スイッチ力学系のハイパーカオス解析ツールに関する研究

YOTSUJI, Kazuki / 四辻, 和希

(発行年 / Year)
2014-03-24

(学位授与年月日 / Date of Granted)
2014-03-24

(学位名 / Degree Name)
修士(工学)

(学位授与機関 / Degree Grantor)
法政大学 (Hosei University)

2013年度　修士論文

論文題名　スイッチ力学系のハイパーカオス解析ツールに関する研究

指導教授　斎藤 利通 教授

法政大学大学院工学研究科
電気電子工学専攻修士課程

学生証番号：12R3118

ヨツジ　カズキ
氏名 **四辻　和希**

あらまし

本論文では、様々なカオス的スパイク発振器の呈するスパイク列の解析手法について考察する。カオス的スパイク発振器は、1 ポートの線形回路、発火スイッチ、リセット電圧源から構成される回路であり、回路の各パラメータや適用するスイッチングルールを変更することによって様々な現象、スパイク列を呈する。

本論文では、はじめに 3 次元のカオス的スパイク発振器に、状態に依存するスイッチと時間に依存するスイッチを直列に接続した回路の呈するスパイク列を解析する。

次に、4 次元のハイパーカオス的スパイク発振器に、状態に依存するスイッチと時間に依存するスイッチを直列に接続した回路の呈するスパイク列を解析する。

これらの回路はスイッチングルールに時間に依存するスイッチが関係しているため、スパイク間隔がクロック信号の周期の整数倍になる特徴がある。このため、回路の動作を区分的厳密解として得ることが可能であり、他のスイッチングルールを適用した場合と比較し、解析を厳密かつ簡単に行うことが可能である。回路の呈する動作やスパイク列を解析することは様々な非線形現象の理解の基礎となる。

解析手法として、全発火動作における状態変数のリターンマップ、スパイク間隔のヒストグラム、スパイク間隔のリカレンスプロットを用いる。リターンマップを用いることで回路動作の安定性について判別することが可能である。ヒストグラムはスパイク列特性を可視化する基本的な手法である。リカレンスプロットは時系列データを 2 次元画像に変換する手法であり、スパイク列の周期性/定常性や、出現順序を可視化することが可能な主法である。

また、実装回路を用いることで典型的な現象を実験的に得ることが可能である。

Research on Analysis Tools of Hyperchaos in Switched Dynamical Systems

Abstract

In this thesis, we consider analysis tools of spike-trains from various Hyperchaotic/Chaotic spiking oscillators(HCSOs/CSOs). The circuit is constructed by linear one-port sub circuit, impulsive switches and reset voltage source. As parameters vary, the circuit can output a variety of spike-trains.

First, we analyze CSO with state- and time- dependent impulsive switches in series.

Next, we analyze HCSO with state- and time- dependent impulsive switches in series.

These circuit has switching rule related to time-dependent switch. Because of this rule, these circuit has characteristics that switching times be some multiple of clock period. Therefore, we can calculate dynamics piecewise exactly, analyze more easily and exactly than using other switching rules. Analysis of dynamics and spike-trains are basic to understanding nonlinear phenomenon.

In order to analyze such spike-train dynamics, three tools are used: the return map of the state variable at every firing moment, the histogram of inter-spike intervals and the color recurrence plot of the spike-trains. The Return Map cannot be derived directly from the ISI but can be derived if the state variables is observable. Histogram of ISI is most basic method to consider the ISI characteristics. The Recurrence Plot is known as effective visualization method of complex dynamics as time-series data. Using the Recurrence Plot, we can visualize periodicity, stationarity and ISI order.

Presenting a simple test circuit, typical phenomena are confirmed experimental.

目次

図 目 次

第1章　まえがき

スパイク列の解析は、神経情報処理等に関連したスパイキングニューロンモデル [1]-[3] などの非線形力学系の理解に重要である。最も簡素なスパイキングニューロンモデルとして、積分発火系 (Integrate-and-Fire Model: IFM) がある。IFM は内部の状態変数が時間とともに変化し、ある条件を満たした瞬間に変数をリセットする。この動作を発火と呼ぶ。発火を繰り返すことで、IFM は様々なスパイク列や現象を呈する。また、複数の IFM から構成されるパルス結合ニューラルネットワーク (Pulse-Coupled Neural Network: PCNN) は、様々な同期／非同期現象を呈し、画像処理や UWB 通信などへの応用が期待されている [4]-[7]。そのため IFM の解析は非線形問題の理解の基礎としてだけではなく、工学的応用の視点から見ても重要である。

これまで我々はIFMに関係するモデルとしてカオス的スパイク発振器(Chaotic Spiking Oscillator: CSO [8] [9]) を考察してきた。非線形電気回路の見地から見ると、CSO は図 4.1 に示されるように線形 1 ポート回路 N_C と、スイッチ S_I から構成される回路である。IFM において、N_C は 1 次系であり、IFM は 2 次元であり、単純な周期振動を呈するのみである。CSO は、従来の IFM とは異なり、N_C が 2 次元以上となる。そのため、CSO は単純な積分発火動作だけではなく、複雑な動作を行う。また、その動作は回路の持つ N_C の次元に依存して多種多様となりうる。本論文では、線形 1 ポート回路 N_C が 2 次元系と 3 次元系である場合を対象に解析を行う。N_C が 2 次元である場合の例として N_C が負性抵抗 R とインダクタ L、キャパシタ C から構成される場合を考える。このとき、パラメータを変化させることで周期的／カオス的な現象を呈することができる。N_C が 3 次元の例として、N_C が 3 つの電圧制御電流源と 3 つのキャパシタから構成されル場合を考える。このとき、パラメータを変化させることで周期的／カオス

的／ハイパーカオス的な現象やスパイク列を呈することができる。これらのスパイク発振器は、S_I が開いている時、キャパシタ電圧が拡大的に振動する。条件を満たし S_I が閉じると瞬間的にキャパシタ電圧がリセットされる発火動作を繰り返す。

また、これらのスパイク発振器は適用するスイッチングルールにより現象を変化させる。主なスイッチングルールとして、従来の IFM と同様、内部状態がしきい値に達すると発火する、キャパシタ電圧の状態に依存するスイッチングルール S_S と、外部から周期的なクロック信号が入力された時発火する、時間に依存するスイッチングルール S_T がある。この 2 つのスイッチングルールに加え、S_S と S_T を並列に接続したスイッチングルールは過去に研究が行われてきた [8]-[17]。本論文では、S_S と S_T を直列に接続したスイッチングルールを適用した場合の HCSO/CSO の動作について考察する。これは、キャパシタ電圧がしきい値を超えている間にクロック信号が入力された時スイッチが閉じるスイッチングルールである。このスイッチングルールを用いると、スパイク発振器はパラメータにより様々な現象、スパイク列を呈する。また、このスイッチングルールを適用した時、出力されるスパイク間隔 (Inter-spike Interval: ISI) は時間依存スイッチ S_T によりクロック周期の整数倍に限定される。これにより、スパイク発振器の動作を厳密に得ることが可能であるため、その解析がより容易なものとなる。

スパイク列を解析するために、3 つの解析手法を用いる。

最初の手法はリターンマップ (Rmap) である。CSO には 1 次元 Rmap を、HCSO には 2 次元 Rmap を用いる。Rmap と、そのリアプノフ指数 [15][16] は動作の安定性や、周期的／カオス的／ハイパーカオス的動作の分類などに有効である。

2 つ目の手法は ISI のヒストグラムである。これはアナログ信号のフーリエ振幅スペクトルに対応し、スパイク列をの基礎的な情報を抽出する。

3 つ目の手法はリカレンスプロット (Recurrence Plot: RP [19] [20]) である。RP は時系列データの可視化に用いられ、動作の周期性や複雑さなどを可視化することができる。

これらの解析手法を組み合わせることで、スパイク列のもつ情報を可視化、考察する。

本論文は 4 章から構成され、以下にその概要を述べる。

第 2 章ではCSO の呈する典型的な現象を示し、出力するスパイク列を前記の解析手法を用い、その有効性を考察する。また、簡素な実験回路を用いて実験的に波形を得る。

第 3 章では HCSO の呈する典型的な現象を示し、出力するスパイク列を解析する。また、スパイク列が持つ ISI の情報を色に対応させる。ヒストグラムと RP に ISI の情報を載せることで、これらの解析手法がより有効なものとなる。

