

混合ルールセルオートマトンの解析と合成

SAWAYAMA, Ryo / 澤山, 良

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

56

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

5

(発行年 / Year)

2015-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00011134>

遺伝的アルゴリズムに基づく混合ルールセルオートマトンの学習

LEARNING OF MIXED-RULE CELLULAR AUTOMATA BASED ON THE GENETIC ALGORITHM

澤山 良

Ryo SAWAYAMA

指導教員 斎藤利通

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

This paper studies the cellular automaton (CA) governed by combination of two rules. First, we analyze a class of CA that generates several isolated spatiotemporal patterns without transient phenomena. Second, we present an evolutionary algorithm that tries to optimize the combination of two rules to stabilize the desired isolated patterns. Performing basic numerical experiments, it is shown that the evolutionary algorithm can make transient phenomena and can stabilize the desired isolated patterns.

Key Words : *cellular automata, genetic algorithm, return map*

1. まえがき

セルオートマトン (CA) [1] は時間、空間、状態が離散的なシステムである。簡素なルールによって、状態が時間発展する。ルールと初期状態によって、CA は多彩な時空パターンを生成できる。CA は基本的な非線形ダイナミクスの研究だけでなく、信号処理、情報圧縮、自己複製、暗号 [2]-[5] のような様々な工学的応用として研究されている。本論文では、混合ルールを有するセルオートマトン (MCA) について解析を行う。CA は 1 つのルールによって状態が時間発展するが、2 つのルールの組み合わせによって状態が時間発展する MCA はより多彩な時空パターンを生成できる。MCA の一般的な解析は困難であるため、以下では MCA の分類とある定常状態の安定性について考察を行う。まず、過渡現象が起こらない定常状態を生成する基本的な CA (ECA, [1]) について解析を行う。そのような定常状態をもつパターンはエデンの園配置 [6] と呼ばれる。デジタルリターンマップ (Dmap) を用いることで、定常状態の数と種類を視覚化することができる。次に、ECA によって得られる所望のエデンの園配置からロバスト性を向上させるために、2 つのルールの組合せ方を最適化するアルゴリズムを提案する。このアルゴリズムは遺伝的アルゴリズム (GA, [7]) を参考にしている。以前にも、GA を用いた MCA に関するアルゴリズムの提案 [8] を行ったが、そのときは MCA で用いるルール数を限定しなかった。本論文では、使用するルール数を 2 つに限定することで、MCA の基礎解析を行う。典型的なエデンの園配置に対して数値実験を行うと、この GA を基本としたアルゴリズムは過渡現象を生成し、所望のエデンの園配置を安定化することができる。つまり、MCA は ECA よりもロバスト性のあるパ

ターンを多く生成することができる。本研究の結果は MCA の幅広い現象解析、誤り訂正やロバスト性のある信号生成などの工学的応用に発展するかもしれない。

2. 混合ルール CA

$S_N \equiv \{l_1, l_2, \dots, l_N\}$ を 1 次元リング型における N 個の格子点で構成される N 次元状態空間とする。これが MCA の領域となる。リングトポロジはルールの定義で説明される。 l_1 は l_N と隣接していて、 $i = 1 \sim N$ より、 l_{i+N} は l_i に等しい。 $x_i^t \in B$ は離散時間 t のとき、離散空間 i の 2 値の状態変数とする。動作は次式で記述される。

$$x_i^{t+1} = F_i(x_{i-1}^t, x_i^t, x_{i+1}^t) \quad (1)$$

ただし、 $i = 1 \sim N$ より $i + N \equiv i$ 。 F_i は空間 i に対して時間発展ルールを支配するブール関数である。単一ルールをもつ ECA は Eq. (1) ですべての空間 i に対して $F_i = F$ が成り立つとき、表すことができる。特有のルール番号は F_i によって、それぞれのルールが割り当てられる。つまり、 $f_0 = F(0, 0, 0), \dots, f_7 = F(1, 1, 1)$ とすると 2 進数の $R_i = (f_7, \dots, f_0)$ が得られる。これを 10 進数表現に変換するとルール番号 (RN) になる。 i 番目の 2 値状態の更新は両隣の状態に依存し、この場合を 3 近傍 CA と呼ぶ。 r 近傍の CA ではルールの数は 2^{2^r} 個存在し、 r が増加するにしたがってルールの数は指数関数的に増加する。3 近傍の MCA では空間の位置 S_N を固定した場合、ルールの数は $2^{2^{rN}}$ 個存在する。ルールの数は空間 N が増加するにしたがって、指数関数的に増加する。簡素にするため、この後も $r = 3$ の場合の MCA について解析する。一般的に MCA は ECA では表せない時空パターンを生成できる。

