$$

である．

2.3　コルモゴルフ・スミルノフ検定 (Kolmogorov-Smirnov test)

コルモゴルフ・スミルノフ検定（以下，K-S 検定）は，有限個の標本が任意の確率分布に従っているかどうかを調べる適合度検定の 1 つである [12]．標本の経験分布と，帰無仮説で仮定される確率分布の分布関数との最大のユークリッド距離を K-S 統計量として，その値が統計的に有意であるかどうかを判定する．これを一般に 1 標本 K-S 検定と呼ぶ．また仮定する任意の確率分布を，別の有限個の標本の経験分布に置き換えることによって，K-S 検定は，２つの標本が同一の分布に従っているかどうかを判定することもできる．これを 2 標本 K-S 検定と呼ぶ．Feller[12] によれば，前者はコルモゴルフ [13] によって提案され，後者はスミルノフ [14] によって提案された．

次の定理は，１標本 K-S 検定における K-S 統計量の分布関数を与える．

定理：1 標本 K-S 検定における K-S 統計量の分布関数

$F(x)$ を標本 $x_1, x_2, \ldots, x_n (> 0)$ の連続な分布関数とし，$S_n(x)$ を標本の経験分布とする．K-S 統計量 D_n を次のように定義する．

$$D_n := \sup_{0<x<\infty} |F(x) - S_n(x)|. \tag{2.7}$$

このとき任意の $x > 0$ に対して，$n \to \infty$ のとき，$\Pr[\sqrt{n}D_n \leq x] \to L(x)$ が成り立つ．ここで $L(x)$ は連続な分布関数で，$x > 0$ に対して

$$L(x) = 1 - 2\sum_{j=1}^{\infty}(-1)^{j-1}e^{-j^2x^2} = \sqrt{2\pi}x^{-1}\sum_{j=1}^{\infty}e^{-(2j-1)^2\pi^2/8x^2}, \tag{2.8}$$

である．

以上の定理より，1 標本 K-S 検定の検定手順を以下に示す．

K-S 検定の検定手順

手順１：　仮説の設定

帰無仮説 H_0：標本が確率分布 F に従っている

対立仮説 H_1：標本が確率分布 F に従っていない

手順２：　有意水準 α の設定（一般に，$\alpha = 0.5$ もしくは $\alpha = 0.01$）

手順３：　K-S 統計量 D_n の計算．$D_n = \sup_{0<x<\infty} |F(x) - S_n(x)|$.

手順４：　有意性の判定

$\sqrt{n}D_n > 1.36$ であれば有意水準 5% で H_0 を棄却し H_1 を採用する．

$\sqrt{n}D_n > 1.62$ であれば有意水準 1% で H_0 を棄却し H_1 を採用する．

対立仮説は「標本が帰無仮説で仮定した確率分布に従っていない」である．また，帰無仮説で仮定した確率分布と，標本の経験分布との食い違いが大きいほど，K-S 統計量 D_n は大きくなることから，K-S 検定は片側検定で与えられる．さらに，検定に用いる確率分布には任意の分布を仮定できるため，K-S 検定はノンパラメトリックな検定手法であることが広く知られている．ノンパラメトリックである理由は，K-S 統計量 D_n の分布が，中心極限定理によって保証されているからである [12]．そのため，検定に必要なサンプルサイズ n は一般に，中心極限定理を利用するのに必要な 20 以上でよい．

3　故障モデル

3.1　仮定と概要

本研究で取り扱うシステムに対して以下の仮定を行う．

仮定 I ： 同じ処理を行うユニット 2 つが並列に配置されたシステムである．図 2 はその模式図を示す．

仮定 II ： ユニットのハザードレートは DFR，CFR または IFR である．

仮定 III： 両ユニットが稼働状態ならば，ユニットが故障するまでの時間のハザードレートは

$$h_1(t) = \lambda_1 m_1 t^{m_1-1} \quad (\lambda_1, m_1 > 0), \tag{3.1}$$

とする．これは寿命分布がワイブル分布に従うと同義である．この寿命分布関数を $F(t)$ とすると，ハザードレートの定義より

$$\begin{aligned} F(t) &= 1 - \mathrm{Exp}[-\int_0^t h_1(x)dx] \\ &= 1 - \mathrm{Exp}[-\lambda_1 m_1 t^{m_1}], \end{aligned} \tag{3.2}$$

となる．

仮定 IV： 片方のユニットが時刻 $t = t_f$ で故障した場合，その時点から，もう一方の生き残っているユニットの故障時刻は，t_f による条件付きの新しいハザードレート

$$h_2(t|t_f) = g(t) - g(t_f) + h_1(t_f) \quad (t > t_f), \tag{3.3}$$

に従う．ただし，

$$g(t) = \lambda_2 m_2 t^{m_2-1} \quad (\lambda_2, m_2 > 0). \tag{3.4}$$

仮定 V： $t = 0$ で同時にユニットを稼働させ，両ユニットとも故障した時刻が，システム全体の故障時刻である．

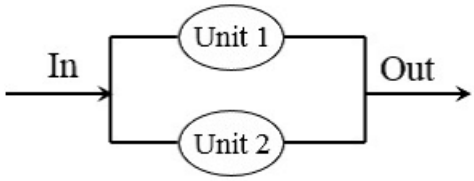

図 2　: 2 ユニット並列システムの模式図.

本研究では，上記の仮定を満たす故障を，２ユニット並列システムの「ワイブル型従属故障」と呼ぶ．このモデルはユニット単体の故障時刻がワイブル分布に従い，さらにハザードレートによって，ユニット同士の故障時刻が関係付けられた故障現象を表している．この仮定のように，並列シ

ステムの故障現象をハザードレートでモデル化する最近の研究は Chiodo et al.[15] が詳しい．ただし文献 [15] は独立故障のみの議論であり，ここで議論するワイブル型従属故障モデルの新規性は従属故障を扱うという点である．

モデルに必要なパラメータは $\lambda_1, \lambda_2, m_1$ そして m_2 である．これらの値が与えられると，本研究のモデルは，１つの故障現象を表すことができる．本論文では，このようにパラメータの値の組み合わせによって定まる１つの故障現象を，「故障ケース」と呼ぶ．

ハザードレートのパラメータが変化することで，この故障モデルは従属故障を表している．ハザードレートが $h_1(t)$ から $h_2(t|t_f)$ へと切り替わった際に，尺度パラメータと形状パラメータが変化しない場合のみ，独立故障を表しており，それ以外の故障ケースは従属故障である．すなわち，ワイブル型従属故障モデルは

- $\lambda_2/\lambda_1 = m_2/m_1 = 1$ ならば，独立故障
- $\lambda_2/\lambda_1 > 1$ または $m_2/m_1 > 1$ ならば，従属故障

を表現する．

上記の仮定に従うシステムを，仮想的にシミュレーションで稼働させることによって，ユニットの故障時刻に関するデータとして「先故障時刻」,「後故障時刻」，そして「差分時刻」，の３つは生成される（それぞれ実現値として，t_f, t_l, そして t_d とおく．さらにそれらの大文字表記 T_f, T_l, そして T_d を確率変数とする）．先故障時刻とは，２つのユニットのうち，どちらか片方のユニットが先に故障した時刻を指す．後故障時刻は，その後にもう一方のユニットが壊れた時刻を意味する．そして差分時刻は，後故障時刻と先故障時刻との差をとった $t_l - t_f$ を表す．

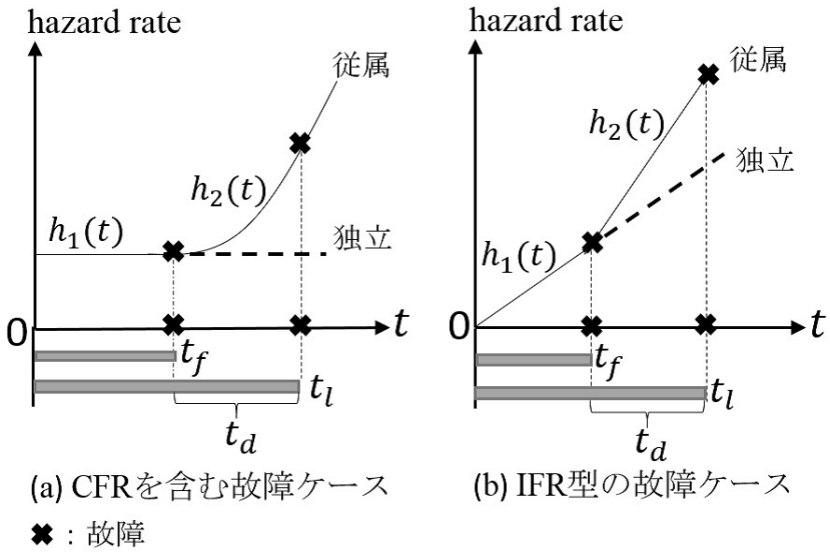

図３　：従属故障を表すハザードレートの変化例.