第 4 章では HCSO の呈する現象を示し、出力するスパイク列を解析するとともに簡素な実験回路を用いて実験的に波形を得る。

第 5 章では本論文の全体的な結論と今後の課題についてまとめる。

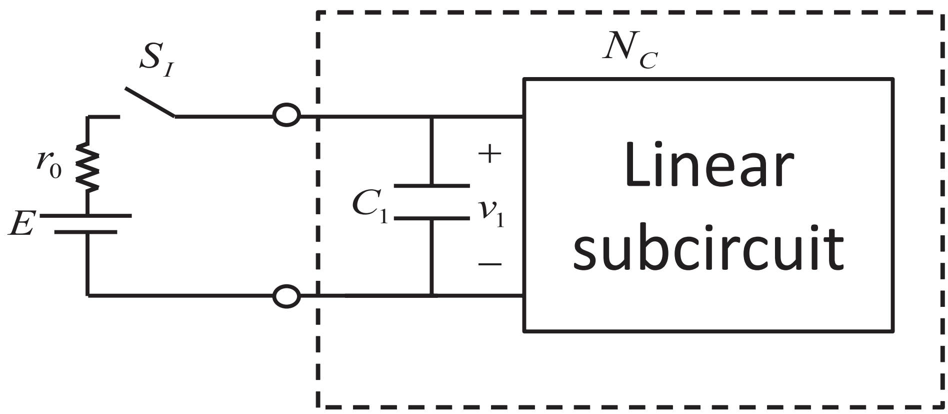


図 1.1: Spiking circuit with impulsive switch S_I

第2章　カオス的スパイク発振器の呈するスパイク列の解析手法

2.1　はじめに

スパイク列の解析はスパイキングニューロン [1]-[3] のような非線形動的システムの理解に重要である。スパイキングニューロンは積分発火動作 (Integrate-and Fire: IFM) により、様々なスパイク列を出力できる。それらは画像処理や UWB(Ultra Wide Band) 通信や人工補綴などの様々な工学的応用の基礎である [4]-[7]。興味深いスパイキングニューロンモデルが提示され、解析されてきたが、スパイク列の体系的な解析手法は未だ確立されていない。

本章では 3 次元カオス的スパイク発振器 (CSOs [8] [9]) の呈するスパイク列の 3 つの解析手法について考察する。最初の手法はスパイク間隔のヒストグラムである。これは正弦波ベース信号のフーリエ振幅スペクトルに対応し、スパイク列の持つ情報を抽出するのに有効である。2 つ目の手法は ISI に対するリカレンスプロットである。(RP [19] [20]) RP はカオス的/周期的なアトラクタにより特徴付けられ、ISI の隠された情報を抽出する事ができる。3 つ目の手法は全発火動作に対する状態変数の Rmap である。Rmap は安定性やスパイク列発生器の分岐現象の解析に有効であり、この時、状態変数は可観測である。我々はこれらの手法を、負性抵抗を用いた RLC 発振器に状態と時間に依存する発火スイッチを接続した回路に適用する。CSO は様々なスパイク列を出力し、いくつかの典型例を示す。簡素な実装回路を用いることで、典型例を実験的に得ることができる。その結果は非線形回路とシステムの呈するスパイク列の体系的な解析の発展の重要な基礎となる。

2.2 3次元カオス的スパイク発振器の呈するスパイク列

スパイク列の解析に関する議論の簡単のために、我々は以下の無次元化方程式で記述される CSO を紹介する。

$$
\begin{aligned}
&\frac{d}{d\tau}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta & 1 \\ -1 & \delta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} && \text{if } z(\tau)=0 \\
&\begin{bmatrix} x(\tau+) \\ y(\tau+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ y(\tau)-p(x(\tau)-q) \end{bmatrix} && \text{if } z(\tau)=1 \\
&z(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{if } x>1 \text{ and } \tau = nT \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

ここで、τ は無次元化時間であり、(x, y) は状態変数ベクトルである。CSO の動作は拡大率 $\delta > 0$、ベース電圧 q、クロック周期 T の 3 つの無次元化パラメータによって特徴づけられる。z は振動発火動作によるスパイク信号を表す。$z = 0$ の時、x は図 2.1 にあるように拡大的に振動する。x がしきい値 1 より大であり、クロック信号が入力されると、z は 1 となり、同時に x はベース電圧にジャンプする。((x, y) は $(q, p(x(\tau) - q))$ にリセットされる。) この振動発火動作を繰り返し、CSO は様々なスパイク列 $z(\tau)$ を出力する。

ここで、τ_n は n 番目のスパイク位置を表し、$\Delta\tau_n = \tau_n - \tau_{n-1}$ は n 番目の ISI を示す。簡単のために、スパイク列をスパイク位置と ISI で表す。図 2.2 は区分的厳密解による典型的アトラクタを表す。$T = 4.1$ の時、CSO は 2 種類の ISI を交互に表す周期的アトラクタを表す。$T = 1.41$、$T = 1.39$ のカオス的アトラクタは互いに形状が似通っているが、ISI 特性から見ると小さな違いがある $T = 1.41$ の時、x は主に $y < 0$ の範囲でリセットされる。$T = 1.39$ の時、x は主に $y > 0$ の範囲でリセットされる。$T = 0$ の時、CSO は図 2.2(d) に示すように状態発火スイッチを接続した自律系 CSO となる。

2.3 解析手法

ヒストグラムは ISI 特性を考察する最も基礎的な手法である。図 2.3 は図 2.2 に対応するヒストグラムを示す。スイッチングルールにクロック周期 T を用いたため、ヒストグラムは図 2.3(a)、(b)、(c) のように T の整数倍の位置のラインスペクトルを持つ。

$T = 4.1$ の時、スパイク列は 2 つの ISI を交互に取る。そのため、ヒストグラムは等しい高さの 2 本のスペクトルを持つ。$T = 1.41$ と $T = 1.39$ の時、ヒストグラムは図 2.3(a) に似たものとなる。しかし、スパイク列はカオス的な図 2.2(b) と (c) に似たものとなる。$T = 1.41$ の時、ヒストグラムは 2 つのとても小さいスペクトルを持つ T を 0 に近づけると、スイッチは周期 T の影響から解放されていき、しきい値の影響のみに支配される。そして、図 2.3(d) に示されるようにヒストグラムは連続的なスペクトルの山を示す。

周期的 ISI からヒストグラムを作成すると、スペクトルは単純な整数比の高さを持つ。しかし、スパイク列が周期的/カオス的のどちらであるかをヒストグラムから区別すのは困難である。

RP は複雑な力学系を画像化する効果的な手法である [19] [20]。RP は時系列データを 2 次元画像に変換する。RP を用いることで、我々は時間の相関関係、周期的/カオス的な動作を可視化することが可能である。我々は CSO の出力する ISI 系列に RP を適用することについて考察する。RP の作成法について紹介する最初に 2 次元平面 P を作成する。次に、i 番目と j 番目の ISI の差 $D(i,j) = |\Delta\tau_i - \Delta\tau_j|$ を計算する。$D(i,j) < \theta_D$ となる時、我々は点 (i,j) をプロットする。ここで、θ_D はしきい値である。この動作を全ての $D(i,j)$ に対して繰り返し、RP を作成する。本章において、我々はしきい値 $\theta_D = 0$ とすることが可能である。これは ISI が必ず周期 $T > 0$ の整数倍の大きさを持つためである。しかし $T = 0$ の時、RP の画像は θ_D に依存して大きく変化するため、最適な θ_D を発見するのは困難である。$T = 4.1$ の時、RP は一定の画像を繰り返す。これは CSO が 2 つの ISI を繰り返すスパイク列を出力するためである。$T = 0$ の時、RP は多くの斜線を持つ。これは CSO がカオス的なスパイク列を出力するためである。$T = 1.41$ の時、RP は不規則なプロットと不規則な斜線を持つ不規則なプロットは図 2.3(b) に表されるように 2 つの主な ISI に関係しており、斜線は稀少な 2 つの ISI に関係している。稀少な成分は RP の白い斜線に対応している。$T = 1.39$ の時、RP は不規則なプロットを持つ。これは 2 つの ISI が不規則に現れ、スパイク列も周期的ではないためである。

これらのカオス的スパイク列の RP では、RP は多くの黒い四角形を持つ。

安定性やカオス力学系を解析するために、全発火動作の状態変数を用いた Rmap を紹介する。Rmap は ISI の情報を直接表すことはできないが、状態変数が可観測であれば表すことができる。y_n は軌道が n 番目のスパイク位置のスパイク信号によってリセットされた時のベースライン上の y 成分である。(Fig. 2.2(a)) y_{n+1} は y_n により決定されるので、我々は Rmap を定義することができる:

$$y_{n+1} = F(y_n), y_n \in L \equiv \{(x, y, \tau)|x = q,\ \tau = nT\} \tag{2.2}$$

Rmap は区分的厳密解を用いて記述することができる。軌道が n 番目のスパイク位置 τ_n で $y_n \in L$ の点より開始した場合、軌道は次のスパイク位置 $n+1$ で L に戻ってくる。この時、y_{n+1} は次式で与えられる。

$$\begin{gathered} y_{n+1} = y(mT) + \delta(x(mT) - q) \\ \begin{bmatrix} x(mT) \\ y(mT) \end{bmatrix} = e^{\delta mT} \begin{bmatrix} \cos mT & \sin mT \\ -\sin mT & \cos mT \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ y_n \end{bmatrix} \end{gathered} \tag{2.3}$$

