

組合せ軸力-ねじり疲労に及ぼす組合せ平均 応力の影響の評価

岸本, 聡 / KISHIMOTO, Sou

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

57

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

5

(発行年 / Year)

2016-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00012944>

組合せ軸力-ねじり疲労に及ぼす 組合せ平均応力の影響の評価

Evaluation of effect of combined mean stress on combined axial-torsional fatigue

岸本 聡

Sou KISHIMOTO

指導教員 大川 功

法政大学大学院理工学研究科機械工学専攻修士課程

Influence of superposition of combined static tension and torsion loading on in-phase combined axial and torsional fatigue life was investigated. Based on the analysis of the cyclic and static stresses acting on the maximum shear planes, fatigue life evaluation model for a shear dominated materials was proposed. To confirm the validity of this model, fatigue tests were performed. Comparison of predicted life with actual life shows a good correlation.

Key Words: Mean stress, Combined loading, Fatigue life, Maximum shear plane, Push-pull, Torsion

1. 緒論

工業部材の多くは使用中に繰返し荷重を受けることから、これらの破壊の原因の多くは疲労によるものである。負荷される荷重は単独であることはまれで、曲げ、ねじり、軸力などの複数の組合せによる多軸応力状態にあることがほとんどである。しかも荷重が繰返し負荷される方向に対称性を持たず偏り(平均応力)を持つ場合もあり、このことから、実機は非常に複雑な応力下で使用されることになる。このような複雑な荷重条件下にある実機の疲労寿命を、ねじりや軸力といった単純な単独の応力下での基礎的な寿命データを用いて予測するための寿命評価法を確立することが求められている。

初期の研究では Mises 説や Tresca 説といった、降伏条件説に基づいた評価法が用いられていたが、近年では、疲労破壊は荷重の繰返しにより発生したき裂の成長により生じることから、疲労寿命はき裂が発生、成長する臨界面上に生じる応力やひずみに支配されるという物理的根拠に基づいた評価法が多く提案されている。せん断型成長および引張り型成長き裂成長面としては最大せん断応力面と最大主応力面がそれぞれ対応する。

また、静的荷重の付加もき裂の発生や成長に寄与するという観点から、寿命の支配因子であると考えることが出来る。引張りの平均応力を付加するとき裂が開くため、き裂の成長が促進され寿命が減少するが、圧縮の平均応力を付加する場合はき裂面が閉口するため逆に寿命は増加する傾向にある[1]。一方ねじりの平均応力は寿命に対してほとんど影響を及ぼさないとされている[2]。

Kandil, Brown, Miller[3]はき裂の発生は最大せん断面上

でのせん断ひずみ振幅によって支配され、せん断面上に作用する垂直ひずみはき裂の進展に副次的な影響をおよぼすとして寿命評価式を提案している。一方 Socie[4]らは主として引張り型の破壊を生ずる材料の多軸寿命評価説として Smith らの SWT パラメータを用いて最大主応力面上の応力に基づいた理論を提案している。また、磯部ら[5]は応力間位相差と平均応力を伴う荷重条件に対して、せん断型成長と引張り型成長の全寿命に対する割合を考慮した、両臨界面上の応力に基づいた理論を提案している。このように静的荷重を伴う組合せ疲労に対する寿命評価法は多数提案されているが、様々な荷重条件や材料に適用可能な汎用性のある寿命評価式はいまだ確立されているとは言い難い。

本研究では、薄肉円筒に同周期同位相のねじりと軸力の組合せ繰返し荷重が加わる二軸平面応力状態を考え、種々の応力比のねじりと軸力の静的組合せ荷重の付加が疲労寿命に及ぼす影響について考察した。き裂成長面上に生じる繰返し応力と平均応力を求め、これらに基づく寿命評価法について検討した。