先故障時刻 t_f がハザードレート $h_1(t)$ に従い，差分時刻 t_d が $h_2(t)$ に従うように図 3 を描いた．左図 (a) のグラフは，$h_1(t)$ が一定であり CFR の故障現象を表している．時刻 t_f において先故障が発生したことによって，ハザードレートが $h_2(t)$ に切り替わり IFR の故障に変化している．もしユ

ニット同士が独立に故障するならば，t_f 以降も破線のように $h_1(t)$ である．右図 (b) のグラフは，$t = 0$ からハザードレートが上昇する IFR の故障現象を表している．先故障時刻 t_f 以降，ハザードレートの関数の傾きが増加していることに注目されたい．本研究はこのように $h_1(t)$ と $h_2(t)$ の形状パラメータと尺度パラメータを組み合わせて，任意の従属故障現象の表現をする．

ユニット単体の寿命分布がワイブル分布であるときに共倒れの故障が起こるのであれば，ハザードレートの切り替わりによって，この従属故障をモデル化することができるだろう．それを数式で表したのが $h_1(t)$ と $h_2(t)$ である．

3.2 故障時刻の分布関数

ハザードレートによって定義された，各故障時刻を表す確率変数 T_f, T_d そして T_l の分布関数を導出する．

3.2.1 先故障時刻 T_f

ハザードレート $h_1(t)$ に従う確率変数を T_1, T_2 とすると，先故障時刻 T_f は $T_f = \min(T_1, T_2)$ が成り立つ．よって T_f の分布関数を $F_f(t)$ とおくと，$F_f(t)$ は以下のようになる．

$$\begin{aligned} F_f(t) &= \Pr[\min(T_1, T_2) \le t] \\ &= 1 - \Pr[\min(T_1, T_2) > t] \\ &= 1 - \{1 - F(t)\}^2 \\ &= 1 - \mathrm{Exp}[-2\lambda_1 t^{m_1}]. \end{aligned} \tag{3.5}$$

さらに密度関数を $f_f(t)$ とおくと，$f_f(t)$ は以下のようになる．

$$\begin{aligned} f_f(t) &= \frac{dF_f(t)}{dt} \\ &= 2\lambda_1 m_1 t^{m_1 - 1} \mathrm{Exp}[-2\lambda_1 t^{m_1}]. \end{aligned} \tag{3.6}$$

式 (3.5) から，先故障時刻もまたワイブル分布である．

3.2.2 差分時刻 T_d

差分時刻 T_d の分布関数を $F_d(t|T_f = t_f)$ とする（以下，簡略化して $F_d(t|t_f)$ と書く）．差分時刻 T_d は，先故障時刻の確率変数 T_f の，条件付き確率変数であることに注意して，$F_d(t|t_f)$ はハザードレートの定義より以下のように導くことができる．

$$\begin{aligned} F_d(t|t_f) &= 1 - e^{-\int_0^t h_2(x+t_f|t_f)dx} \\ &= 1 - e^{-\int_0^t g(x+t_f) - g(t_f) + h_1(t_f)dx}, \end{aligned}$$

$M(t_f) = g(t_f) - h_1(t_f)$ とおいて，積分を展開すると

$$\begin{aligned} &= 1 - e^{-[\lambda_2(x+t_f)^{m_2} - M(t_f)x]_0^t} \\ &= 1 - e^{-\lambda_2(t+t_f)^{m_2} + M(t_f)t + \lambda_2 t_f^{m_2}}. \end{aligned} \tag{3.7}$$

3.2.3　後故障時刻 T_l

後故障時刻 T_l は先故障時刻と差分時刻の和 $T_f + T_d$ であるため，その和の分布を求める必要がある．T_l の分布関数を $F_l(t)$ とすると，$T_l = T_f + T_d$ より $F_l(t)$ は以下のようになる．

$$\begin{aligned} F_l(t) &= \Pr[T_f + T_d \le t] \\ &= \int_0^t \Pr[T_d \le t - t_f | T_f = t_f] f_f(t_f) dt_f \\ &= \int_0^t F_d(t - t_f | t_f) f_f(t_f) dt_f. \end{aligned} \tag{3.8}$$

ここで式中の t_f は被積分変数であり，$F_l(t)$ は t_f に依存しない変数 t のみの関数であることに注意する．式 (3.8) は m_1, m_2 がそれぞれ 1 もしくは 2 など特別な場合は解析的に解け，それ以外の場合は数値積分によって計算できる．

3.2.4　独立故障での分布関数

ワイブル型従属故障のモデルは，ユニットが互いに独立して故障する 2 ユニット並列システムを表現することができる．古典的な独立故障の場合，２つのユニットの寿命時間を T_1, T_2 とすると，その分布関数は $F(t) = 1 - e^{-\lambda_1 t^{m_1}}$ である．よって後故障時刻の分布関数 $F_l(t)$ は

$$F_l(t) = \Pr[\max(T_1, T_2) \le t] = (1 - e^{-\lambda_1 t^{m_1}})^2, \tag{3.9}$$

となる．故障ケースが独立の場合に，式 (3.8) と式 (3.9) が一致することを示すことで，ワイブル型従属故障モデルが，古典的な独立故障のモデルを含んでいることを確認する．独立故障の場合，パラメータは，$\lambda_1 = \lambda_2$ かつ $m_1 = m_2$ であった．このとき式 (3.7) において $M(t_f) = 0$ となるので，式 (3.8) は

$$\begin{aligned} F_l(t) &= \int_0^t (1 - e^{-\lambda_2 t^{m_2} + \lambda_2 t_f^{m_2}}) f_f(t_f) dt_f \\ &= \int_0^t f_f(t_f) dt_f - \int_0^t e^{-\lambda_2 t^{m_2} + \lambda_2 t_f^{m_2}} f_f(t_f), \end{aligned}$$

$\lambda_2 = \lambda_1, m_2 = m_1$ より

$$= \int_0^t f_f(t_f) dt_f - 2e^{-\lambda_1 t^{m_1}} \int_0^t \lambda_1 m_1 t_f^{m_1 - 1} e^{-\lambda_1 t_f^{m_1}} dt_f,$$

２つの積分はそれぞれワイブル分布の分布関数なので

$$\begin{aligned} &= (1 - e^{-2\lambda_1 t^{m_1}}) - 2e^{-\lambda_1 t^{m_1}} (1 - e^{-2\lambda_1 t^{m_1}}) \\ &= 1 - 2e^{-\lambda_1 t^{m_1}} + e^{-2\lambda_1 t^{m_1}} \\ &= (1 - e^{-\lambda_1 t^{m_1}})^2. \end{aligned} \tag{3.10}$$

よって，式 (3.8) と式 (3.9) が一致することが示された．

4　平均故障時間の評価

従属故障がシステムの寿命に与える影響を考えることは，その故障現象を捉える上で重要なことである．そのため本章では，独立故障と従属故障の 2 つの故障現象を比較して，システムの平均故障時間（mean time to failure，以下 MTTF）の違いを考察する．MTTF はシステムの品質評価に用いられる指標であり，ここでは両ユニットとも故障するまでの時間，すなわちシステムが故障した後故障時刻 T_l の期待値を意味する．一般に故障の起こりにくいシステムほど，良いシステムと評価されるために，MTTF は長いほうが良い．ただし，そのようなシステムを実現するためのコストについては，別に考慮する必要がある．