$\tau_n \equiv 0$ かつ $\tau_{n+1} \equiv mT$ である時、簡単のために m は正の整数とする。$x > 1$ の時、$\tau = mT$ かつ $x < 1$ の時 $\tau = nT$ である。また、この時 $n < m$ である。Rmap は $T > 0$ で区分線形である。$T = 4.1$ の時、Rmap は 2 つの ISI に対応する 2 点を交互に繰り返す。$T = 1.41$ と $T = 1.39$ の時、Rmap には僅かな相違点がある。$T = 1.41$ の時、軌道は主にベースラインより下 ($y < 0$) でリセットされ、$T = 1.39$ の時、軌道は主にベースラインより上 ($y > 0$) でリセットされる。それぞれの Rmap の枝はヒストグラム中のそれぞれの ISI に対応する。$T = 0$ の時、CSO は自律系システムとなり、Rmap は区分線形ではない。Rmap を用いることで、我々は安定性やカオス的動作を明らかにすることができた。このように、我々はスパイク列に隠された情報を明らかにすることができる。

2.4 回路実験

図 2.6 は-RLC 回路と S_1 と S_2 を直列に接続した発火スイッチからなる回路モデルである。負性抵抗 $-R$ は OP アンプからなる。S_1 あるいは S_2 が開いているとき、回路の

動作は次のように記述される。

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} Cv \\ Li \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v \\ i \end{bmatrix} \quad \text{if } S_1 \text{ or } S_2 \text{ is OFF} \tag{2.4}$$

我々は、この方程式が不安定な複素数の特性根を持っていることを前提とする。$\delta\omega \pm j\omega$、$\delta > 0, \omega > 0$: v 拡大的に振動する。キャパシタ電圧 v がしきい値 V_T を超えると、コンパレータが S_1 を閉じる。周期 T' のクロック信号がトリガーとなり、単振動マルチバイブレータが S_2 を閉じる。S_1 と S_2 が閉じると、v はベース電圧 E にリセットされる。この時、内部抵抗は十分に小さいとする。$(r_0 \to 0)$

$$\begin{bmatrix} v(t+) \\ i(t+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ i(t) \end{bmatrix} \text{ if } S_1 \text{ and } S_2 \text{ are ON at time } t \tag{2.5}$$

以下の無次元化変数やパラメータを用いることで、式 (2.4) と (2.5) は式 (2.1) に変形できる。

$$\begin{aligned} &\tau = \omega t, x = \tfrac{v_1}{V_T}, y = -\tfrac{\delta}{V_T}v + \tfrac{1}{\omega C V_T}i \\ &p = -\delta, q = \tfrac{E}{V_T}, T = \omega T' \end{aligned}$$

図 2.6 は図 2.2 に対応するアトラクタである。$T \doteq 3.83$ の時、CSO は 2 つの ISI を交互に表す周期的なアトラクタを出力する。$T \doteq 1.40$ と $T \doteq 1.26$ のカオス的アトラクタはお互いに似通っている。しかし、ISI 特性に僅かな相違点がある。$T \doteq 1.40$ の時、v は主にベースラインより下の範囲 $(i < 0)$ でリセットされる。$T \doteq 1.26$ の時、v は主にベースラインより上の範囲 $(i > 0)$ でリセットされる。$T \to 0$ の時、CSO は図 2.6(d) に示す状態依存発火の自律系システムとなる。しかし、v はしきい値に達した後、遅延後にベース電圧にリセットされる。この遅延による誤差は不可避である。

2.5　むすび

本章では基礎的なスパイク列の解析手法について考察を行った。ヒストグラムを用いることで ISI の出現頻度を可視化できる。RP を用いることで時間的な動作を可視化できる。Rmap を用いることでスパイク列の安定性ややカオス的動作を明らかにすることができる。

今後の課題として、分岐現象の解析や RP の典型的パターンの分類などがあげられる。

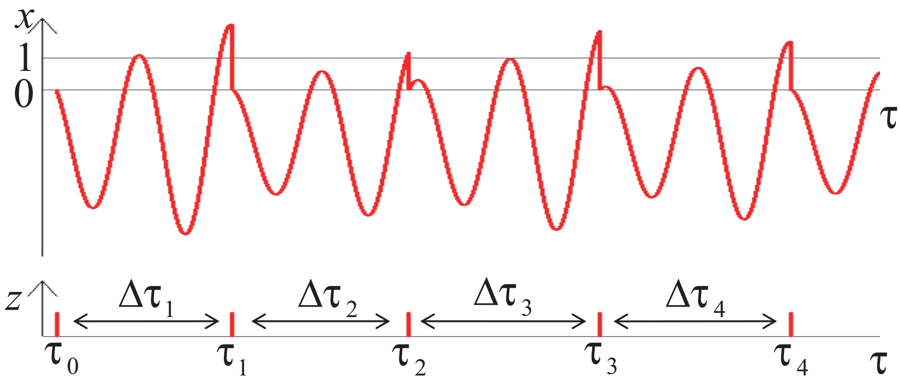


図 2.1: Definition of spike-trains

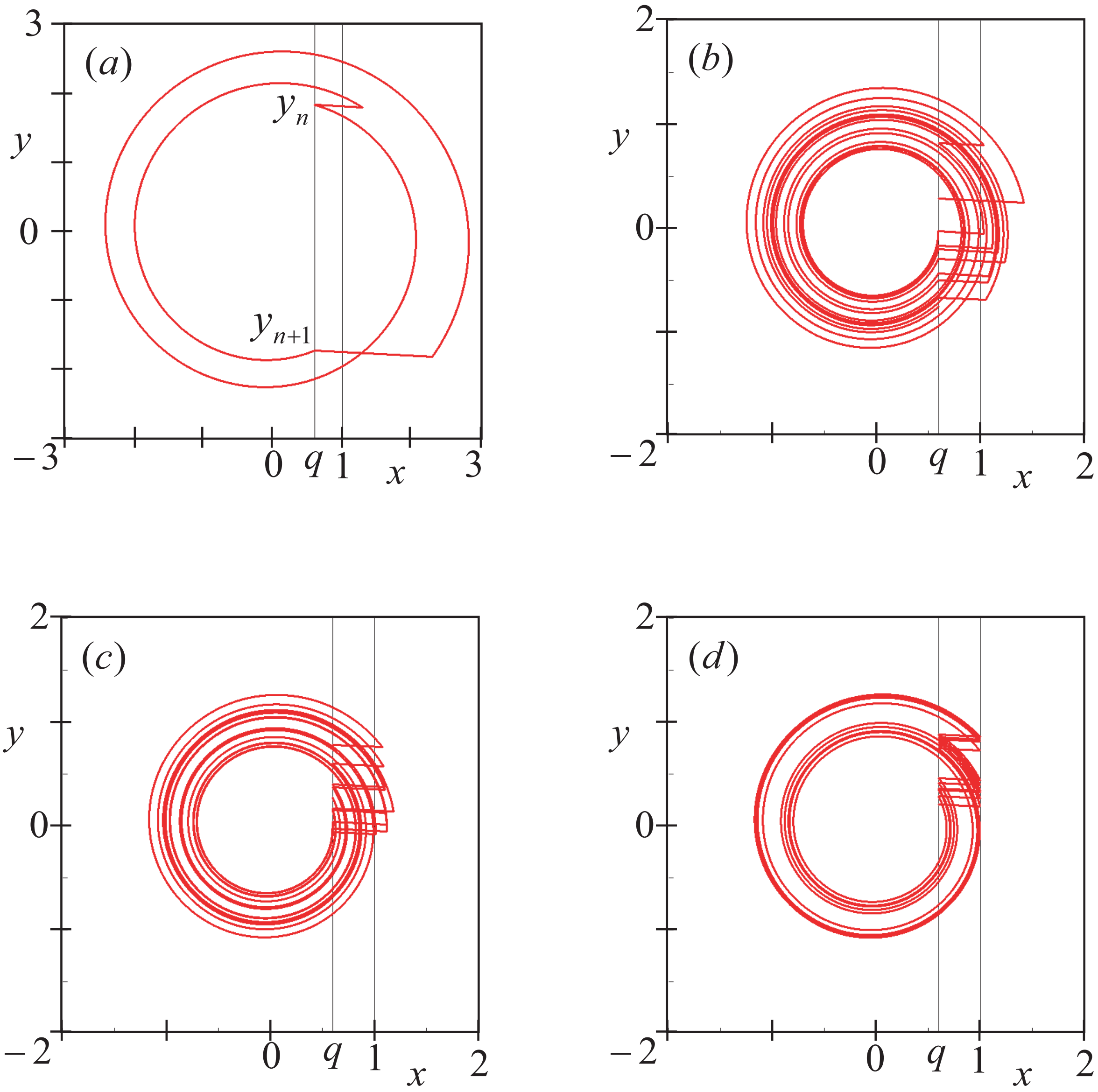


図 2.2: Typical attractors (a) periodic attractor for $T = 4.1$, (b) chaotic attractor for $T = 1.41$, (c) chaotic attractor for $T = 1.39$, (d) chaotic attractor for $T = 0$