2. き裂成長面上における応力解析

2.1. 任意の傾きを持つ面上での応力状態

図 1 に示す薄肉中空丸棒に、平均応力を有する同周期の軸方向荷重と周方向トルクが加えられる時、その表面要素には次式のようなせん断応力 $\tau(t)$ およびせん断応力 $\sigma(t)$ が生じるものとする。

$$\begin{aligned}\tau(t) &= \tau_a \sin \omega t + \tau_m \\ \sigma(t) &= \sigma_a \sin \omega t + \sigma_m\end{aligned}\quad (1)$$

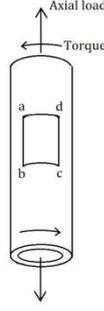


Fig.1. Specimen subjected combined loading.

ここで、 τ_a と σ_a はそれぞれ繰返しせん断および垂直応力振幅、 τ_m と σ_m はそれぞれ静的せん断および垂直応力、 ω は角速度、 t は時間である。このとき法線が円筒軸方向から θ 傾いた面上に生ずるせん断応力 $\tau_\theta(t)$ と垂直応力 $\sigma_\theta(t)$ を等価応力振幅 σ_{eqa} 、静的等価応力 σ_{eqm} 、それらの比率 h_{eq} 、軸力の応力比 λ_a および引張りの応力比 λ_m

$$\begin{aligned} \sigma_{eqa} &= \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}, \quad \sigma_{eqm} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} \\ h_{eq} &= \frac{\sigma_{eqa}}{\sigma_{eqm}}, \quad \lambda_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_{eqa}}, \quad \lambda_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eqm}} \end{aligned} \quad (2)$$

を用いて無次元化して表示すると次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\tau_\theta(t)}{\sigma_{eqa}} &= \left(-\lambda_a \frac{\sin 2\theta}{2} + \sqrt{\frac{1-\lambda_a^2}{3}} \cos 2\theta \right) \sin \omega t \\ &\quad + h_{eq} \left(-\lambda_m \frac{\sin 2\theta}{2} + \sqrt{\frac{1-\lambda_m^2}{3}} \cos 2\theta \right) \\ \frac{\sigma_\theta(t)}{\sigma_{eqa}} &= \left(\lambda_a \frac{1 + \cos 2\theta}{2} + \sqrt{\frac{1-\lambda_a^2}{3}} \sin 2\theta \right) \sin \omega t \\ &\quad + h_{eq} \left(\lambda_m \frac{1 + \cos 2\theta}{2} + \sqrt{\frac{1-\lambda_m^2}{3}} \sin 2\theta \right) \end{aligned} \quad (3)$$

2.2.繰返し応力のみを荷荷した場合

繰返し応力のみが付加される場合、 θ 傾いた面上に作用するせん断及び垂直応力振幅は

$$\begin{aligned} \frac{\tau_\theta}{\sigma_{eqa}} &= -\lambda_a \frac{\sin 2\theta}{2} + \sqrt{\frac{1-\lambda_a^2}{3}} \cos 2\theta \\ \frac{\sigma_\theta}{\sigma_{eqa}} &= \lambda_a \frac{1 + \cos 2\theta}{2} + \sqrt{\frac{1-\lambda_a^2}{3}} \sin 2\theta \end{aligned} \quad (4)$$

となる。前述のようにき裂成長の支配因子はこのせん断および垂直応力振幅 $A_{\tau\theta}$ と $A_{\sigma\theta}$ の最大値 $A_{\tau s}$ および $A_{\sigma m}$ であると考えられることから、これらが働く面上における応力状態の解析を行った。

式(4)より最大せん断応力振幅を生ずる面は2つ存在することがわかり、その2つの面の方向は

$$\tan \theta_s = \frac{2\sqrt{1-\lambda_a^2} \pm \sqrt{4-\lambda_a^2}}{\sqrt{3}\lambda_a} \quad (5)$$