MTTF は，従属故障モデルの仮定から導かれるシステムの信頼度関数 $1 - F_l(t)$ を用いて計算される．$MTTF = E[T_l]$ であるから

$$MTTF = \int_0^\infty (1 - F_l(t))dt, \tag{4.1}$$

で導出される．式中の $F_l(t)$ は，式 (3.8) によって与えられる．

4.1　MTTF の導出

4.1.1　尺度パラメータ λ_2 を変化させた場合

MTTF と尺度パラメータの関係を確認するために，パラメータを $(\lambda_1, m_1, m_2) = (1, 2, 2)$ で固定し，λ_2 の値を変化させる．図 4 は λ_2 によって定められたシステムの MTTF を表している．パラメータ λ_2 の値が小さい場合と，非常に大きい場合の，2 点を強調するために，横軸は底 10 の対数スケールとしている．

$\lambda_2 = 1$ は明らかに独立故障であり，λ_2 の値が増加するにつれて，従属故障の影響で MTTF が減少することが分かる．尺度パラメータの変化率 λ_2/λ_1 の値が大きくなるにつれて，その並列システムの平均寿命は，ユニット単体の平均寿命を下回ることが分かる．ここでユニット単体の MTTF は $\lambda_1 = 1, m_1 = 2$ より，0.886 と求められ，図中では破線で示されている．およそ $\lambda_2/\lambda_1 > 8$ における従属故障する並列システムの MTTF は，ユニット単体の MTTF（MTTF of one-unit system）よりも短い．従って，変化率が大きくなるにつれて，1 回目の故障が起きてから，次の故障が起こるまでの間隔 t_d がより短くなることを意味している．

並列システムの MTTF は先故障時刻 t_f の期待値 $E[T_f]$ に収束する．なぜならば，大まかに言えば，変化率 $\lambda_2/\lambda_1 \to \infty$ のとき，差分時刻 t_d が 0 に近付くからである．なお $E[T_f]$ は $\lambda_1 = 1, m_1 = 2$ より，0.627 である．

パラメータを $(\lambda_1, m_1, m_2) = (5, 2, 2)$ で固定し，λ_2 の値を変化させた場合も，同様の結果が得られた．図 5 は λ_2 によって定められたシステムの MTTF を表している．およそ $\lambda_2/\lambda_1 > 8$ において，この並列システムの MTTF は，ユニット単体からなるシステムの MTTF よりも短い．ここでユニット単体の MTTF は $\lambda_1 = 5, m_1 = 2$ より，0.396 と求められる．また，$E[T_f] = 0.280$ である．

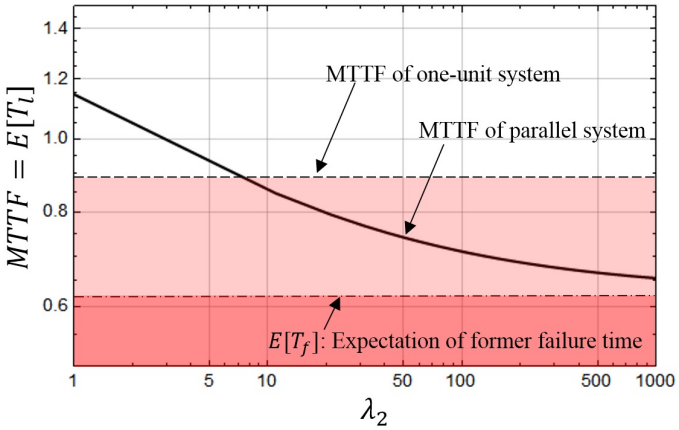

図 4　：尺度パラメータ λ_2 の変化と MTTF の関係（横軸は対数スケール）.

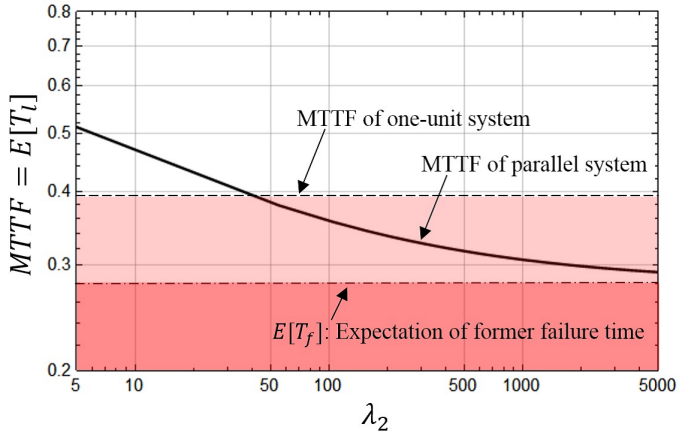

図 5　：尺度パラメータ λ_2 の変化と MTTF の関係（横軸は対数スケール）.

4.1.2　形状パラメータ m_2 を変化させた場合

MTTF と形状パラメータの関係を，パラメータを $(\lambda_1, \lambda_2, m_1) = (1, 1, 2)$ で固定し，m_2 の値を変化させることで確認する．図 6 は m_2 によって定められたシステムの平均故障時間を表している（横軸は図 4 と同様に，底 10 の対数スケールである）.

$m_2 = 2$ は明らかに独立故障であり，m_2 の値が増加するにつれて，尺度パラメータの実験と同様に，MTTF が減少することが分かる．尺度パラメータ λ_2 を変化させた実験と比較して，形状パラメータを変化させた場合，システムの MTTF の収束が早いことが分かる．また，MTTF の収束した値は，ユニット単体の MTTF を下回っておらず, この点でも尺度パラメータの実験結果とは異なる.

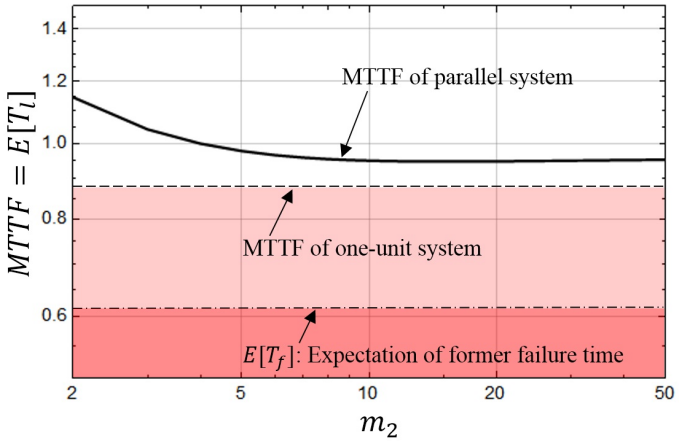

図 6　：形状パラメータ m_2 の変化と MTTF の関係（横軸は対数スケール）.

4.2　考察

直感的には明らかではあるが，従属故障の発生によって，並列システムの寿命が短くなることを数値積分を用いて示した.

解析結果から，パラメータの変化率 λ_2/λ_1 もしくは m_2/m_1 が大きくなるにつれて，システム全体の MTTF は減少し，ユニット単体からなるシステムの MTTF を下回る場合があることを明らかにした．そして，その下限は先故障時刻の期待値 $E[t_f]$ に一致する．本来，並列化の目的は，システムの信頼度を向上させることであり，並列システムの寿命が，ユニット単体のシステムよりも短い場合，その目的は達成されない.

このことから，パラメータの変化率を小さくすることは，システムの MTTF を延ばすことができることが分かる．また，パラメータの変化率と，システムの寿命はトレードオフの関係をもつことから，求められる MTTF の下限に対して，どの程度までパラメータの変化率を許容できるかという判断にもこの結果は役に立つだろう.

以上のことから，ユニットが従属故障を起こしているかどうかを判定する手法の開発や，パラメータの変化率を推定することができれば，システムの信頼性向上に大きく貢献することが可能であることが分かった.