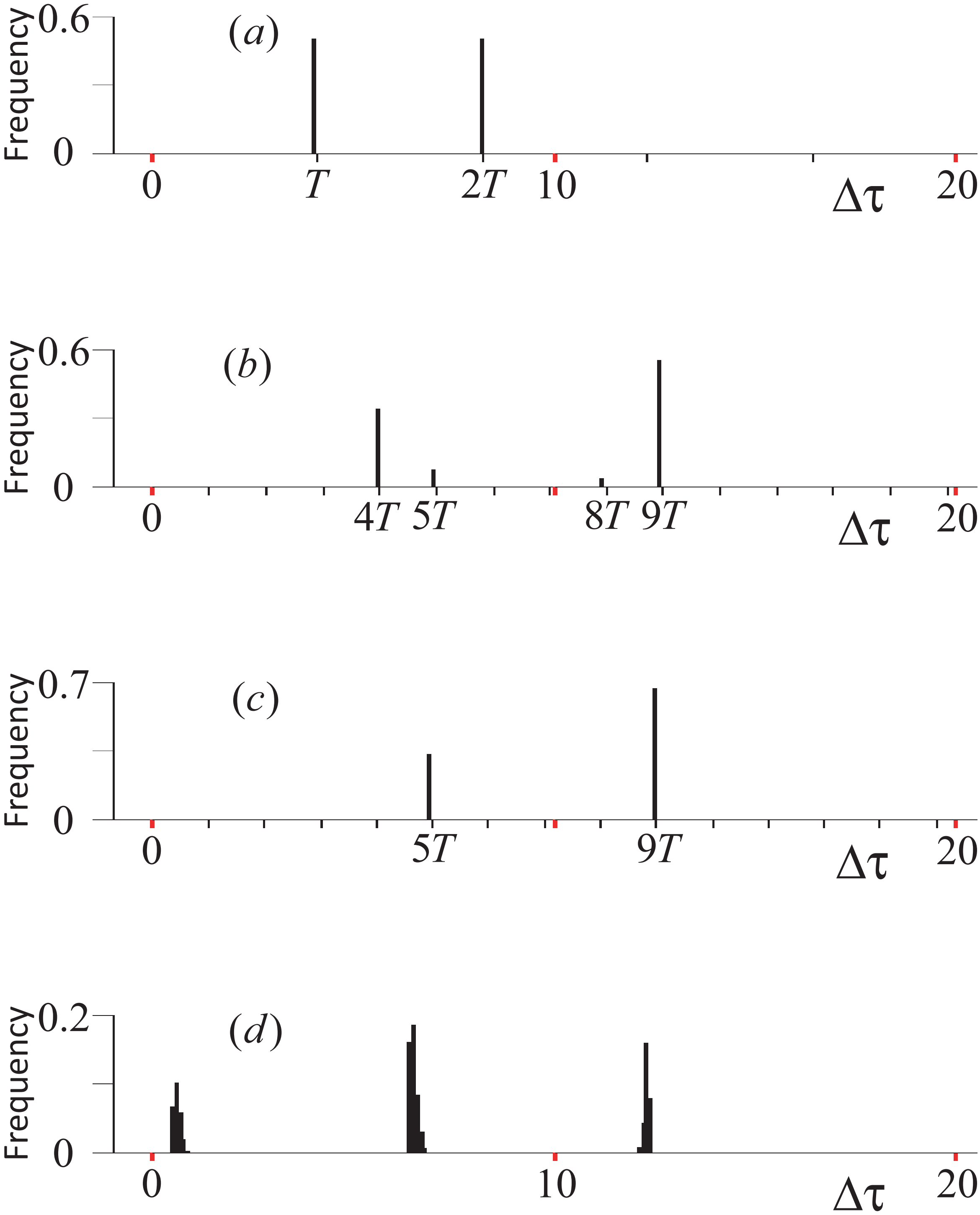
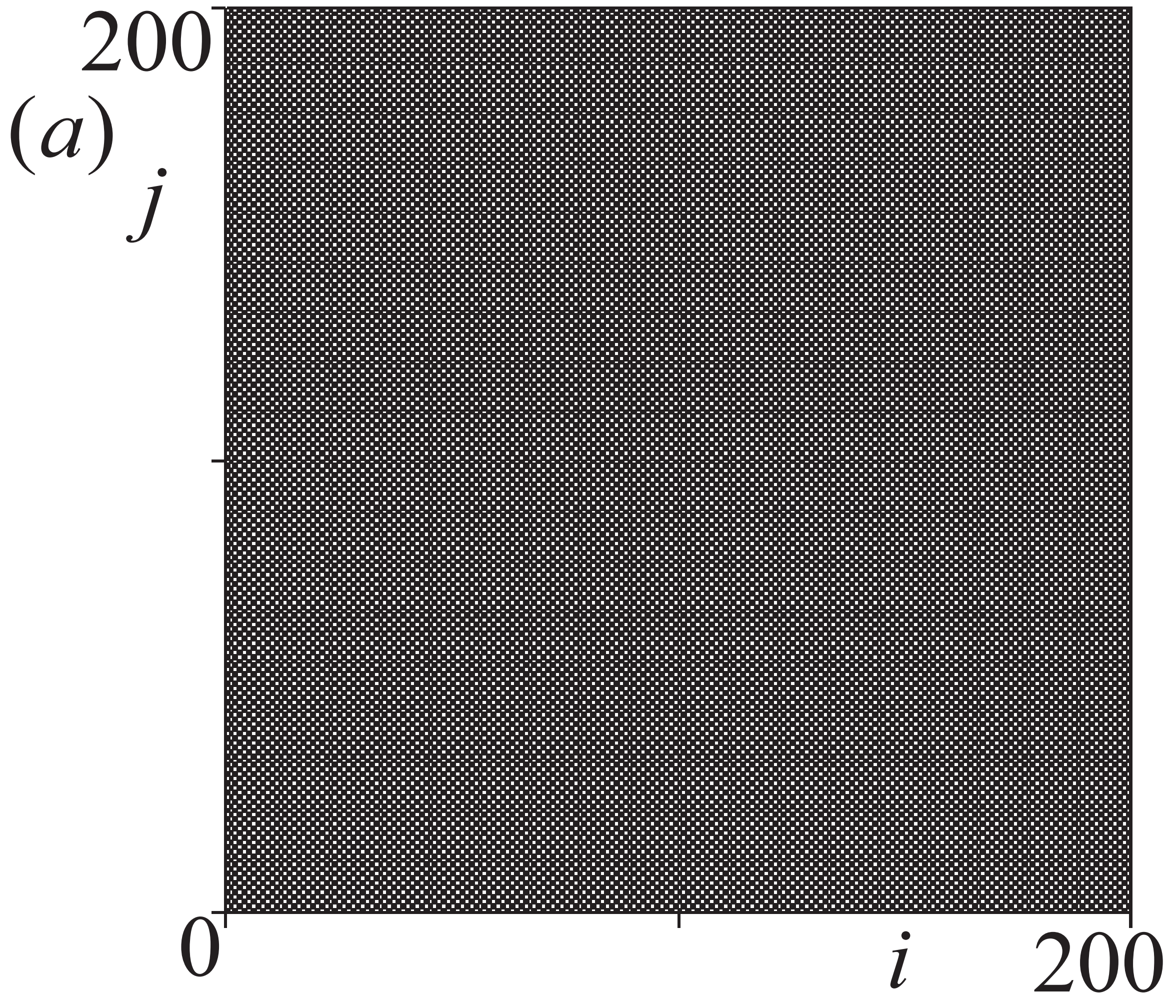
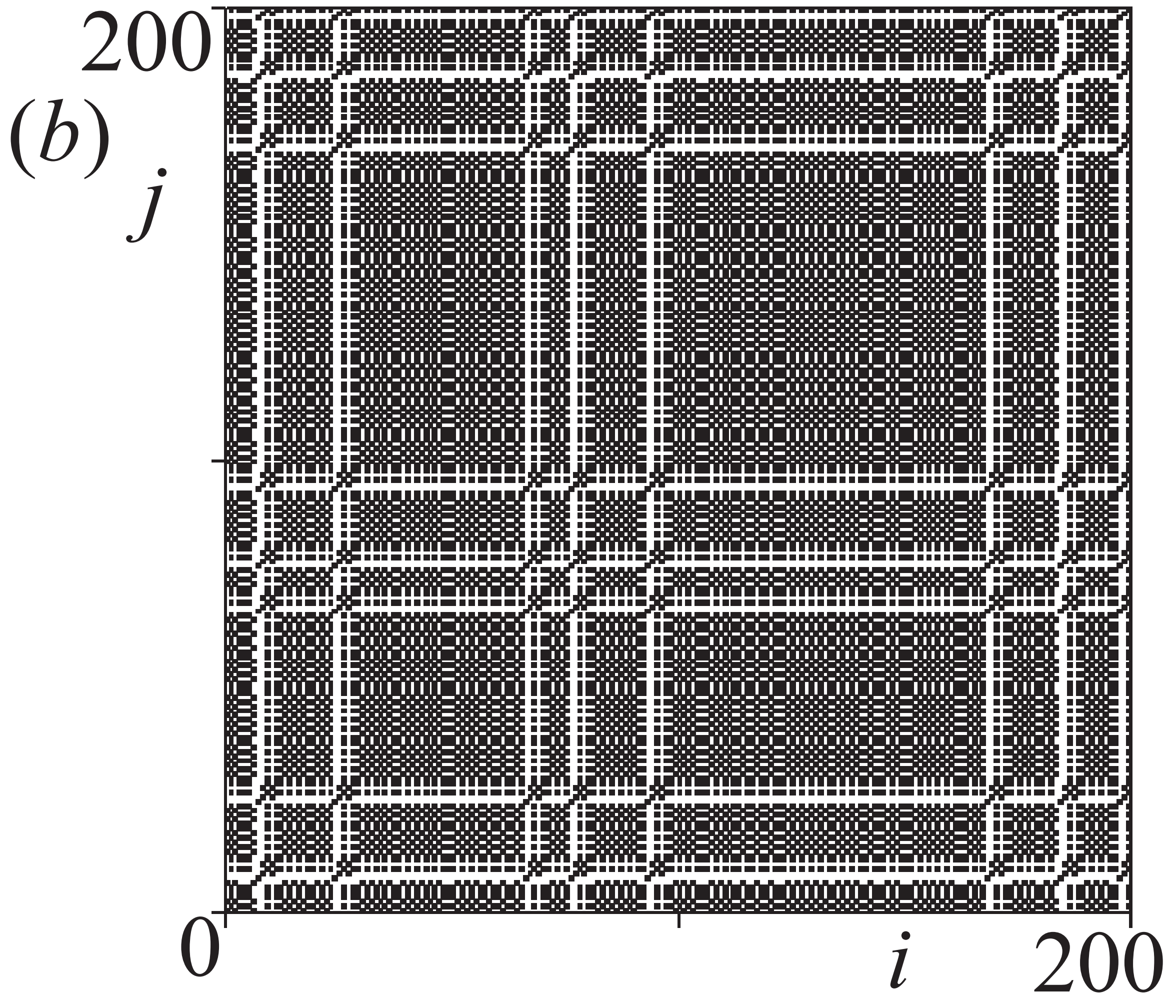
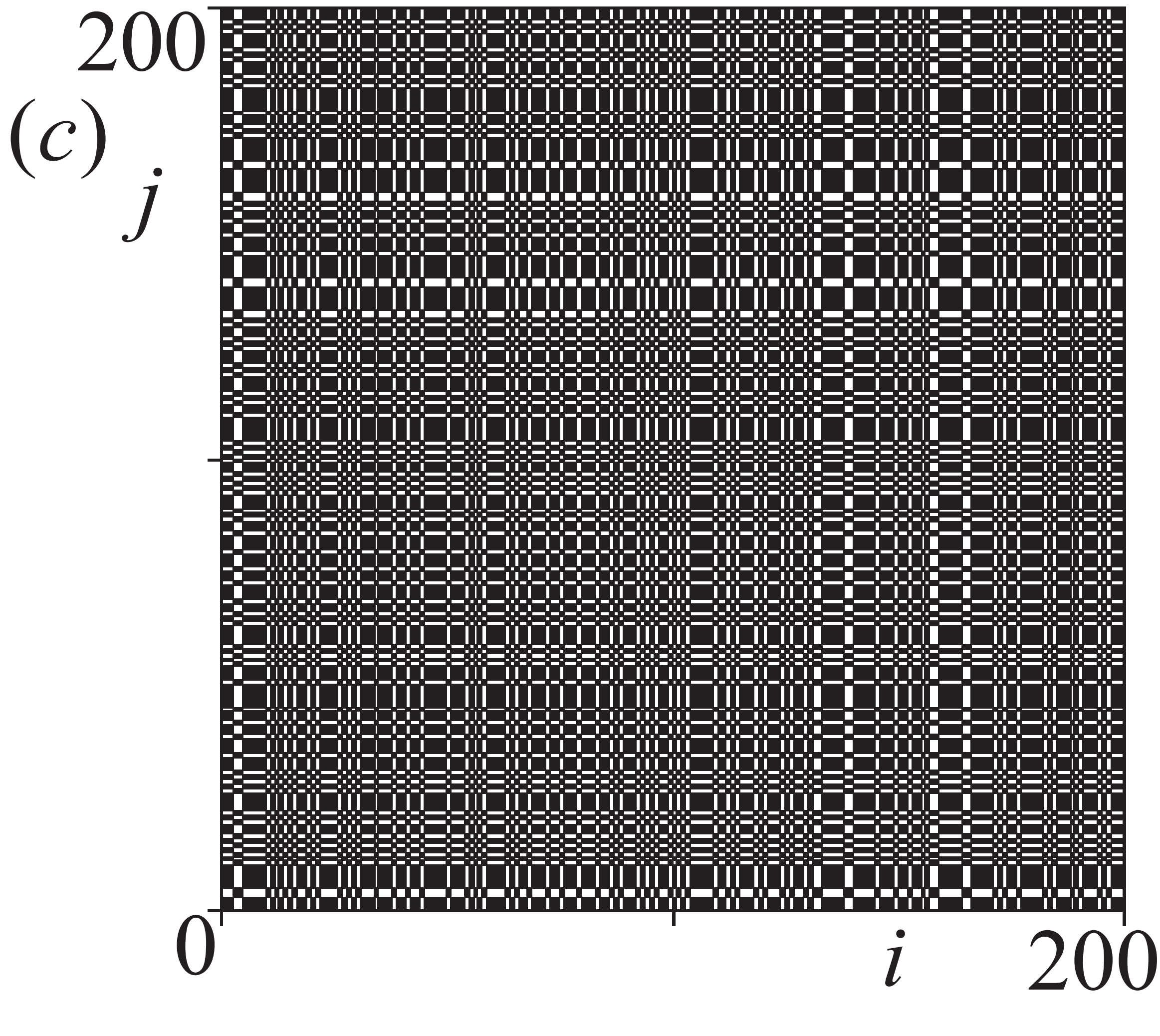