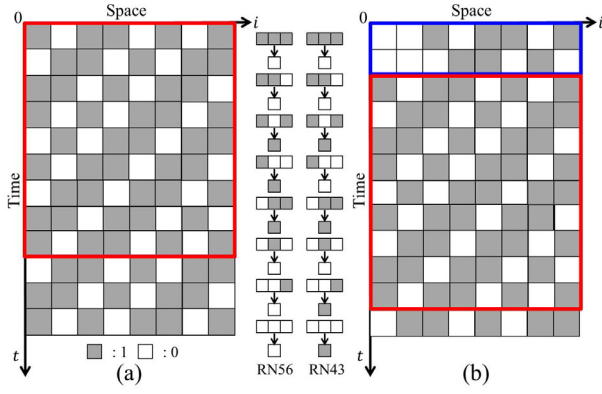


図 1 時空パターン (赤い部分は定常状態を示し, 青い部分は過渡状態を示す. (a) ECA of RN56 (b) MCA of RN56 and 43.)

3. Digital Return Map

MCA の動作を視覚化するために, $N = 8$ のときの Dmap を定義する. 定義は N 次元まで拡張できる. このとき, MCA は 8 次元 2 値空間 B^8 からそれ自身への写像と定義する.

$$x^{t+1} = F_D(x^t), x \in B^8 \quad (2)$$

もし, B^8 のすべての要素を 10 進数で表せば, B^8 は有理数の集合の部分集合である.

$$I_D = \{C_1, C_2, \dots, C_{2^8}\}, C_j = j/2^8.$$

$$C_1 \equiv (00000000)_2, \dots, C_{2^8} \equiv (11111111)_2$$

つまり, I_D からそれ自身への写像 (2) について論ずることができる. これをデジタルリターンマップ (Dmap) と言う. これから Dmap の基本的な定義について述べる.

定義 1 (定常状態): $p = F_D^k(p), p \neq F_D^l(p), 0 < l < k$ であるとき, 点 $p \in I_D$ は k 周期点と呼ぶ. ただし, F_D^k は F_D の k 回合成である. 周期点の系列 $\{F_D(p), F_D^2(p), \dots, F_D^k(p)\}$ を周期軌道 (PEO) と呼ぶ. 図 2 (a) は 8 周期軌道を示している.

定義 2 (過渡状態): 周期点でないある点 $q \in I_D$ が軌道に落ち込むとき, 点 q を E 周期点と呼ぶ. このとき, 点 $F_D^m(q)$ が周期点となる正の整数 m が存在する.

表 1 ECA と MCA の典型例

cell index	1	2	3	4	5	6	7	8	#PEO	#EPP
RN of ECA	56	56	56	56	56	56	56	56	9	0
RN of MCA	43	56	43	56	43	43	43	56	2	246

図 2 (a) は図 1 (a) の時空パターンに対応しているエデンの園配置であり, 8 周期 PEO を表した RN56 の Dmap である. RN56 では他にも 8 個の PEO が存在し, 図 2 (b) から (f) までに示されている Dmap はそのうちの 5 個である. つまり, RN56 は 1 周期 PEO が 1 個, 2 周期 PEO が 1 個,

4 周期 PEO が 1 個, 8 周期 PEO が 6 個で合計 9 個の PEO を生成でき, ECA は他の PEO が初期値に依存していることを示している. しかし, RN56 と RN43 の MCA では表 1 で示されているように図 2 (a) にある 8 周期 PEO は EPP をもつ. その EPP は図 1 (b) の MCA の定常状態に遷移するまでの過渡状態に対応している. この MCA は 2 周期 PEO と 8 周期 PEO の合計 2 個の PEO が存在し, 図 2 (a) にある 8 周期 PEO に対して 246 個の EPP が存在する.