5　従属故障の検知

本章では，故障時刻のデータから，ユニットの従属故障が発生しているかどうかを判定するための手法の開発を行う．4 章において，ユニットに従属故障が起きているかどうかを知ることは，MTTF の意味でシステムの信頼性向上のために重要であることが分かった．なぜならば，もし従属故障が起きていることが分かれば，ハードウェアレベルでその原因を解消することによって，システムの寿命を改善する利点があるからである．

従属故障の発生を未然に防ぐための既存の手法は，FTA（fault tree analysis）や ETA（event tree analysis）などの定性的な手法がある．FTA とは，システムの望ましくない欠陥事象をトップ事象として，その原因系を求めるトップダウン式の解析手法である．その解析手法は，論理記号を用いて，考えられるすべての故障原因の関連性を図式化する手法である．これによりシステム開発者は，どのユニットが従属故障を起こすかどうかを知ることができる．これに対して，ETA とは，いくつかの故障現象を列挙し，それらによって最終的に引き起こされる欠陥事象を求めるボトムアップ式の解析手法である．その解析手法は，故障の過程を順を追って木構造に展開していく．これらについては松岡 [1] や鈴木 [16] が詳しい．

一方でこれらの手法は従属故障を検知するうえで欠点がある．故障原因の列挙は，定性的な手法であるために，もし解析者が故障原因を見過ごしてしまうと，従属故障を発見することができない．そのため，何らかの定量的な解析手法が必要であることが考えられる．

本研究は，システムの故障時刻データを標本として，従属故障が発生しているかどうかを統計的に検定する手法を提案する．以降は故障時刻のデータが得られたときに，そのシステムの故障ケースが独立か従属かという情報は伏せて，故障時刻の情報のみから，システムの故障ケースが独立か従属かを判定する．先故障時刻 t_f と差分時刻 t_d の関係には，従属故障の発生の有無を説明する能力が十分にあると考える．従属故障の発生を検知する定量的な手法の研究は，文献調査の限りでは，これまで成されていない．

なお，検定手法の有用性はシミュレーションによって確認する．

5.1　故障時刻データの生成

本研究は故障時刻を生成するために，ハザードレードの性質に基づきシミュレーションを行う．具体的には，「微小時刻 Δt においてユニットが故障する確率はハザードレートと Δt の積に等しい」というものである．２ユニット並列システムの故障時刻データは以下のようなアルゴリズムによって生成される．

故障時刻生成アルゴリズム

1. パラメータを設定する．故障ケースを特定するために $\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2$ にそれぞれ 0 より大きい値を与える．また微小時刻 Δt に非常に小さな値を設定する（実験では 10^{-3} を与えた）．
2. 時刻を $t = 0$ とする．時刻を微小時刻 Δt だけ進める．正常なユニットについて，[0, 1] の一様乱数を作り，ハザードレート $h_1(t)$ と Δt の積を計算する．もしその値が，一様乱数よりもハザードレートと Δt の積の方が大きければ，そのユニットは故障したとみなし，時刻も記録する．
3. もし 2 つのユニットがともに故障していれば，システム全体の故障時刻とし，時刻を記録して終了する．
4. もし手順 2 により片方のユニットが故障したものの，残りのユニットが正常動作している場合は，残っているユニットのハザードレートを $h_2(t)$ へと切り替える．
5. 2 へ戻る．

これにより，1 組の故障時刻のデータ t_f, t_d そして t_l が生成される．この操作を n 回繰り返すことで，データ数が n のデータセットを 1 組生成することができる．

5.2 散布図による検知手法

まずは 2 つのデータの関連性をつかむ原始的な方法として，先故障時刻と差分時刻の値からなる散布図を利用する．もし従属故障が起きているならば，差分時刻 t_d は先故障時刻 t_f とは異なる確率分布に従うため，散布図において，両者には何らかの視覚的な特徴が生じると考えられる．その特徴をもってして従属故障の検知を試みる．

実験の方法は以下のとおりである．まず基準となる独立故障のケースを 1 つ用意し，尺度パラメータや形状パラメータの値を変化させた従属故障のケースと比較を行う．データ数 $n = 1000$ として，次の 5 つの故障ケースに従う故障時刻データを生成した．

- $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 1, 2, 2)$ の独立故障ケース．
- $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 1, 2, 3)$ の従属故障ケース．
- $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 1, 2, 10)$ の従属故障ケース．
- $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 2, 2, 2)$ の従属故障ケース．
- $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 10, 2, 2)$ の従属故障ケース．

これら 5 つの故障ケースで，それぞれシミュレーションを行った．実験結果はそれぞれ図 7 から図 11 に示される．図 7 はパラメータの変化がない独立故障の場合の，故障時刻の散布図である．データがまばらに散布していることが分かる．

この結果から，パラメータの変化率が大きくなるにつれてデータがまとまって散布することが分かる．特に図 8，図 9 より，形状パラメータが変化する場合，データが曲線を描くように集合する特徴がある．また図 10，図 11 より，尺度パラメータが変化する場合，楕円形にデータが散布する

と言える．よって，故障時刻 t_f と t_d の散布図にまとまりがあれば従属故障の傾向があると判断することができる．

しかしながら，この手法にはいくらかの欠点があり，実際に従属故障の検知として使うには向かない．例えば欠点としては，散布の形を見るためにデータ数が多く必要であることや，散布のまとまりを判断するために，視覚的な能力に依存していることが挙げられる．そのため，散布図による検知手法は，次に提案する統計的検定手法を用いる前の，事前情報として，分析の補助的な役割にとどまる．

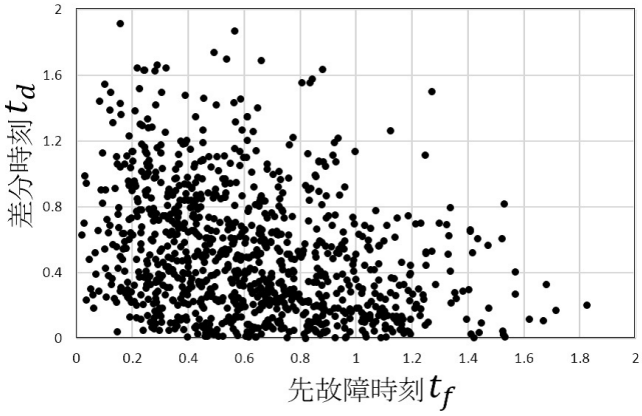

図 7　: 故障時刻の散布図（独立故障）．パラメータは $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 1, 2, 2)$.

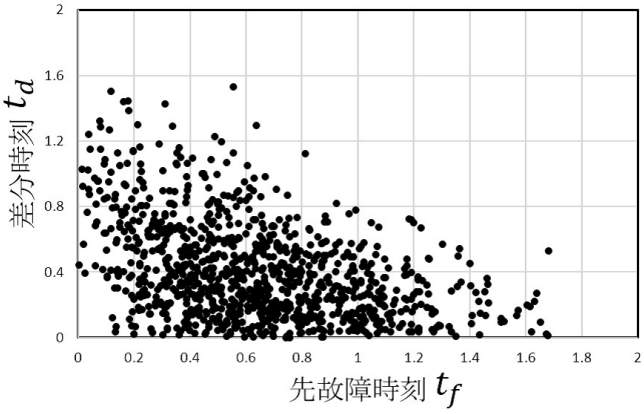

図 8　:故障時刻の散布図（従属故障）．パラメータは $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 1, 2, 3)$.

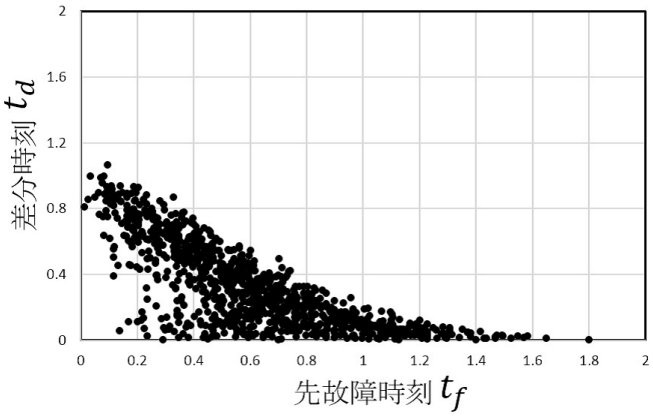

図 9　:故障時刻の散布図（従属故障）．パラメータは $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 1, 2, 10)$.

