

コプレーナ導波路の近似式

IYOKU, Kentaro / 伊能, 健太郎

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

56

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

3

(発行年 / Year)

2015-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00011086>

コプレーナ導波路の近似式

APPROXIMATION OF A COPLANAR WAVEGUIDE

伊能 健太郎

Kentaro IYOKU

指導教員 中野 久松

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

This paper presents the approximation of a complete elliptic integral of the first kind. The approximation is compared with an exact elliptic integral. This is used for a coplanar waveguide design. The characteristic impedance of the coplanar waveguide is realized based on the approximation for the elliptic integral.

Key Words : coplanar waveguide, characteristic impedance, approximation

1. まえがき

平面アンテナの開発が進められている[1][2]. 平面アンテナでは伝送線路と放射素子が同一平面上に構成されることが望ましい. 伝送線路の一つにコプレーナ導波路がある.

本稿ではコプレーナ導波路について, 第一種完全楕円積分の近似式の妥当性を確認し, 平面アンテナに適用した場合の結果を示す.

2. コプレーナ導波路

基本的なコプレーナ導波路の構造を図 1 に示す. コプレーナ導波路は中心導体, スロット及びグランド板から構成される. 以下にコプレーナ導波路の特性インピーダンス Z_0 を要約する[3].

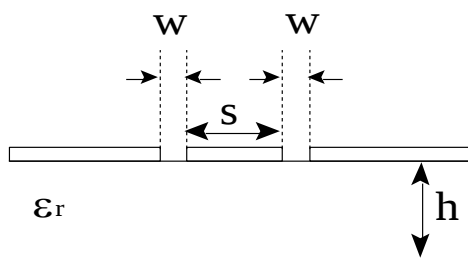


図 1 構造図

特性インピーダンスは中心導体幅 s , スロット幅 w , 誘電体の厚さ h , 及び比誘電率 ϵ_r により決定される.

特性インピーダンス Z_0 は以下の式で与えられる[3].

$$Z_0 = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \frac{K'(k)}{K(k)} \quad (1)$$

ただし

$$\epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \left[\tanh \left\{ 1.785 \log \left(\frac{h}{w} \right) + 1.75 \right\} + \frac{kw}{h} \{ 0.04 - 0.7k + 0.01(1 - 0.1\epsilon_r)(0.25 + k) \} \right]$$

である. $K(k)$ は第一種完全楕円積分であり, 以下の式で表される.

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (2)$$

この時 k および k' の関係は以下ようになる.

$$k^2 + k'^2 = 1 \quad (3)$$

図 1 における k の値を式(4)で定義する.

$$k = \frac{s}{s + 2w} \quad (4)$$

$\frac{K'(k)}{K(k)}$ は近似式を用いて以下のように表せる[3].

$$\frac{K'(k)}{K(k)} \approx \frac{1}{\pi} \ln \left[2 \frac{1+\sqrt{k}}{1-\sqrt{k}} \right] \text{ for } 0.707 \leq k \leq 1 \quad (5)$$

$$\approx \frac{\pi}{\ln \left[2 \frac{1+\sqrt{k'}}{1-\sqrt{k'}} \right]} \text{ for } 0 \leq k \leq 0.707 \quad (6)$$

3. 第一種完全楕円積分

次に第一種完全楕円積分の計算を進める.

$|k| < 1$ に対して

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \frac{1}{2} k^2 \sin^2 \theta + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} k^4 \sin^4 \theta \right. \\ &\quad \left. + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} k^6 \sin^6 \theta + \dots \right) d\theta \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} k^{2n} \sin^{2n} \theta d\theta \quad (7) \end{aligned}$$

ここでウォリスの公式

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n} \theta d\theta = \frac{\pi}{2} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \quad (8)$$

を用いることで次のように表せる.

$$\begin{aligned} K(k) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} k^{2n} \cdot \frac{\pi}{2} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \\ &= \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \right)^2 k^{2n} \quad (9) \end{aligned}$$

4. 近似の検証

式(9)について展開数 n を検討する. 式(9)を $n = 10, 30, 50$ の項まで計算して求めた値と数表[4]の値を比較する. 第 50 項目まで計算を行った場合、 $K(k)$ の値は数表の値とほぼ一致する.

以後の計算では $n = 50$ とする.

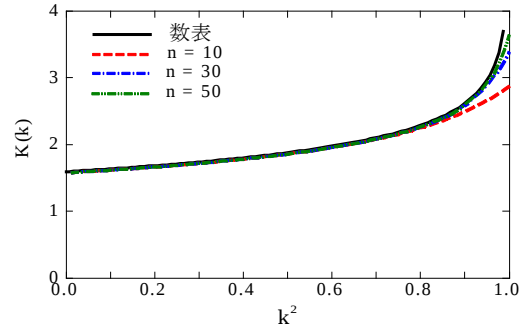


図 2 第一種完全楕円積分の計算

次に式(9)と近似式(5), (6)との関係を検証する. ここでは, (5), (6)式は k が $0 \leq k \leq 0.707$ の範囲の時は式(6)を用い, $0.707 \leq k \leq 1$ の範囲の時は式(5)を用いて計算する. その結果を図 3 に示す. $n = 50$ とした式(9)と近似式はよく一致する.

以上から近似式の妥当性を確認できる.