4. 学習アルゴリズム

MCA を合成するために, GA を基本としたアルゴリズムを提案する. MCA には膨大な種類が存在するため, 本論文ではエデンの園配置の PEO に対して 2 種類のルールを混ぜた MCA に着目する. 教師信号は ECA で実現できるエデンの園配置とする. エデンの園配置はロバスト性がないため, 安定性が低いと考えられる. 安定性を高めるため, 教師信号の PEO に対して EPP を発生させることを目的とする. エデンの園配置の PEO を実現するルールは多種多様に存在するが, 本論文では表 2 (図 1 (a)) にあるエデンの園配置の PEO に着目する. この PEO を実現できるルール番号の集合体 (RNS) を以下に示す.

$$RNS = \{40, 41, 42, 43, 56, 169, 170\} \quad (3)$$

これらのルールとエデンの園配置の PEO は文献 [6] に紹介されている. 本論文で提案する GA を基本としたアルゴリズムにおいて, RNS から 2 つのルールが選ばれ, 選ばれたルールをルール A とルール B とする. このアルゴリズムはルール A とルール B の 2 つのルールから構成され, 8 ビットの長さをもつ染色体を K 個用意する. たとえば, 染色体として “ABBAABAB” が考えられる. どの染色体も時空パターンの横軸のセル数と同じ数になる. アルゴリズムは以下で説明する.

Step 1: 初期集団生成

初期世代を $g=0$ とする. 初期集団として半数の染色体を “AAAAAAAA” で生成し, もう半数の染色体を “BBBBBBBB” で生成する.

Step 2: 評価

染色体は以下の式で評価される.

$$CR = \frac{\#EPP \text{ of teacher signal PEO}}{2^N - \#PEP \text{ of teacher signal PEO}} \quad (4)$$

収束率 (Convergence Rate:CR) は教師信号の PEO への収束する割合を示している. もし, $CR=100$ なら, すべての初期値が教師信号の PEO に収束し, その PEO は安定である. もし, $CR=0$ なら, その PEO はエデンの園配置となる.

Step 3: GA operation

最も適応度が高い染色体を次世代にそのまま残す. また, 最も適応度が低い染色体を最も適応度が高い染色体に置き換える. 次に 1 点交叉や突然変異を各々の確率で行う.

Step 4: 終了条件

最大世代数 ($g = G$) に達すれば終了する. そうでなければ ($g < G$), $g = g + 1$ とし Step2 へ戻る.