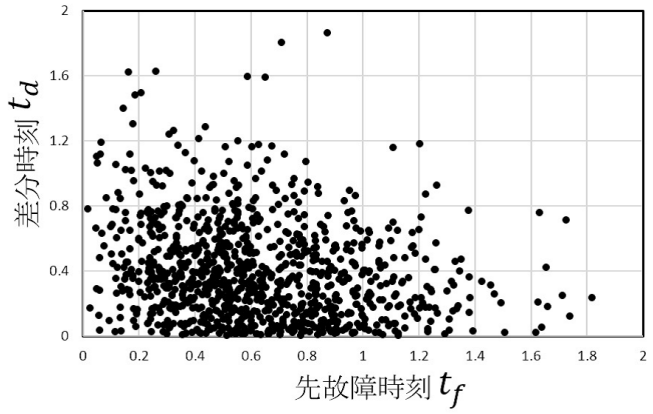

図 10　:故障時刻の散布図（従属故障）．パラメータは $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 2, 2, 2)$.

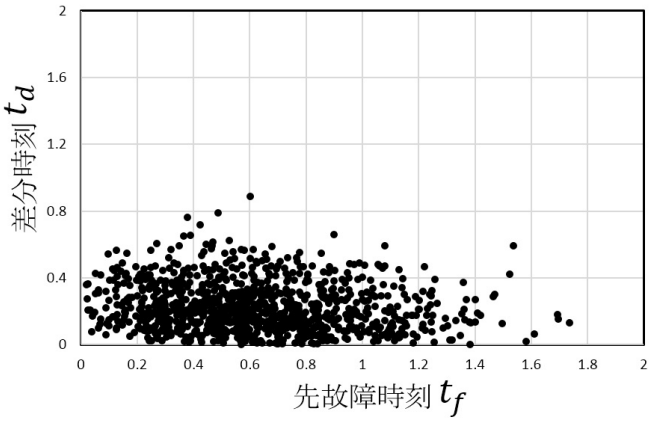

図 11　: 故障時刻の散布図（従属故障）．パラメータは $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 10, 2, 2)$.

5.3 統計的検定による検知手法

システムの故障時刻 t_l の標本が，独立故障の故障ケースに従っているどうかを判定することで，従属故障を検知する手法を提案する．まず提案手法のアルゴリズムを説明し，その手法の判定能力の精度についてシミュレーションに基づき考察を行う．

5.3.1 アルゴリズム

先故障時刻 t_f から後故障時刻 t_l の分布を推定し，その推定した分布と，実際の後故障時刻データ t_l の当てはまりの良さを検定することで，従属故障を検知する．当てはまりの良さの評価には，2 章で述べた適合度検定である K-S 検定を用いる．独立故障の故障ケースならば，後故障時刻の分布関数 $F_l(t)$ は，後故障時刻の標本 t_l を使うことなく，先故障時刻の標本 t_f のみから精度よく推定することができる．なぜならば，それぞれの真の分布関数は

$$F_l(t) = (1 - e^{-\lambda_1 t^{m_1}})^2, \tag{5.1}$$

$$F_f(t) = 1 - e^{-2\lambda_1 t^{m_1}}, \tag{5.2}$$

であり，ハザードレート $h_1(t)$ のパラメータ λ_1, m_1 を共有しているからである．このことから，t_f を標本として，最尤法で $\widehat{F}_f(t) = 1 - e^{-2\widehat{\lambda}_1 t^{\widehat{m}_1}}$ を推定することで，同時に $\widehat{F}_l(t)$ を推定することができる．そして帰無仮説を「H_0：標本 t_l が $\widehat{F}_l(t)$ に従っている」とした K-S 検定を行う．もし帰無仮説が棄却されなければ，その標本は独立故障の故障ケースであると判定する．帰無仮説を棄却した場合，$\widehat{F}_l(t)$ の導出に用いた，独立故障が起きているという仮定を否定することに等しい．よって，H_0 が棄却された場合，従属故障が起きていることを主張し，従属故障の検知が可能である．この手法のメリットは，任意の故障ケースに対して適応可能なことである．以下にアルゴリズムを示す．またその構造図を図 12 に示す．

K-S 検定による従属故障検知アルゴリズム

1. 先故障時刻 t_f のデータから，$\widehat{F_f}(t) = 1 - e^{-2\widehat{\lambda}_1 t^{\widehat{m}_1}}$ を最尤法にて推定する
2. 独立故障を仮定して，$\widehat{F}_l(t) = (1 - e^{-\widehat{\lambda}_1 t^{\widehat{m}_1}})^2$ とする．
3. K-S 統計量 D_n を次のように計算する．

   $$D_n = \sup_{0<t<\infty} |\widehat{F}_l(t) - S_l(t)|,$$

   ただし，$S_l(t)$ は観測された後故障時刻の経験分布である．
4. 帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を以下のように設定する．

   H_0：後故障時刻 t_l が $\widehat{F}_l(t)$ に従っている．

   H_1：後故障時刻 t_l が $\widehat{F}_l(t)$ に従っていない．
5. 以上の仮説のもとで K-S 検定を行う．

   $\sqrt{n}D_n > 1.36$ であれば有意水準 5% で H_0 を棄却し H_1 を採用する．

   $\sqrt{n}D_n > 1.62$ であれば有意水準 1% で H_0 を棄却し H_1 を採用する．
6. 手順 5 において H_1 を採用したならば，従属故障が起きていると判断する．

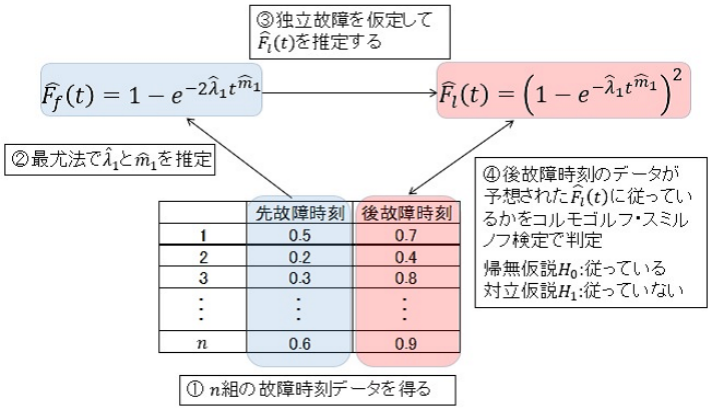

図 12　：従属故障を判定する構造図.

要約すると，ある 2 ユニット並列システムの故障時刻のデータセットに対して上述の検定を行なった結果，もし帰無仮説 H_0 が採用されたのであれば，その並列システムは独立故障していると言え，もし対立仮説 H_1 が採用されたのであれば，従属故障していると言える．

本研究の提案するアルゴリズムにおいて，K-S 検定を行う過程を示したのが図 13 と図 14 である．それぞれの図は，先故障時刻 t_f の情報から推定された $\widehat{F}_l(t)$ と t_l の経験分布の重ね合わせのグラフである．独立故障の場合，図 13 のように $\widehat{F}_l(t)$ は t_l の経験分布に対してよく当てはまっている．一方で図 14 のように従属故障の場合，重なりが悪いことが視覚的に捉えられる．従属故障の場合でもパラメータの変化率が小さい場合，この重なりは徐々によくなっていく．このとき，K-S 検定を用いることで視覚的な判断に頼らず，客観的に判定を行えることがこのアルゴリズムの利点である．

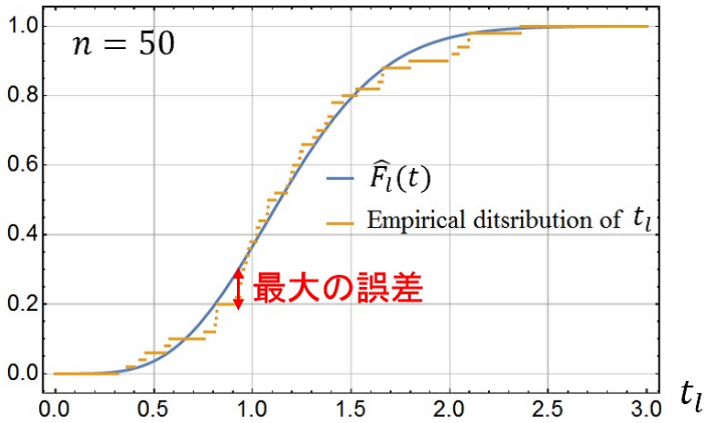

図 13　:$\widehat{F}_l(t)$ と t_l の経験分布の重ね合わせ．パラメータは $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 1, 2, 2)$ の独立故障.