により与えられる。したがって式(4)よりこれらの面上に作用するせん断応力振幅と垂直応力振幅は次式となる。

$$\frac{\tau_{\max}}{\sigma_{eqa}} = \pm \sqrt{\frac{4-\lambda_a^2}{12}}, \quad \frac{\sigma_s}{\sigma_{eqa}} = \frac{\lambda_a}{2} \quad (6)$$

同様に、最大主応力振幅を生ずる面の方向は

$$\tan \theta_n = \frac{-\sqrt{3}\lambda_a + \sqrt{4-\lambda_a^2}}{2\sqrt{1-\lambda_a^2}} \quad (7)$$

により与えられるため、この面上に生ずる垂直応力振幅は次式となる。

$$\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{eqa}} = \frac{\lambda_a}{2} + \sqrt{\frac{4-\lambda_a^2}{12}} \quad (8)$$

最大主応力振幅面上に働くせん断応力振幅は式(4)、(7)より $\tau_n = 0$ となる。これは主応力面とは面上のせん断応力が0となる面として定義されることから当然の結果である。

2.3.繰返し応力に組合せ平均応力を付加した場合

組合せ繰返し応力にねじりと引張りの静的組合せ応力を付加した場合、 θ 傾いた面上に生ずる平均応力は式(3)より次式のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{\theta m}}{\sigma_{eqa}} &= h_{eq} \left(-\lambda_m \frac{\sin 2\theta}{2} + \sqrt{\frac{1-\lambda_m^2}{3}} \cos 2\theta \right) \\ \frac{\sigma_{\theta m}}{\sigma_{eqa}} &= h_{eq} \left(\lambda_m \frac{1 + \cos 2\theta}{2} + \sqrt{\frac{1-\lambda_m^2}{3}} \sin 2\theta \right) \end{aligned} \quad (9)$$

き裂が発生、成長する面の方向は、主として繰返し荷重にのみ依存し、静的応力の有無によらないことから式(5)、(7)で表される面上に生ずる平均応力について解析を行った。

式(5)、(9)より最大せん断応力振幅面上に生ずる平均せん断応力と平均垂直応力は次式となる。

$$\frac{\tau_{sm}}{\sigma_{eqa}} = \pm h_{eq} \frac{4\sqrt{(1-\lambda_a^2)(1-\lambda_m^2)} + 3\lambda_a\lambda_m}{2\sqrt{3}\sqrt{4-\lambda_a^2}} \quad (10)$$

$$\frac{\sigma_{sm}}{\sigma_{eqa}} = h_{eq} \frac{1}{2} \left\{ \lambda_m \pm \frac{2\left(\lambda_m\sqrt{1-\lambda_a^2} - \lambda_a\sqrt{1-\lambda_m^2}\right)}{\sqrt{4-\lambda_a^2}} \right\}$$

$\lambda_a = \lambda_m$ の特別な場合は

$$\frac{\tau_{sm}}{\sigma_{eqa}} = \pm h_{eq} \sqrt{\frac{4 - \lambda_a^2}{12}}, \quad \frac{\sigma_{sm}}{\sigma_{eqa}} = h_{eq} \frac{\lambda_a}{2} \quad (11)$$

となり、式(6)に示される応力振幅にそれぞれ h_{eq} を乗じた形となる

λ_a と λ_m が異なる場合、式(10)に表されるように2つの最大せん断応力振幅面上には大きさの異なる平均垂直応力が生ずる。軸力の応力比 $\lambda_a = 0, 0.28, 0.76$ および1における、引張り応力比 λ_m に伴うそれぞれの平均垂直応力の変化を図2から図5に示す。図中、 $h_{eq} = 1$ として、2つの異なる平均垂直応力

$$\frac{\sigma_{sm+}}{\sigma_{eqa}} = \frac{1}{2} \left\{ \lambda_m + \frac{2 \left(\lambda_m \sqrt{1 - \lambda_a^2} - \lambda_a \sqrt{1 - \lambda_m^2} \right)}{\sqrt{4 - \lambda_a^2}} \right\} \quad (12)$$

$$\frac{\sigma_{sm-}}{\sigma_{eqa}} = \frac{1}{2} \left\{ \lambda_m - \frac{2 \left(\lambda_m \sqrt{1 - \lambda_a^2} - \lambda_a \sqrt{1 - \lambda_m^2} \right)}{\sqrt{4 - \lambda_a^2}} \right\}$$