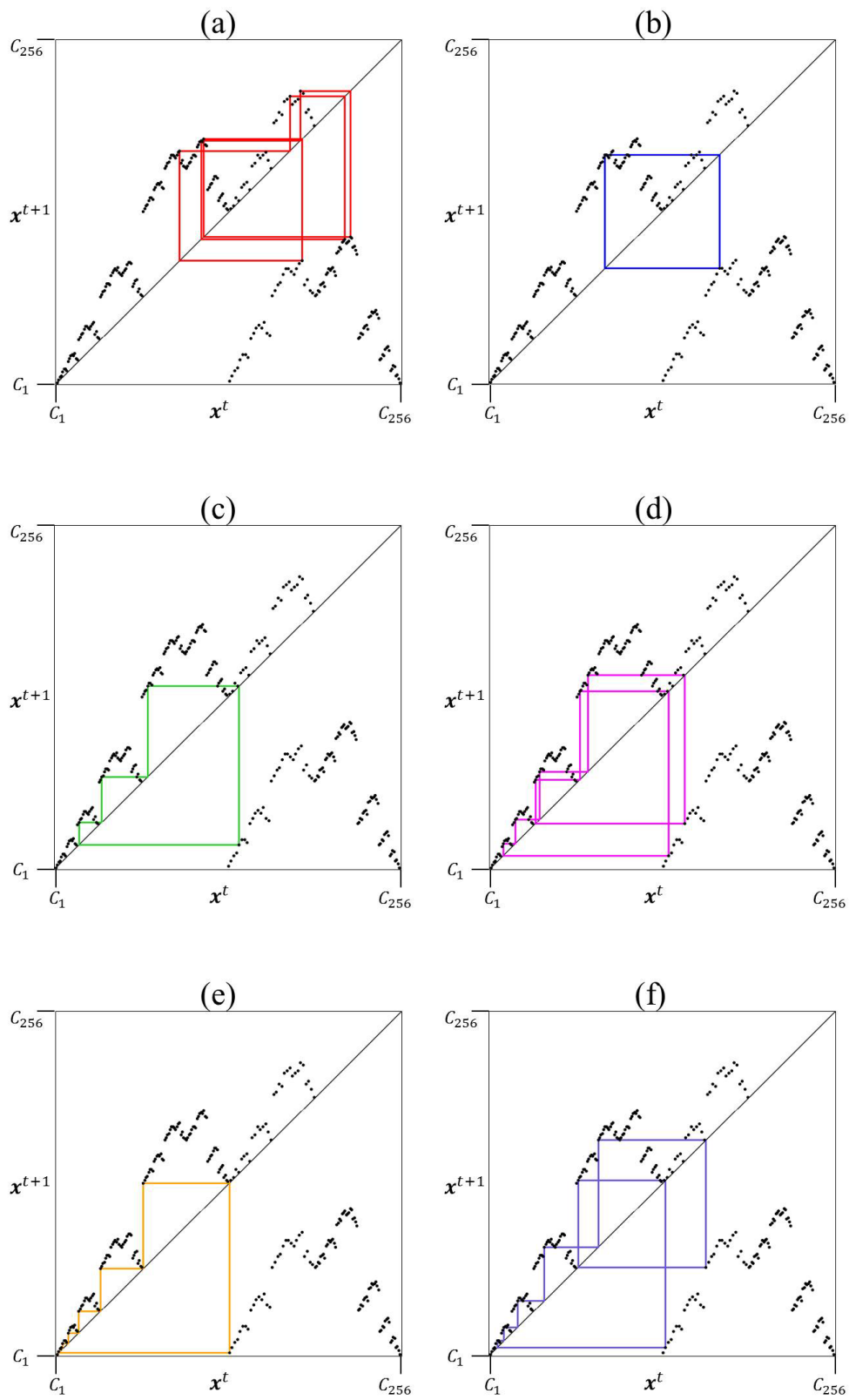


図 2 RN56 のデジタルリターンマップ (a) 図 1 (a) に対応した 8 周期 PEO. (b) 2 周期 PEO (c) 4 周期 PEO (d) 8 周期 PEO (e) 8 周期 PEO (f) 8 周期 PEO

5. 数値実験

前述のアルゴリズムと MCA の動作を確認するために数値実験を行う。教師信号の PEO は表 2 (図 1 (a)) で示されている 8 周期の周期点をもち、2 つのルール番号は RNS から選ばれる。GA のパラメータで、個体数 $K = 8$ 、交叉率 $P_c = 0.9$ 、突然変異率 $P_m = 0.1$ 、最大世代数 $G = 30$ に固定する。RNS にあるすべてのルールは教師信号の PEO を生成できるので、GA のすべての世代で PEO の埋め込みは保証している。図 3 は RN56 と RN43 の MCA に対する進化過程を示している。この典型例では、CR は早い世代で増加し、 $g = 11$ で収束する。CR が増加する一方で、PEO の数は減少している。最終的には図 4 で示しているように MCA は 2 個の PEO を生成する。Dmap を使用することで、8 周期 PEO には EPP の数が 246 個で教師信号の PEO が安定化することがわかった。ほかには 2 周期 PEO の EPP の数が 0 個となっていた。

RNS から 2 つのルールを選び、そのすべての組合せに対して本アルゴリズムを適用した結果を表 3, 4 に示す。表 3 は教師信号の PEO に対する EPP の数を表し、対角要素の部分は ECA を使用した場合である。一方、非対角要素の部分は MCA を使用した場合である。表 4 は PEO の数を表し、対角要素の部分は ECA を使用した場合で、非対角要素の部分は MCA を使用した場合である。ほとんどすべての組合せにおいて、MCA を使用した場合、ECA よりも多くの EPP の数をもつ。また、ECA よりも少ない PEO の数をもつ。これらの結果は MCA が安定した時空パターンを生成できることを示唆している。

6. むすび

本論文では、使用するルールの数を 2 つに限定し、エデンの園配置を実現するルールを組み合わせた MCA に着目した。ECA のエデンの園配置の PEO を安定化するために、GA を基本としたアルゴリズムの提案を行った。MCA のダイナミクスを視覚化するために、Dmap を紹介した。数値実験を行った結果、教師信号の PEO を安定化するために GA を基本としたアルゴリズムが有効であると確認した。今後の課題として、MCA のダイナミクスの解析や工学的応用への検討が考えられる。

表 2 教師信号: 8 周期 PEO のエデンの園配置

z^1	(1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)
z^2	(0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1)
z^3	(1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0)
z^4	(1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1)
z^5	(0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1)
z^6	(1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0)
z^7	(0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1)
z^8	(1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0)
$z^9 = z^1$	(1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)

表 3 教師信号の PEO に対する #EPP (エデンの園配置を実現させるルールの組合せ)