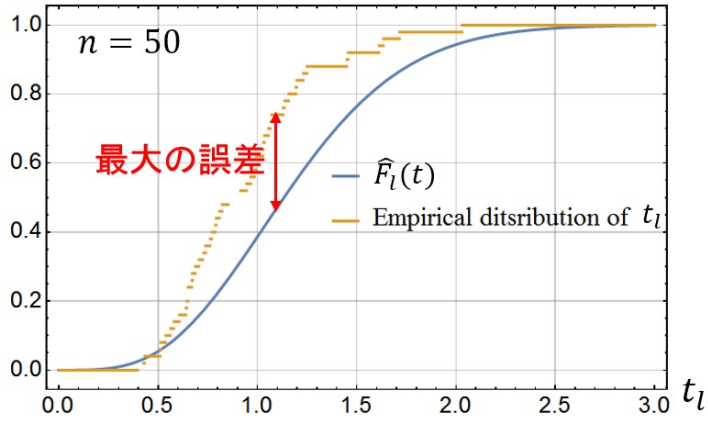

図 14　:$\widehat{F}_l(t)$ と t_l の経験分布の重ね合わせ．パラメータは $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 5, 2, 2)$ の従属故障.

5.3.2　数値例

上述の検定方式の有用性を次の 2 つの例で示す.

（例 1 ）ハザードレートのパラメータが $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 1, 2, 2)$ の独立故障の例

このときハザードレートのグラフは図 15 のようになる．データ数を $n = 20$ として，シミュレーションで故障時刻のデータを生成する．得られたデータを表 1 に示す．また表 2 は表 1 のデータに基づいた計算結果を示す．にこのとき，最尤法によってパラメータ λ_1 と m_1 を推定すると，$\widehat{\lambda}_1 = 0.866, \widehat{m}_1 = 1.409$ である．これより K-S 統計量が $D_{20} = 0.296$ と求められ，$\sqrt{20}D_{20} = 1.324 < 1.36$ となる．よって有意水準 5% で帰無仮説 H_0 を棄却することができず，独立故障が起こっていると正しく判定できた.

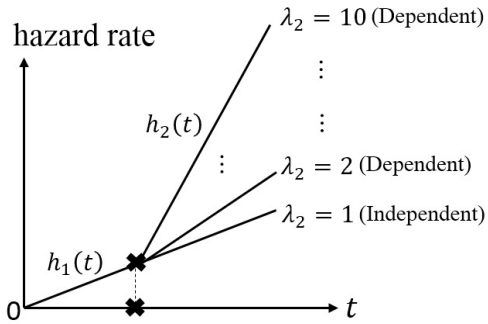

図 15　：ハザードレートの振る舞い（$\lambda = 1$）.

表 1　例 1 で用いた故障時刻のデータ

No.	先故障時刻 t_f	後故障時刻 t_l
1	0.681	0.882
2	0.197	0.565
3	1.540	1.787
4	0.171	1.141
5	0.099	0.371
6	0.666	1.290
7	1.017	1.175
8	0.414	0.919
9	0.738	0.816
10	0.382	1.092
11	0.100	0.711
12	1.052	1.543
13	0.313	1.163
14	0.927	1.263
15	0.157	0.267
16	0.356	1.474
17	1.536	2.099
18	0.644	0.908
19	1.076	1.758
20	0.240	0.570

表 2　例 1 で求めた推定値と統計量

変数	値
$\widehat{\lambda_1}$	0.866
$\widehat{m_1}$	1.409
D_{20}	0.0296
$\sqrt{20}D_{20}$	1.324

（例２）ハザードレートのパラメータが $(\lambda_1, \lambda_2, m_1, m_2) = (1, 2, 2, 2)$ の従属故障の例

先の例と同様に，データ数を $n = 20$ として，シミュレーションをした結果，表 3 の故障時刻のデータを得られた．また表 4 は表 3 のデータに基づいた計算結果を示す．このデータから $\widehat{\lambda}_1 = 1.350, \widehat{m}_1 = 1.808$ が推定され，K-S 統計量が $D_{20} = 0.231$ となり，$\sqrt{20}D_{20} = 1.033 < 1.36$ となる．よって有意水準 5% で帰無仮説 H_0 を棄却することができず，実際は従属故障が起こっているにも関わらず，誤って独立故障が発生していると判定された．

このように本研究の検定方式は，標本数や，設定した有意水準の値によっては，必ずしも正しく判定するとは限らないことが分かる．

表 3　例 2 で用いた故障時刻のデータ

No.	先故障時刻 t_f	後故障時刻 t_l
1	1.267	1.595
2	0.412	0.756
3	0.467	0.770
4	0.570	1.111
5	0.732	1.317
6	0.153	0.560
7	0.431	0.829
8	0.855	1.258
9	0.674	1.059
10	0.435	1.346
11	0.182	0.827
12	0.122	0.655
13	0.311	1.489
14	0.773	1.369
15	0.651	1.549
16	0.423	1.274
17	0.044	0.916
18	0.517	1.251
19	0.433	1.250
20	0.859	1.219

表 4　例 2 で求めた推定値と統計量

変数	値
$\widehat{\lambda_1}$	1.350
$\widehat{m_1}$	1.808
D_{20}	0.231
$\sqrt{20}D_{20}$	1.033

5.3.3　検出力の導出

次に，パラメータの変化率が変化するとき，この検定方式が，どの程度の割合で故障ケースを正しく判定できるかを調査する．そのために，第 1 種の過誤の確率 α と，第 2 種の過誤の確率 β を求める．

本研究において，第 1 種の過誤とは，「実際は独立故障しているシステムに対して，誤って従属故障と判定すること」であり，反対に第 2 種の過誤は，「実際は従属故障を起こしているシステムに対して，誤って独立故障と判定すること」を意味する．

$1-\beta$ は検出力と呼ばれ，本研究では「従属故障しているシステムを，正しく従属故障と判定する確率」を意味する．なお α と β はモンテカルロ・シミュレーションで導出した．シミュレーションの回数は 500 回とする．データ数は $n = 20, 50, 100$ とする．そして有意水準は 5% と 1% の 2 種類とする．

【実験 1，2】

尺度パラメータ λ_2 を変化させた場合の検出力を求めた．故障ケースを $(\lambda_1, m_1, m_2) = (1, 2, 2)$ で固定し，λ_2 を $1, 2, \ldots, 10$ までの 10 通りで試す．このときハザードレートのグラフは 5.3.1 節の図 15 のようになる．表 5 と表 6 は，それぞれ有意水準を 5% と 1% と設定したときの，この故障ケースにおける検定の検出力を示す．表中の α の値は，シミュレーションの結果，最尤推定された $\widehat{\lambda_1}$ と $\widehat{m_1}$ によって求められた第 1 種の過誤の確率であり，カッコ内の値は，推定値の代わりに真値 λ_1 と m_1 によって求められた第 1 種の過誤の確率である．

表 5 より，尺度パラメータ λ_2 が大きいほど，またサンプルサイズ n が大きいほど，検出力が高いことが分かる．すなわち，2 つのユニットの内，1 回目の故障が起きた際に生じる負荷が大きくなるほど，検定は正しく判定すると言える．

有意水準を 5% と設定したにもかかわらず，シミュレーションで求められた α の値が 10% を超えていることが分かった．これは帰無仮説に用いる分布が真の分布 $F_l(t)$ ではなく，推定された分布 $\widehat{F_l}(t)$ だったことによると考えられる．つまり，もし後故障時刻 t_l とその真の分布 $F_l(t)$ で検定すれば，理論的には $\alpha = 5.0\%$ となる．実際に，帰無仮説に真の分布 $F_l(t)$ を仮定して，同じデータで検定した場合，カッコ内の値のように設定した有意水準の値に近くなった．

表 6 は，表 5 の実験と同じパラメータ設定の同じデータを用いて，有意水準のみ 1% に変更した実験結果を示す．有意水準を小さく設定したために，α と $1-\beta$ の値が小さい．すなわち，有意水準を小さく設定すると，独立故障のデータは正しく判定しやすくなる．一方で，従属故障のデータを誤って独立故障と判定する確率は上昇することが分かる．