図 2.3: Histogram of ISI (a) $T = 4.1$, (b) $T = 1.41$, (c) $T = 1.39$, (d) $T = 0$


200
(a)
j
0
i
200


200
(b)
j
0
i
200


200
(c)
j
0
i
200

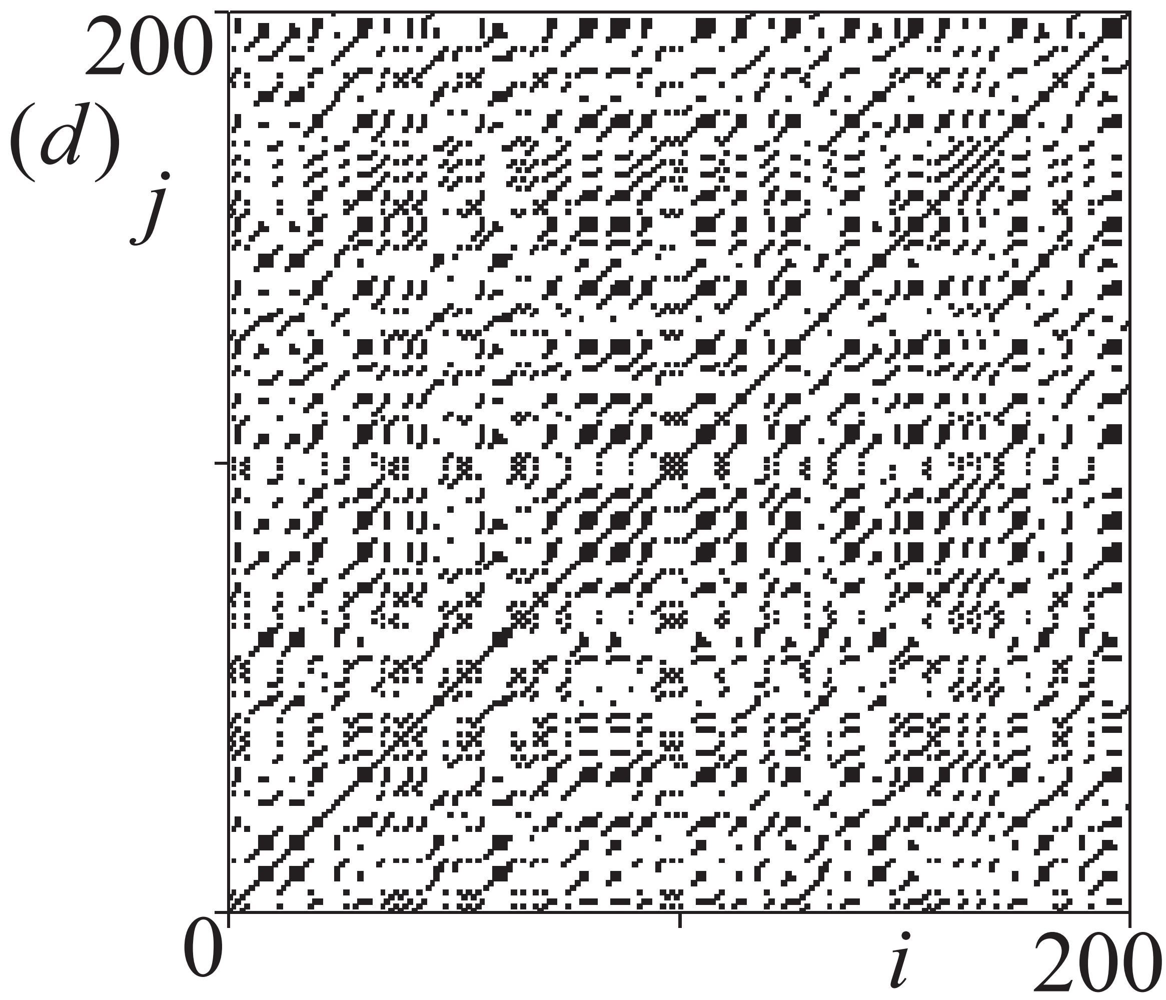


図 2.4: Recurrence plot of ISI sequence (a) Periodic spike-train for $T = 4.1$, (b) Chaotic spike-train for $T = 1.41$, (c) Chaotic spike-train for $T = 1.39$, (d) Chaotic spike-train for $T = 0$, $\theta_D = 0.05$