の変化を表示した。いずれも図中の2曲線が交わる点では $\sigma_{sm+} = \sigma_{sm-} = h_{eq} \frac{\lambda_a}{2}$ である。この点を境として $\lambda_m \leq \lambda_a$ のとき $\sigma_{sm+} \leq \sigma_{sm-}$ 、 $\lambda_a < \lambda_m$ のとき $\sigma_{sm-} < \sigma_{sm+}$ となる。また、式(7)、(9)より最大主応力振幅面上に生ずる平均せん断応力と平均垂直応力は次式となる。

$$\frac{\tau_{nm}}{\sigma_{eqa}} = h_{eq} \frac{\lambda_a \sqrt{1 - \lambda_m^2} - \lambda_m \sqrt{1 - \lambda_a^2}}{\sqrt{4 - \lambda_a^2}} \quad (13)$$

$$\frac{\sigma_{nm}}{\sigma_{eqa}} = h_{eq} \frac{1}{2} \left(\lambda_m + \frac{4 \sqrt{(1 - \lambda_a^2)(1 - \lambda_m^2)} + 3 \lambda_a \lambda_m}{\sqrt{3} \sqrt{4 - \lambda_a^2}} \right)$$

$\lambda_a = \lambda_m$ の特別な場合

$$\frac{\tau_{nm}}{\sigma_{eqa}} = 0$$

$$\frac{\sigma_{nm}}{\sigma_{eqa}} = h_{eq} \left(\frac{\lambda_a}{2} + \sqrt{\frac{4 - \lambda_a^2}{12}} \right) \quad (14)$$

となり、 $\lambda_a = \lambda_m$ の場合の最大せん断応力振幅面上の平均応力と同様に、応力振幅に h_{eq} を乗じた形となる。

3. 静的組合せ荷重の付加が疲労寿命に及ぼす影響

3.1. 組合せ繰返し荷重のみの場合の評価法

解析結果をもとに、主としてせん断型の破壊を生ずる材料に適用可能な評価法を提案した。

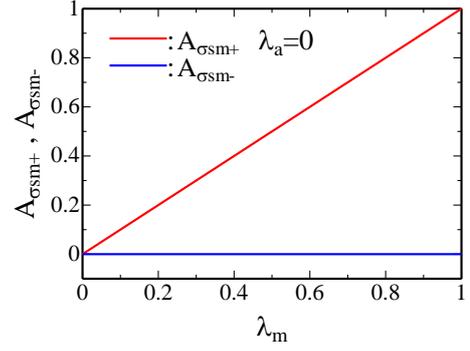


Fig.2. Variation of normal mean stress with λ_m ($\lambda_a = 0$).

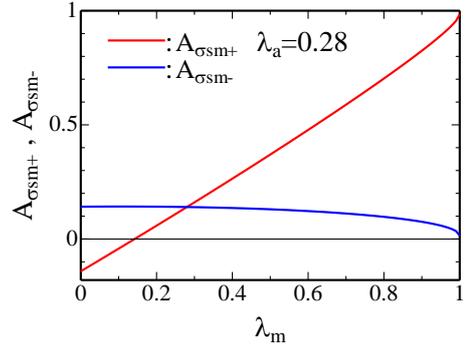


Fig.3. Variation of normal mean stress with λ_m ($\lambda_a = 0.28$).