B \ A	40	41	42	43	56	169	170
40	0	2	0	2	0	21	20
41		0	2	0	147	21	20
42			0	2	136	21	20
43				0	246	21	20
56					0	169	168
169						0	1
170							0

表 4 #PEO (エデンの園配置を実現させるルールの組合せ)

B \ A	40	41	42	43	56	169	170
40	3	4	3	4	3	6	3
41		9	4	6	5	8	3
42			19	8	3	4	19
43				13	2	6	7
56					9	4	3
169						19	9
170							36

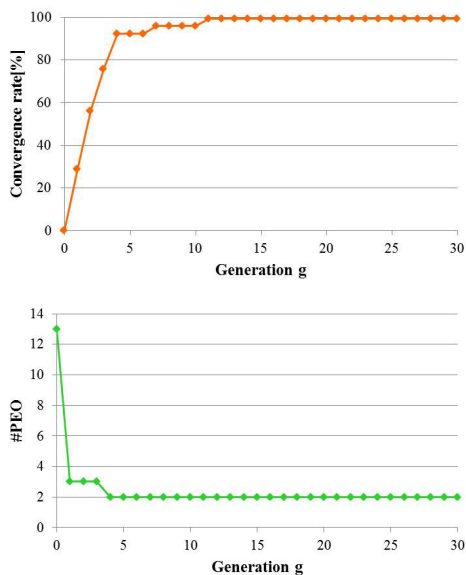


図 3 RN56 と RN43 の MCA に対する進化過程の CR と #PEO.

参考文献

- 1) S. Wolfram, University and Complexity in Cellular automata, Physica D, 10pp. 1-35, 1984.
- 2) M. Seredynski and P. Bouvry, Block cipher based on reversible cellular automata, Proc. of CEC, pp. 2138-2143, 2004.
- 3) W. Wada, J. Kuroiwa, S. Nara, Completely reproducible description of digital sound data with cellular automata, Physics Letters A 306, pp. 110-115, 2002.
- 4) P. L. Rosin, Training cellular automata for image processing, IEEE Trans. Image Process., 15, 7, pp. 2076-2087, 2006.
- 5) T. Tang and R. Tetzlaff, Codebook Generation Based on Complex Systems, NDES, 2012.
- 6) L. O. Chua, A nonlinear dynamics perspective of Wolfram's new kind of science, I, II, World Scientific, 2005.
- 7) S. Suzuki and T. Saito, Synthesis of Desired Binary Cellular Automata through the Genetic Algorithm, ICONIP, 2006.

- 8) R. Sawayama, R. Kouzuki and T. Saito, Basic dynamics of elementary cellular automata with mixed rules: periodic patterns and transient phenomena, In: Proc. NOLTA, pp. 154-157, 2013.

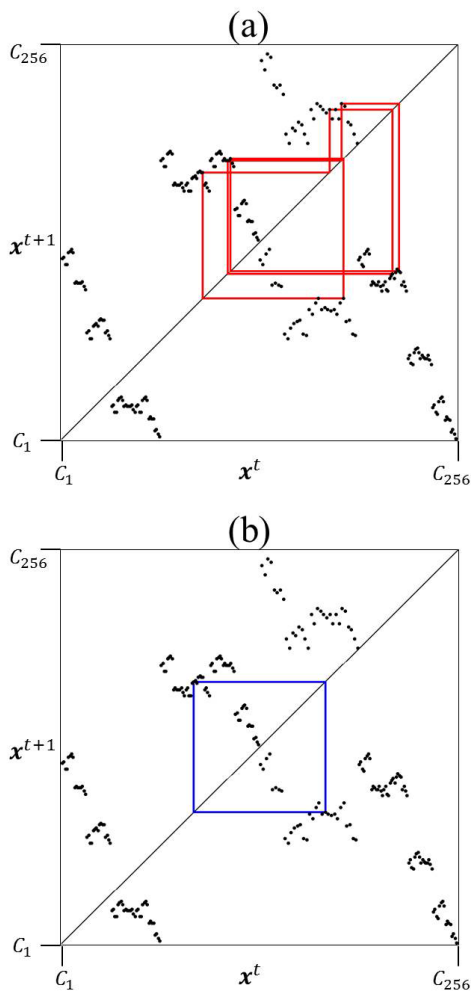


図 4 RN56 と RN43 を使用した MCA のデジタルリターンマップ. (a) 8 周期 PEO で, その PEO に対する #EPP の数は 246 個. (b) 2 周期 PEO で, その PEO に対する #EPP の数は 0 個.