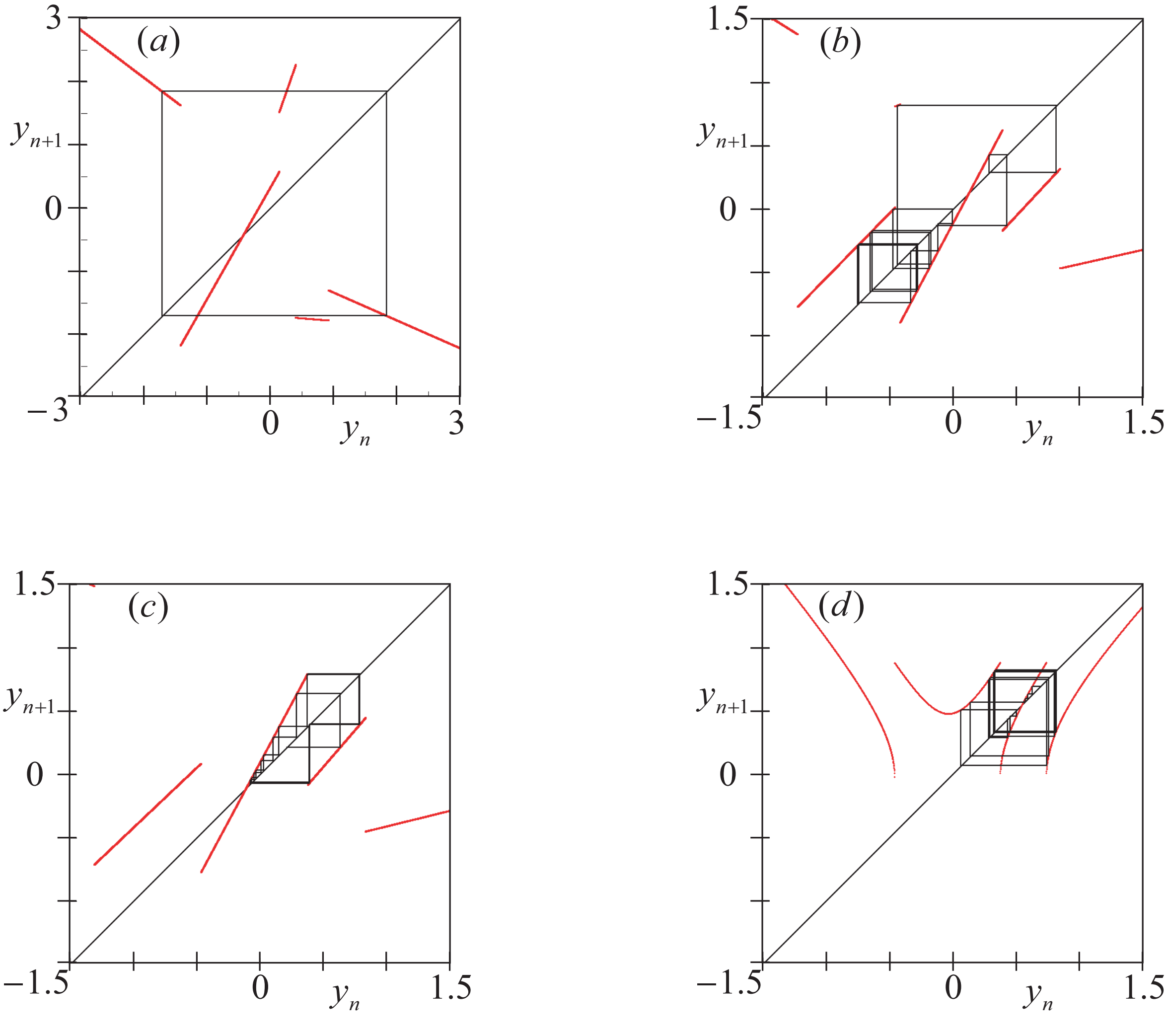


図 2.5: Return map (a) $T = 4.1$, (b) $T = 1.41$, (c) $T = 1.39$, (d) $T = 0$

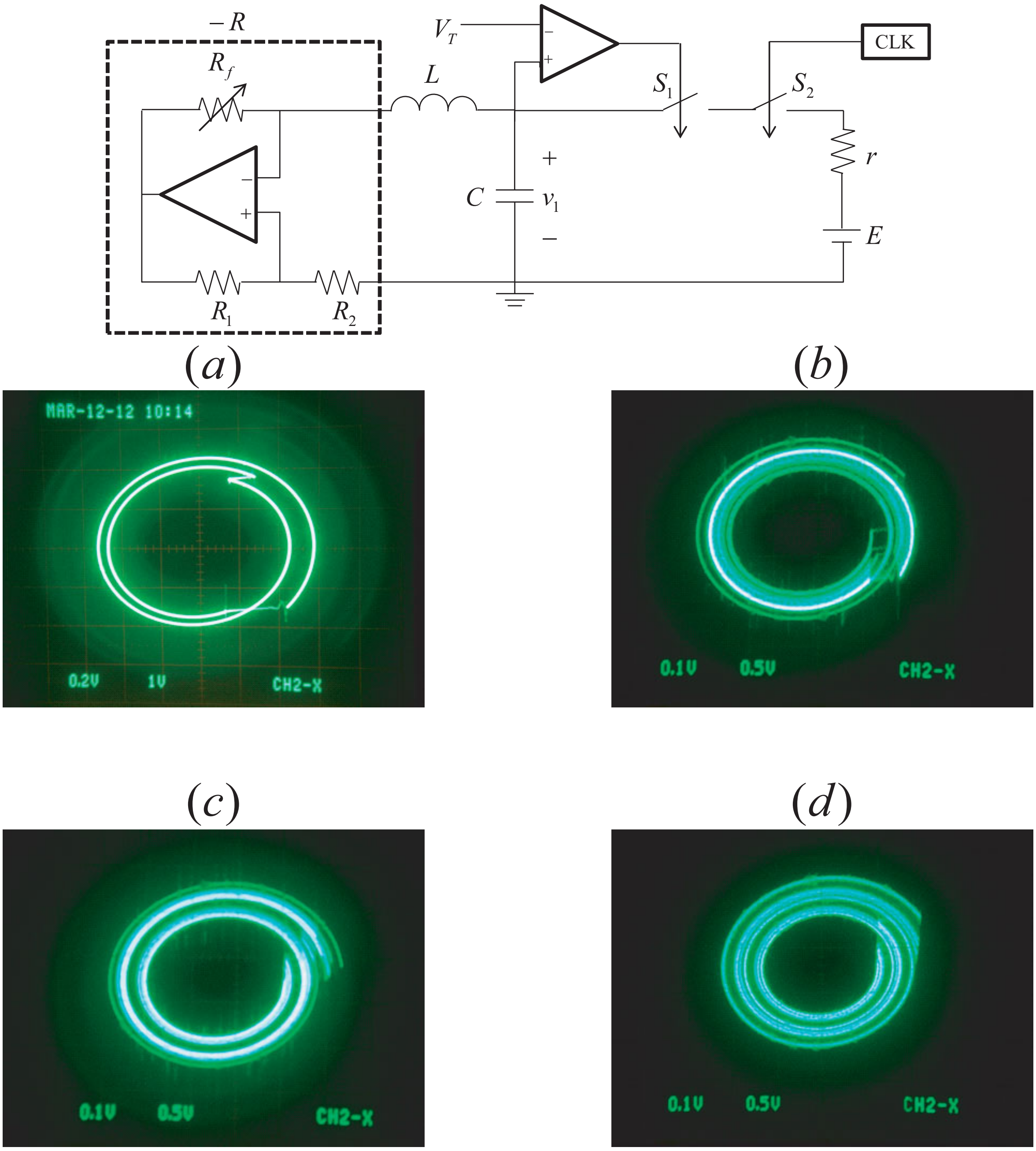


図 2.6: Laboratory measurements of attractors (a) horizontal = v [1V/div.], (b) - (d) horizontal = v [0.5V/div.], (a) vertical = i [0.5mA/div.]. (b) - (d) vertical = i [0.25mA/div.]. $R_f \doteq 0.4[\mathrm{k}\Omega]$, $R_1 \doteq 1.5[\mathrm{k}\Omega]$, $R_2 \doteq 1.5[\mathrm{k}\Omega]$, $L \doteq 200[\mathrm{mF}]$, $C \doteq 0.033[\mu\mathrm{F}]$, $V_T \doteq 1[V]$, $r \doteq 10[\Omega]$, $E \doteq 0.6[V]$, $q \doteq 0.6[V]$, $\delta \doteq 0.08$, (a) periodic attractor for $T' \doteq 0.31 \times 10^{-4}[s]$, $T \doteq 3.83$, (b) chaotic attractor for $T' \doteq 0.11 \times 10^{-4}[s]$, $T \doteq 1.40$, (c) chaotic attractor for $T' \doteq 0.10 \times 10^{-4}[s]$, $T \doteq 1.26$, (d) chaotic attractor for $T' \doteq 0[s]$, $T \doteq 0$

第3章　しきい値とスパイク列の入力によるスイッチを有するハイパーカオス的スパイク発振器

3.1　はじめに

本章ではHCSOにしきい値とスパイク列の入力による発火スイッチを接続した回路について研究を行う。HCSOはスパイキングニューロンモデル [1]-[3] に関連し、IFM動作にともなって様々なスパイク列を出力することが可能である。これらは画像処理やUWB通信などの工学的応用の基礎である [4]-[7]。4次元系は3つのキャパシタ、3つの電流制御電圧源 (VCCS)、発火スイッチと電圧源から構成される。発火スイッチは状態依存スイッチ S_S と時間依存スイッチ S_T の2つのスイッチから構成される。2つの発火スイッチが開いている時、キャパシタ電圧は拡大的に振動する。

我々はHCSOのスパイク列の3つの解析手法を考察する。最初の手法は全発火動作における状態変数のリターンマップ (Rmap) である。この回路は2次元の区分線形なRmapを持つ。RmapはHCSOの安定性やスパイク列発振器の分岐現象の解析に有効であり、この時、状態変数は可観測である。HCSOは様々な現象を呈するが、特にハイパーカオス現象に注目する。我々はRmapよりリアプノフ指数を導出する。2つ目の手法はISIのヒストグラムである。ヒストグラムは連続信号のフーリエ振幅スペクトルに対応し、スパイク列の基礎的な情報の抽出に有効である。3つ目の手法はISIのリカレンスプロット (RP [19] [20]) である。RPは周期的/カオス的アトラクタを特徴付け、ISIに隠された情報の抽出が可能である。我々はこれらの手法をHCSOに適用し、典型的なデータを示す。その結果は非線形回路とシステムのスパイク列の体系的な解析手法の発展のための基礎的な情報をもたらす。

我々はHCSOに関連して研究を行ってきた[10]-[18]。本章では特に、4次元系にS_SとS_Tのスイッチを接続した。

3.2 4次元カオス的スパイク発振器

HCSOは3つのキャパシタ、3つのVCCS、状態依存スイッチS_S、時間依存スイッチS_T、電圧源Eから構成される。図3.1(a)にHCSOの回路モデルを示す。これらのVCCSの動作は以下のように記述される。

$$(i_1, i_2, i_3) = (g_1 v_3, g_2(v_2 - v_3), g_3(v_2 - v_1)) \tag{3.1}$$

よって、HCSOの動作とスパイク列$z(t)$は以下のように記述される。

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} C_1 v_1 \\ C_2 v_2 \\ C_3 v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g_1 \\ 0 & g_2 & -g_2 \\ -g_3 & g_3 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \text{ for } z = 0 \tag{3.2}$$

$$(v_1(t+), v_2(t+), v_3(t+)) = (E, v_2(t), v_3(t)) \text{ for } z = 1 \tag{3.3}$$

$$z(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } v_1 \geq V_T \text{ and } d = nT \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