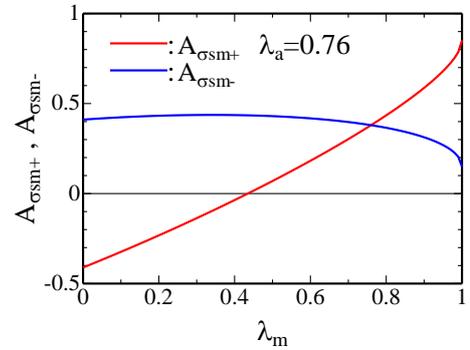


Fig.4. Variation of normal mean stress with λ_m ($\lambda_a = 0.76$).

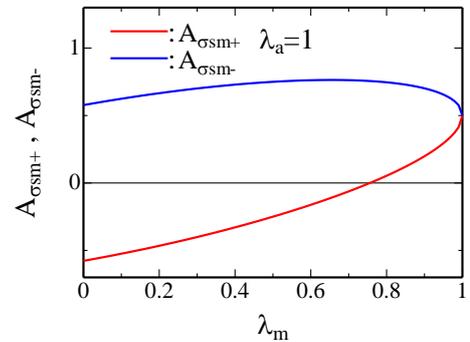


Fig.5. Variation of normal mean stress with λ_m ($\lambda_a = 1$).

最大せん断応力振幅面上でのせん断および垂直ひずみを疲労寿命の支配因子とする Brown ら[3]のクライテリオンを応力基準へと改めた次式を用いて静的荷重の無い場合の寿命を評価した。

$$\tau_{\max} + k\sigma_s = \text{Constant} \quad (15)$$

$$k = \frac{2\tau_{h0} - \sigma_{h0}}{\sigma_{h0}}$$

式中の最大せん断応力振幅 τ_{\max} と垂直応力振幅 σ_s は式(6)より与えられ、材料定数 k は両振り($h_{eq} = 0$)の純ねじりと軸力の時間強度、 τ_{h0} と σ_{h0} から決定される。

3.2. 静的組合せ荷重の影響を考慮した評価法

式(15)で示した寿命評価法を、静的組合せ荷重を付加した場合に拡張する。静的組合せ荷重を付加したとき、式(10)、(11)の最大せん断応力振幅面に働く平均応力のうち垂直応力成分のみが寿命の減少に寄与すると考えると

$$\tau_{\max} + k\sigma_s + k'\sigma_{sm} = \text{Constant.} \quad (16)$$

$$k' = (1 + k) \frac{\sigma_{h0} - \sigma_{h1}}{\sigma_{h1}}$$

となる。ここで式(10)、(11)より与えられる平均垂直応力 σ_{sm} は、前述の2つの最大せん断応力振幅面に生じる応力のうち、大きい方の引張り応力である。また式中の材料定数 k' は、両振り($h_{eq} = 0$)と完全片振り($h_{eq} = 1$)での軸力の時間強度、 σ_{h0} と σ_{h1} から決定される。

4. 検証試験

4.1 供試材および試験機

ねじりと軸力の組合せ繰返し荷重下での寿命に及ぼす静的組合せ負荷の影響を調べ、式(16)の寿命評価法の有用性を検証するため、疲労試験を行った。試験に用いた供試材は、機械構造用炭素鋼 S45C とアルミニウム合金 A6N01-T5 である。各材料の試験片の形状をそれぞれ図6と図7に示す。S45Cは加工による表面の硬化の影響を取り除くため、真空炉にて850℃で1時間の保持後炉冷の熱処理を施した。

試験機は鷺宮製作所製の電気油圧式サーボ試験機(容量：軸力100kN、ねじり1050N・m)を使用した。

4.2 試験条件

室温の荷重制御下にて両振りの組合せ繰返し応力試験と、これに静的組合せ応力を重畳した場合について行った。軸力の応力比は $\lambda_a = 0$ (ねじり)、0.28、0.76および1(軸力)とし、これに種々の引張り応力比 λ_m の静的応力を付加した。なお、負荷応力レベルは寿命が 10^4 回から 10^6 回となるように設定した。

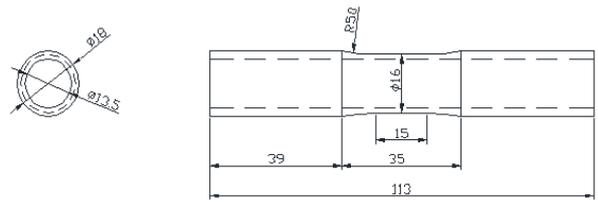


Fig.6. Configuration of specimen(S45C).