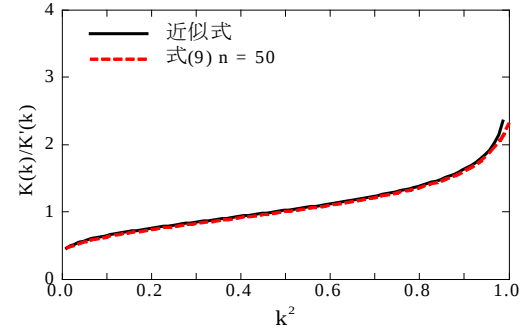


図 3 近似式との比較

5. Z_0 について

式(1)の特性インピーダンス Z_0 と k の関係を図 4 に示す. ただし $n = 50$. ここでスロット幅 $w = 0.1$ mm, 誘電率 $\epsilon_r = 4.2$, 誘電体の厚さ $h = 1$ mm とする. $Z_0 = 50 \Omega$ の導波路を設計する場合, $k = 0.83$ と決定すればよい.

図 5 に $k = 0.83$ で設計したコプレーナ導波路の入力インピーダンスの周波数特性を示す. 広帯域にわたり実部が 50Ω , 虚部が 0Ω となっている.

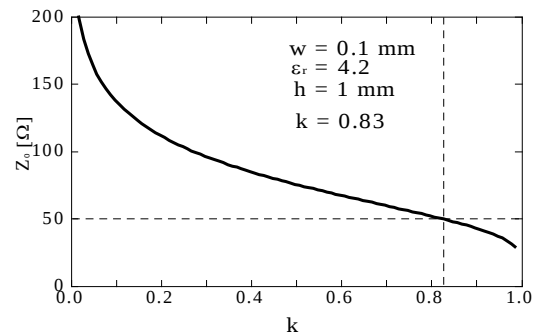


図 4 特性インピーダンス

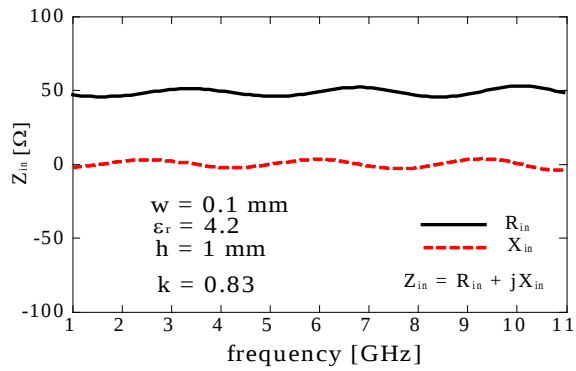


図5 入力インピーダンス

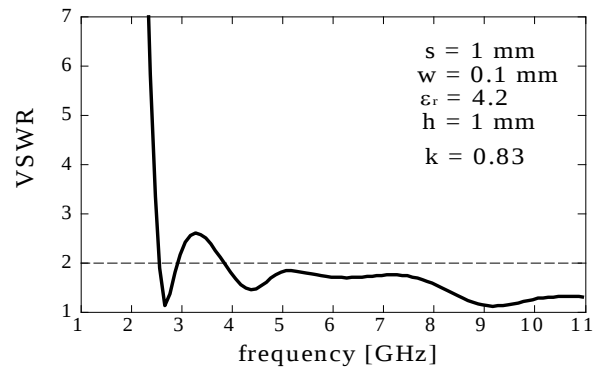


図7 VSWR の周波数特性

6. アンテナへの適用

次にコプレーナ導波路を用いた平面アンテナの解析を行う。図6に構造図を示し、図7に解析結果を示す。広帯域にわたり良好な VSWR の値が得られる。

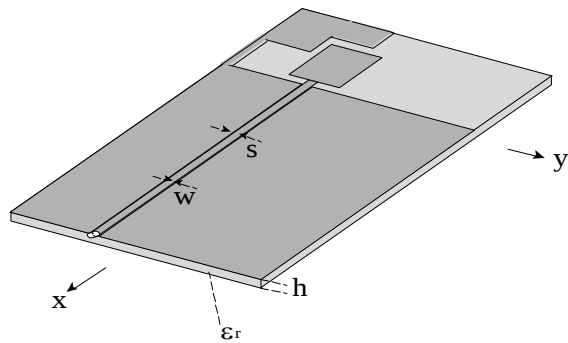


図6 コプレーナ導波路の構造図

7. 結論

コプレーナ導波路の特性インピーダンスにおける、第一種完全楕円積分の近似式の妥当性を確認した。

参考文献

- [1] 浅野, 山内, 中野, “カードタイプ広帯域アンテナ,” 電子情報通信学会総合大会, B-1-76, 大阪, 2005 年 3 月.
- [2] H. Nakano, T. Igarashi, Y. Iitsuka, and J. Yamauchi, “Single wideband card antenna for LAN and UWB systems,” 2010 International Workshop on Antenna Technology, pp. 1-4, Lisbon, Portugal, Mar. 2010.
- [3] K. C. Gupta, Ramesh Garg, and I. J. Bahl, *Microstrip lines and slotlines*, Artech House, Massachusetts, 1979.
- [4] Milton Abramowitz and Irene A. Stegun, *Handbook of mathematical functions*, Dover publications, New York, 1965.