図3.1(b)にHCSOの動作を表す。$z = 0$の時、キャパシタ電圧は拡大的に振動する。キャパシタ電圧v_1がしきい値電圧V_Tを超えると、スイッチS_Sは閉じる。クロック信号が入力されると、スイッチS_Tが閉じる。スイッチS_SとS_Tの両方が閉じると、zが1となり、キャパシタ電圧V_1はベース電圧Eにジャンプする。この振動発火動作を繰り返し、HCSOは様々なスパイク列$z(\tau)$を出力する。式(3.2)は式(3.4)に表される複素共役な特性根と1つの実特性根を持つ。

$$\begin{aligned} s^3 - \frac{g_2}{C_2}s^2 + (\frac{g_1 g_3}{C_1 C_3} + \frac{g_2 g_3}{C_2 C_3})s - \frac{g_1 g_2 g_3}{C_1 C_2 C_3} \\ = (s - \lambda\omega)(s^2 - \delta\omega s - (\delta^2\omega^2 + \omega^2)) \end{aligned} \tag{3.4}$$

スパイク列の解析の議論の簡単のために以下の無次元化変数とパラメータを用いる。

$\tau = \omega t, d = \omega T, q = \frac{E}{V_T}, \boldsymbol{v} = [v_1, v_2, v_3]^T,$

$\boldsymbol{u} = [u_1, u_2, u_3]^T, \boldsymbol{e}_1 = [1, 0, 0]^T, \boldsymbol{p} = [1 - p_3, p_2, p_3],$

$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{u}, \boldsymbol{p} = \boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{e}_1{}^T$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{T} = V_T &\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{g_3 C_1}{g_1 C_3} & \frac{g_3 C_1}{g_1 C_3} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \frac{\delta \omega C_1}{g_1} & \frac{\omega C_1}{g_1} & \frac{\lambda \omega C_1}{g_1} \\ (\delta^2 - 1)(\frac{\omega C_1}{g_1})^2 & 2\delta(\frac{\omega C_1}{g_1})^2 & (\frac{\lambda \omega C_1}{g_1})^2 \end{bmatrix}\end{aligned} \tag{3.5}$$

式 (3.2)(3.3) は次式 (3.6) のように変形される。

$$\begin{aligned}&\frac{d}{d\tau}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta & 1 & 0 \\ -1 & \delta & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \text{ for } z = 0 \\ &\begin{bmatrix} u_1(\tau_+) \\ u_2(\tau_+) \\ u_3(\tau_+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 - (1 - p_3)(u_1 + u_3 - q) \\ u_3 - p_2(u_1 + u_3 - q) \\ u_3 - p_3(u_1 + u_3 - q) \end{bmatrix} \\ &\text{for } z = 1\end{aligned} \tag{3.6}$$

$$z(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_1 + u_3 \geq 1 \text{ and } \tau = nd \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

この式は 6 つのパラメータを持つ正規化方程式である: $(\delta, \lambda, p_2, p_3, q, d)$ 簡単のために、我々はパラメータを $(\delta, \lambda, p_2, p_3, q) = (0.02, 0.04, -0.05, 0.5, 0.7)$ に固定し、周期 d を変化させる。

軌道は u_3 軸の周囲を拡大的に回転する。軌道がしきい値平面 $u_1 + u_3 = 1$ を超えている間に、クロック信号が入力されると軌道は方向ベクトル $(1 - p_3, p_2, p_3)^T$ に従いベース平面 $u_1 + u_3 = q$ 上に瞬間的にジャンプする。式 (3.6) は以下の区分的厳密解を持つ。

$$\begin{bmatrix} u_1(\tau) \\ u_2(\tau) \\ u_3(\tau) \end{bmatrix} = e^{\delta\tau} \begin{bmatrix} \cos\tau & \sin\tau & 0 \\ -\sin\tau & \cos\tau & 0 \\ 0 & 0 & e^{(\lambda - \delta)\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(0) \\ u_2(0) \\ u_3(0) \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