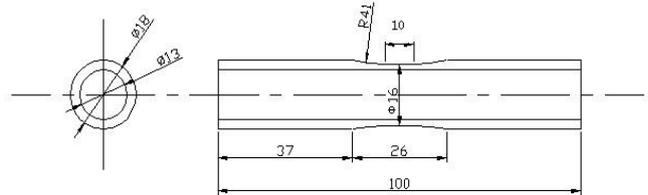


Fig.7. Configuration of specimen(A6N01-T5).

5. 本寿命評価式の疲労試験結果への適用

5.1. S45C の疲労試験結果及び寿命評価

図8は式(15)の評価法を用いて両振りの組合せ疲労試験結果を表示したものである。S45Cの両振りのねじりと軸力の疲労試験結果から、材料定数 k は破断繰返し数が 10^4 回から 10^6 回での平均値を用いて $k = 0.58$ とした。図中の直線は両振りねじりの試験結果に対する回帰線であるが、両振りの試験結果はほぼこの回帰線の近傍にプロットされ、式(15)が両振り荷重状態での疲労寿命に対する有効な評価法であることが示された。

図9は同様に式(15)を用いて静的荷重を付加した場合の試験結果を表示したものであるが、全般的に繰返しねじりの場合よりも短寿命となった。これは静的荷重を付加したことにより生じたき裂面上の平均垂直応力がき裂の成長を促進させ寿命を減少させたと考えられる。したがって静的荷重を付加した場合の疲労寿命の評価を行うにはき裂面上の平均垂直応力の影響を考慮することが必要となる。

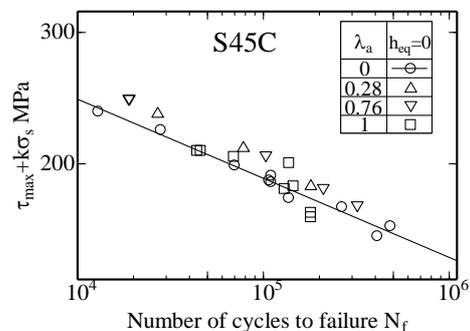


Fig.8. Fully reversed test results correlated by Eq.15.

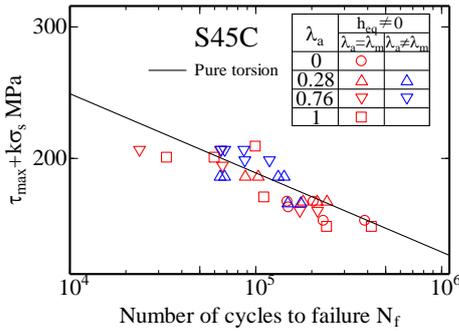


Fig.9. Test results with mean stress correlated by Eq.15(S45C).

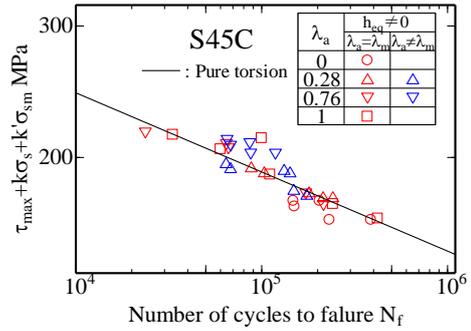


Fig.10. Test results with mean stress correlated by Eq.16(S45C).