表 5　実験 1 の結果．検出力 $1-\beta$（%，シミュレーション 500 回）．有意水準 $\alpha = 5.0\%$（カッコの中は，検定に真値を用いた場合の α の値）．

	検出力 $1-\beta$		
λ_2	$n = 20$	$n = 50$	$n = 100$
1	$\alpha = 11.4$ (7.0)	$\alpha = 13.6$ (6.0)	$\alpha = 11.2$ (4.8)
2	23.0	32.2	58.2
3	39.6	69.2	89.2
4	51.4	85.4	98.6
5	67.6	92.2	99.8
6	68.4	95.8	99.8
7	79.6	98.8	100.0
8	84.6	99.4	100.0
9	84.6	99.8	100.0
10	86.4	99.8	100.0

表 6　実験 2 の結果．検出力 $1-\beta$（%，シミュレーション 500 回）．有意水準 $\alpha = 1.0\%$（カッコの中は，検定に真値を用いた場合の α の値）．

	検出力 $1-\beta$		
λ_2	$n = 20$	$n = 50$	$n = 100$
1	$\alpha = 3.8$ (2.0)	$\alpha = 4.2$ (1.4)	$\alpha = 3.2$ (0.6)
2	7.2	15.6	36.6
3	17.6	48.6	75.4
4	25.8	66.6	95.8
5	38.8	79.0	98.2
6	40.4	88.4	99.4
7	53.0	93.6	99.8
8	62.6	97.4	100.0
9	62.6	97.8	100.0
10	70.4	99.0	100.0

【実験３，４】

形状パラメータ m_2 を変化させた場合の検出力を求めた．故障ケースを $(\lambda_1, \lambda_1, m_1) = (1, 1, 2)$ で固定し，m_2 を $2, 3, \ldots, 10$ までの 9 通りで試す．表 7 と表 8 は，それぞれ有意水準を 5% と 1% と設定したときの，この故障ケースにおける検定の検出力である．

表 7 より，尺度パラメータを変化させた実験と同様に，形状パラメータ m_2 の値を変化させた場合でも，m_2 が大きいほど，またサンプルサイズが大きいほど，検出力が高いことが分かる．

表 8 より，実験 3 と比べて，有意水準を小さく設定したために，α と $1-\beta$ の値が小さい．すなわち，有意水準を小さく設定すると独立故障のデータは正しく判定しやすくなる一方で，従属故障のデータを誤って独立故障と判定する確率は上昇することが分かる．

第 1 種の過誤の確率が設定した有意水準と異なるのは，実験 1，2 と同様に，帰無仮説で推定した分布を仮定しているからである．それ故に，真値を用いて求めたカッコ内の値は，設定した有意水準に近付いている．

表 7　実験 3 の結果．検出力 $1-\beta$（%，シミュレーション 500 回）．有意水準 $\alpha = 5.0\%$（カッコの中は，検定に真値を用いた場合の α の値）．

	検出力 $1-\beta$		
m_2	$n = 20$	$n = 50$	$n = 100$
2	$\alpha = 12.2$ (7.0)	$\alpha = 10.0$ (5.8)	$\alpha = 9.4$ (4.4)
3	23.8	43.4	64.4
4	43.6	70.6	96.4
5	61.2	91.2	99.8
6	69.8	97.0	100.0
7	80.0	98.6	100.0
8	84.0	99.2	100.0
9	85.2	99.8	100.0
10	86.8	99.8	100.0

表 8　実験 4 の結果．検出力 $1-\beta$（%，シミュレーション 500 回）．有意水準 $\alpha = 1.0\%$（カッコの中は，検定に真値を用いた場合の α の値）．

	検出力 $1-\beta$		
m_2	$n = 20$	$n = 50$	$n = 100$
2	$\alpha = 3.8$ (1.2)	$\alpha = 2.0$ (1.0)	$\alpha = 2.4$ (1.0)
3	8.4	23.6	46.8
4	23.4	52.2	87.6
5	37.8	77.6	98.2
6	47.0	92.6	99.4
7	56.2	96.4	100.0
8	64.2	97.8	100.0
9	70.4	98.4	100.0
10	70.4	98.4	100.0

【実験５，６】

パラメータの変化に対する検出力の敏感さを調べるために実験 3 を行った．故障ケースを $(\lambda_1, m_1, m_2) = (5, 2, 2)$ で固定し，λ_2 を $5, 6, \ldots, 15$ までの 11 通りで試す．表 9 と表 10 は，それぞれ有意水準を 5% と 1% と設定したときの，各故障ケースにおける検定の検出力を示す．

パラメータの変化量 $\lambda_2 - \lambda_1$ は表 5 と同じであるが，検出力は低い．この結果からは，パラメータの変化率 λ_2/λ_1 が大きいほど，検出力が高くなることが推測できる．表 11 は，実験１，２と実験５，６の結果を，それぞれパラメータの変化率ごとに検出力を比較している．この表 11 からも，検出力にはパラメータの変化率が効いていることが予想できる．

パラメータの変化率が小さい故障ケースに対する検出力が低いことは，問題にはならない．図 5 の MTTF の実験では，実験５，６と同様にパラメータを $(\lambda_1, m_1, m_2) = (5, 2, 2)$ で固定していた．図 5 からは，パラメータの変化がおよそ 8 倍ほどに満たなければ，たとえ従属故障によって MTTF が低下しても，ユニット単体の MTTF よりも並列システムの MTTF の方が長いことが明らかであった．以上より，提案手法は，パラメータの変化率が微弱で場合を検出することはできないが，その場合システムの MTTF の低下も微量なので，問題にはならない．

表 9　実験 5 の結果．検出力 $1-\beta$（%，シミュレーション 500 回）．有意水準 $\alpha = 5.0\%$（カッコの中は，検定に真値を用いた場合の α の値）．

	検出力 $1-\beta$		
λ_2	$n = 20$	$n = 50$	$n = 100$
5	$\alpha = 12.4$ (7.4)	$\alpha = 11.6$ (4.8)	$\alpha = 11.6$ (5.2)
6	12.8	16.4	15.4
7	14.2	19.0	23.2
8	16.8	24.8	32.0
9	20.6	31.4	45.6
10	22.6	33.8	53.8
11	24.2	45.2	67.4
12	27.0	50.0	74.8
13	32.6	55.4	79.2
14	34.2	62.2	87.0
15	38.0	65.8	91.6

表 10　実験 6 の結果．検出力 $1-\beta$（%，シミュレーション 500 回）．有意水準 $\alpha = 1.0\%$（カッコの中は，検定に真値を用いた場合の α の値）．

	検出力 $1-\beta$		
λ_2	$n = 20$	$n = 50$	$n = 100$
5	$\alpha = 3.0$ (1.4)	$\alpha = 3.6$ (1.2)	$\alpha = 4.0$ (1.6)
6	4.0	4.4	5.6
7	3.6	6.2	11.0
8	6.2	10.4	16.0
9	6.6	14.0	25.8
10	8.6	17.0	32.0
11	9.0	25.6	45.4
12	10.0	25.6	56.4
13	13.0	31.8	59.8
14	14.6	39.2	70.0
15	15.8	42.2	76.6

表 11　実験 1，2 と実験 5，6 の結果の統合（$n = 100$）．検出力の比較．

	検出力 $1-\beta$			
	$\alpha = 5.0\%$		$\alpha = 1.0\%$	
λ_2/λ_1	実験 1	実験 5	実験 2	実験 6
1	11.2 (4.8)	11.6 (5.2)	3.2 (0.6)	4.0 (1.6)
6/5	——	15.4	——	5.6
7/5	——	23.2	——	11.0
8/5	——	32.0	——	16.0
9/5	——	45.6	——	25.8
2	58.2	53.8	36.6	32.0
11/5	——	67.4	——	45.4
12/5	——	74.8	——	56.4
13/5	——	79.2	——	59.8
14/5	——	87.0	——	70.0
3	89.2	91.6	75.4	76.6

5.4　考察

従属故障の発生の有無を，故障時刻のデータから判定することに成功した．そして，その検定手法の検出力をモンテカルロ・シミュレーションによって確認した．実験結果から，独立故障を正しく独立故障と判定する確率 $1-\alpha$ は，有意水準を 5% とした場合，約 90% であった．また従属故障を正しく従属故障と判定する確率は，パラメータのパラメータの変化率 λ_2/λ_1 に依存していることが分かった．