図 10 は式(16)の評価法を用いて静的荷重を付加した場合の試験結果を表示したものである。S45C の両振りと完全片振りの軸力の疲労試験結果から材料定数 k' は破断繰返し数が 10^4 回から 10^6 回での平均値を用いて $k' = 0.07$ とした。試験結果は両振りねじりの回帰線近傍にプロットされ、このことは静的荷重の有無によらず式(16)により組合せ荷重下での寿命の予測がほぼ可能であることを示している。

5.2.A6N01-T5 の疲労試験結果及び寿命評価

S45C と同様に式(16)を用いて A6N01-T5 の両振りの試験結果と静的荷重を付加した場合の試験結果を整理したものを図 11 と図 12 に示す。式中の材料定数をそれぞれ $k = 0.23$, $k' = 0.44$ とした。両振りの結果については両振りねじりの回帰線近傍にプロットされたが、静的荷重を付加した場合の試験結果についてはその多くが回帰線より長寿命がわにプロットされた。原因として本研究では平均応力の影響に関する材料定数 k' を決定するためにはデータ数が十分でないことが挙げられ、十分なデータが得られればより精度の高い予測が可能であると考えられる。

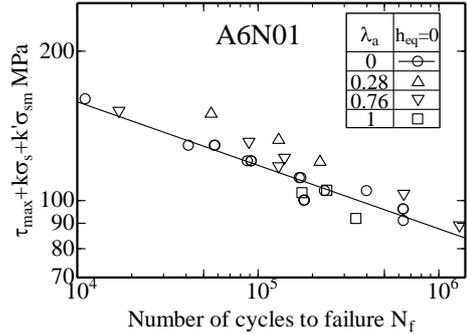


Fig.11. Fully reversed test results correlated by Eq.16(A6N01-T5).

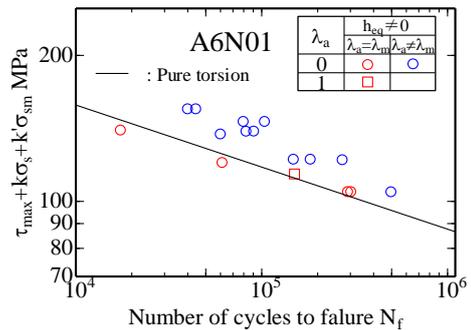


Fig.12. Test results with mean stress correlated by Eq.16(A6N01-T5)

6.結論

一般的な組合せ荷重条件下においても適用可能な寿命評価法の確立を目的として、本研究では同位相のねじりと軸力の組合せ繰返し負荷が作用する二軸平面状態において、ねじりと引張りの静的組合せ荷重の付加による疲労寿命への影響について考察した。

き裂成長面上に生ずる繰返し応力と平均応力の解析に基づき、最大せん断応力振幅面上での応力を支配パラメータとする寿命評価法について検討した。

焼鈍した炭素鋼とアルミニウム合金の両中空材の疲労試験結果によれば静的組合せ荷重の付加により全般的に短寿命となるが、最大せん断面上に生じる平均引張り応力の影響を考慮した本評価法を用いることにより、静的組合せ荷重付加条件下での寿命を評価できることがわかった。

参考文献

- 1)Ming-Chuen Yip,Yi-Ming Jen,Journal of Eng Mater Technol,119,1,pp.104-112
- 2)Sine,G.,and Ohgi,G.,”Fatigue Criteria under Combined Stresses or Strains,ASME Journal of Engineering Materials and Technology,Vol.103,1981,pp.82-90
- 3)Kandil,F.A.,Brown,M.W.,and Miller,K.J.,”Biaxial Low Cycle Fatigue of 316 Stainless Steel at Elevated Temperatures,” The Metals Society, Vol.280, London, 1982, pp.203-210.
- 4)Socie,D.F.,”Multiaxial Fatigue Damage Models,”ASME Journal of Engineering Materials and Texhcnology, Vol.109, No.4, 1987.
- 5)I.Ohkawa *et al.*,Fatigue '99,Vol.2,1999,pp.905-910.