検出力 $1-\beta$ が高くなる条件は（i）有意水準（ii）データ数（iii）パラメータの変化率，これらが大きいということを明らかとした．

有意水準は 1% よりも 5% の方が高い検出力を得られた．なぜならば，5% の方が第 2 種の過誤の確率 β が低くなるからである．本研究の目的は従属故障を発見することであり，β は低い方が良い．

データ数 n は大きいほど好ましいが，現実的には，コストなどにより取得できるデータ数には制限のある場合がある．例えば，検出力 80% 以上を求める場合，データ数が $n = 50$ あれば充分である．検出力がパラメータの変化率に依存しているため，良い検出力を保つために必要なデータ数は存在しないが，実験結果より，パラメータの変化率が，$\lambda_2/\lambda_1 \geq 3$ または，$m_2/m_1 \geq 4$ の場合は，$n \geq 50$ であれば約 80% 以上の検出力を得られる．これよりもパラメータの変化率が小さい場合，検出力が 6 割にも満たないという結果は問題ではない．変化率が小さいということは，システムの MTTF に与える影響も小さいからである．

6　おわりに

本研究は，並列システムの故障の種類が，独立故障か従属故障かを検定する方法を明らかにした．

4 章では，直感的には明らかではあるが，システムの MTTF は独立故障が起こる場合よりも，従属故障が起こる場合の方が短くなるということを解析的に示した．さらに，従属故障によっては，並列システムの MTTF が，ユニット単体からなるシステムの MTTF に劣る場合があることが分かった．そのため信頼性工学の観点からは，ユニットが従属故障を起こすことを未然に防ぐことは重要であると言える．

そこで，本研究は従属故障の検知手法の 1 つとして，先故障時刻と後故障時刻を利用した検定手法を開発した．この検定手法はユニットの故障時刻のデータから，統計的に従属故障の発生を検知することが可能なため，客観的な従属故障の検知手法として有用である．もし従属故障が検知されたならば，可能な限りその原因を解消することが，そのシステムの信頼性向上にとって望ましい．

今後の課題としては，故障時刻からシステムの MTTF を推定するために，式 (3.7) のパラメータ λ_2 と m_2 を推定する手法の開発が挙げられる．

また従属故障を検知する研究は，変化検知の研究の 1 つと言える．本研究は，先故障時刻におけるユニットの寿命分布の変化の検知を行った．変化検知は応用が効く技術のため，依然として発展が望まれる分野である．近年では機械学習を取り入れた手法が様々に提案されており [17]，信頼性工学の分野からも，故障を検知する研究の発展を望む．

参考文献

[1] 松岡猛，「確率論的安全評価における従属故障と外的事象の取り扱い」，システム/制御/情報，Vol. 36，No. 3，pp. 158-170 (1992).

[2] M. Zelen, ed., Statistical theory of reliability, University of Wisconsin Press, Wisconsin (1964).

[3] A. W. Marshall and I. Olkin, “A multivariate exponential distribution”, *J. Amer. Statist. Assoc.*, Vol. 62, pp. 30-44 (1967).

[4] S. P. Rajamanickam and B. Chandrasekar, “Reliability measures for two–unit systems with a structure for failure and repair times”, *Microelectron. Reliab.*, Vol. 37, No. 5, pp. 829-833 (1997).

[5] G. Jingbo and E. A. Elsayed, “A bivariate degradation model for sequence-dependent stress testing”, *Proc. 21st ISSAT Int. Conf. Reliability and Quality in Design*, pp. 277-281(2015).

[6] R. Malhotra and G. Taneja, “Stochastic analysis of a two–unit cold standby system wherein both units may become operative depending upon the demand”, *J. Quality and Reliability Engineering*, Vol. 2014 (2014).

[7] 影山孝夫，「従属故障ネットワークシステムに対するコピュラを用いた信頼性解析」，法政大学大学院修士論文（2015）.

[8] S. Ota, T. Kageyama and M. Kimura, “Improvement of reliability evaluation for 2–Unit parallel system with cascading failures by using maximal copula”, *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol. E98-A, No. 10, pp. 2096-2100 (2015).

[9] J. Johansson and H. Hassel, “An approach for modeling interdependent infrastructures in the context of vulnerability analysis”, *J. Reliability Engineeing and System Safety*, Vol. 95, pp.1335-1344 (2010).

[10] T. Yuge and S. Yanagi, “Estimating failure probability of a k–out–of–n system considering Common–Cause failures”, *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol. E98-A, No. 10, pp. 2025-2030 (2015).

[11] I. Dobson, B. A. Carreras and D. E. Newman, “A loading–dependent model of probabilistic cascading failure”, *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, Vol. 19, pp. 15-32 (2005).

[12] W. Feller, “On the Kolmogorov–Smirnov limit theorem for empirical distribution”, *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 19, No. 2, pp. 177-189 (1948).

[13] A. Kolmogoroff, “Sulla deteminazione empirica di una legge di distribuzione”, *Giorn. Inst. Ital. Attuari*, Vol. 4, pp. 1-11 (1933).

[14] N. Smirnov, “Ob uklonenijah empiričeskoi kriboi raspredeleija”, *Recueil Mathematique (Mathematičeskii Sbornik)*, N. S. Vol. 6(48), pp. 3-26 (1939).

[15] E. Chiodo and D. Lauria, “Some basic properties of the failure rate of redundant reliability systems in industrial electronics applications”, *IEEE Trans. Ind. Electronics*, Vol. 62, No. 8, pp.

5055-5062 (2015).
[16] 鈴木順二郎，牧野鉄治，石坂茂樹，FMEA・FTA 実施法，日科技連出版社，東京（1982）.
[17] 井手剛，杉山将，異常検知と変化検知，講談社，東京（2015）.

著者の文献リスト

[1] 影山孝夫, 太田修平, 木村光宏, コピュラによる２ユニット並列システムの従属故障モデルに関する一考察, 電子情報通信学会技術研究報告（信学技報）信頼性, pp. 1-5, R2013-79 (2013).

[2] 太田修平, 影山孝夫, 木村光宏, ２ユニット並列システムのカスケード故障に関するコピュラ解析, 電子情報通信学会総合大会文集, A-9-4 (2014).

[3] Shuhei Ohta, Takao Kageyama, and Mitsuhiro Kimura, “On a reliability assessment by copula functions for a 2–unit parallel system with cascading failures”, *Proc. for 8th IMA International Conference on Modelling in Industrial Maintenance and Reliability*, pp 229-233 (2014).

[4] 太田修平, 木村光宏, FGM コピュラを用いた RBF ネットワークの一拡張について, 電子情報通信学会技術研究報告（信学技報）信頼性, pp. 1-6, R2015-10 (2015).

[5] Shuhei Ota and Mitsuhiro Kimura, “A dependent–multivariate data analysis method by skewed–RBF network based on FGM copula”, *21st ISSAT International Conference on Reliability and Quality in Design*, (2015).

[6] 影山孝夫, 太田修平, 木村光宏, コピュラによるネットワークシステムの従属故障解析に関する考察, 電子情報通信学会技術研究報告（信学技報）信頼性, pp. 7-11, R2015-15 (2015 年).

[7] Shuhei Ota, Takao Kageyama, and Mitsuhiro Kimura, “Improvement of reliability evaluation for 2–unit parallel system with cascading failures by using maximal copula”, *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics*, Vol. E98-A, No. 10, pp. 2096-2010 (2015).

[8] Shuhei Ota and Mitsuhiro Kimura, “A study on regression analysis by expanded RBF network based on copula with linear correlation and rank correlation”, *Inter. J. Reliability, Quality and Safety Engineering*, Vol. 22, No. 5, pp. 1550022-1-1550022-14 (2015).

謝辞

本研究を進めるにあたり, 法政大学大学院理工学研究科システム工学専攻の，木村光宏教授から全面的にご指導を賜りました. ここに御礼申し上げます. また，同システム工学専攻の，田村信幸准教授に副査を引き受けて頂きました．御礼申し上げます．そして, 信頼性工学研究室の諸先輩方, 同輩, 後輩諸氏からも様々な助言を頂きました. 皆様に感謝致します.