$(u_1(0), u_2(0), u_3(0))$ は初期状態ベクトルである。図 3.2 に式 (3.6)(3.7) から計算される典型的なアトラクタと 2 次元 Rmap を示す。$d = 2$ の時、アトラクタは周期的になり、Rmap は 3 つの点を持つ。この時、リアプノフ指数 $\lambda_{11} = -0.34$、$\lambda_{12} = -0.34$ である。$d = 3.6$ の時、アトラクタはカオス的であり、Rmap はいくつかの線を持つ。この時、リ

アプノフ指数は $\lambda_{11} = 0.06$、$\lambda_{12} = -1.82$ である。$d = 5.3$ の時、アトラクタはハイパーカオス的であり、Rmap はいくつかの面を持つ。この時、リアプノフ指数は $\lambda_{11} = 0.10$、$\lambda_{12} = 0.06$ である。

3.3　スパイク列の解析手法

3.3.1　ヒストグラム

ヒストグラムは ISI 特性を考察する最も基礎的な手法である。ISI のヒストグラムを用いるために、2 つの特徴量 τ_n と $\Delta\tau_n$ を定義する。τ_n は n 番目のスパイク位置を表し、$\Delta\tau_n = \tau_n - \tau_{n-1}$ は n 番目の ISI を表す。これらの特徴量を用い、ISI のヒストグラムを作成する。図 4.4 に図 3.2 に対応するヒストグラムを表す。我々スイッチングルールには周期 d を用いたため、ヒストグラムは図 4.4 のようにいくつかの、周期 d の整数倍のラインスペクトルとなる。ヒストグラムと RP の色は自身の ISI に依存する。図 4.4(d) にカラーリングのルールを表す。

$d = 2$ の時、ヒストグラムは 2 本のラインスペクトルを持つ。$d = 3.6$ の時、ヒストグラムは 2 本のラインスペクトルを持つ。これらのヒストグラムは形状が似通っている。$d = 5.3$ の時、ヒストグラムは多くのラインスペクトルを持つ。これらのスペクトルは HCSO が複雑なスパイク列を出力していることを示す。しかし、ヒストグラムのみを用いて ISI を分類することは困難である。そこで、我々は ISI の RP について考察する。

3.3.2　リカレンスプロット

RP はカオス的動作の解析手法として知られている。RP を用いることで、時系列 ISI データを画像化できる。

HCSO の呈する ISI からの RP の作成を考察する。P は 2 次元平面である。i 番目と j 番目の ISI の差 $D(i, j)$ を計算する。$(D(i, j) = |\Delta\tau_i - \Delta\tau_j|)$ ここで、しきい値 $\theta_D = 0$ より、$D(i, j) = 0$ となる時、P 上の点 (i, j) をプロットする。点の色は ISI の大きさに

依存する。この動作を全ての $D(i,j)$ に対して繰り返し、RP を作成する。本章において、ISI は周期 d の整数倍となるため、しきい値 $\theta_D = 0$ とすることが可能である。周期的スパイク列において、RP は一様な画像となる。カオス的/ハイパーカオス的スパイク列において、RP は複雑な模様を描く。

$d = 2$ の時、RP は同じ模様を繰り返す。$d = 3.6$ の時、多くの青い四角形と、少しの緑の点が不規則に現れる。これは同じ ISI が多く現れ、その合間に異なる ISI のがわずかに現れているためである。$d = 5.3$ の時、RP は多くの緑の四角形といくつかの色の点からなる。この色の違いは ISI の違いを表している。

3.3.3　2 次元リターンマップ

2 次元 Rmap を求めるために以下の平面を定義する。

$$P_c \equiv \{(u_1, u_2, u_3) | u_1 + u_3 = q\} \tag{3.8}$$

面 P_c 上の点は、その u_2、u_3 座標によって表される。軌道が P_c 上の点 (u_{20}, u_{30}) から $\tau = 0$ にスタートすると、軌道はある正の時間 $\tau = \tau_0$ でしきい値平面を超える。次のクロック信号が入力されると、軌道は P_c 上の点 (u_{21}, u_{31}) にジャンプする。このように 2 次元 Rmap を定義できる。

$$\begin{aligned} F : P_c \to P_c, (u_{20}, u_{30}) &\mapsto (u_{21}, u_{31}) \\ (u_{21}, u_{31}) &= F(u_{20}, u_{30}) \\ &= (f(u_{20}, u_{30}, nd), g(u_{20}, u_{30}, nd)) \end{aligned} \tag{3.9}$$

関数 f と g は式 (3.6)(3.7) より計算される。

$$\begin{aligned} f(u_{20}, u_{30}, nd) = e^{\delta nd}(u_{20} + p_2(u_{30} - q) \cos nd \\ -(q - u_{30} + p_2 u_{20}) \sin nd) + p_3(q - e^{\lambda nd} u_{30}) \end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned} g(u_{20}, u_{30}, nd) = e^{\lambda nd}(1 - p_3) u_{30} \\ -e^{\delta nd} p_3((q - u_{30}) \cos nd + u_{20} \sin nd) + p_3 q \end{aligned} \tag{3.11}$$

図 3.1 の右部分に 2 次元 Rmap を示す。この Rmap を用いることでリアプノフ指数を以下の式より計算できる。

$$DF(u_{20}, u_{30}) = \frac{\partial(u_{21}, u_{31})}{\partial(u_{20}, u_{30})} \tag{3.12}$$

$$\lambda_{21} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N-1} DF(u_{2j}, u_{3j}) \tag{3.13}$$

$$\lambda_{11} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N-1} DF(u_{2j}, u_{3j}) e_j \tag{3.14}$$

$$\lambda_{12} = \lambda_{21} - \lambda_{11} \tag{3.15}$$

$$e_{j+1} = \frac{DF(v_{2j}, v_{3j})e_j}{|DF(v_{2j}, v_{3j})e_j|} \tag{3.16}$$

λ_{11}、λ_{12} は第 1、第 2 の 1 次元リアプノフ指数である。λ_{21} は 2 次元リアプノフ指数である。$0 > \lambda_{11} > \lambda_{12}$ の時、HCSO は周期的な現象を呈し、Rmap はいくつかの点を持つ。$\lambda_{11} > 0 > \lambda_{12}$ の時、HCSO はカオス的な現象を呈し、Rmap はいくつかの線を持つ。$\lambda_{11} \geq \lambda_{12} > 0$ の時、HCSO はハイパーカオス的な現象を呈し、Rmap はいくつかの面を持つ。

3.4 むすび

HCSO にしきい値とスパイク列の入力によって制御されるスイッチを接続した回路の呈する現象とスパイク列の解析を行った。Rmap を用いることで安定性を可視化した。ヒストグラムと RP を用い、スパイク列の動作を可視化した。HCSO が呈する様々な現象にこれらの手法を適用し解析を行った。

今後の課題として、分岐現象のより詳細な解析やより簡素な解析手法の考察などがあげられる。

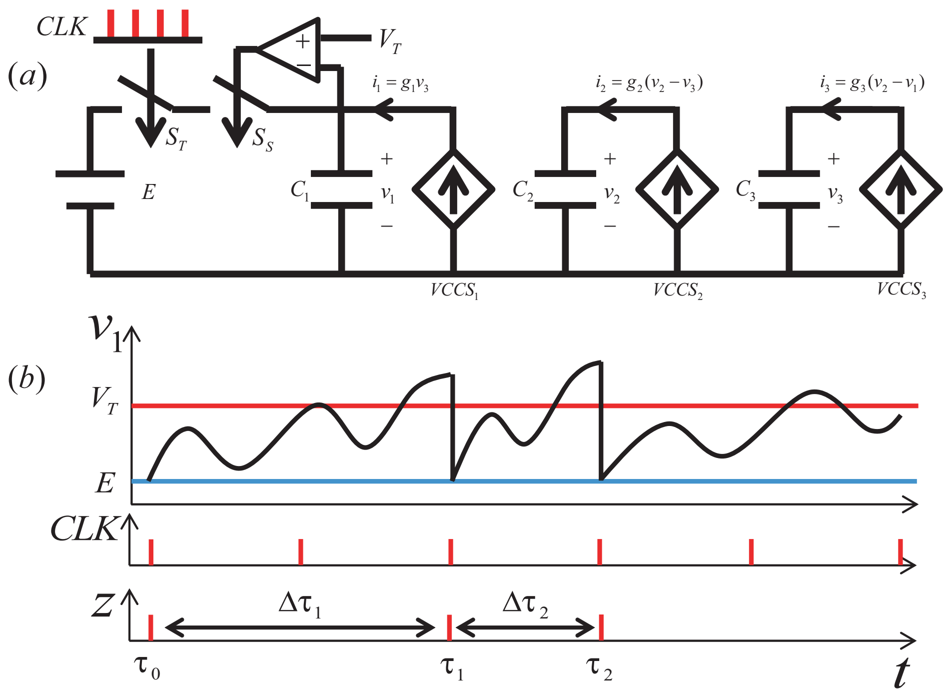


図 3.1: Hyperchaotic Spiking Oscillator (a)Circuit model of the HCSO, (b)Dynamics of the HCSO

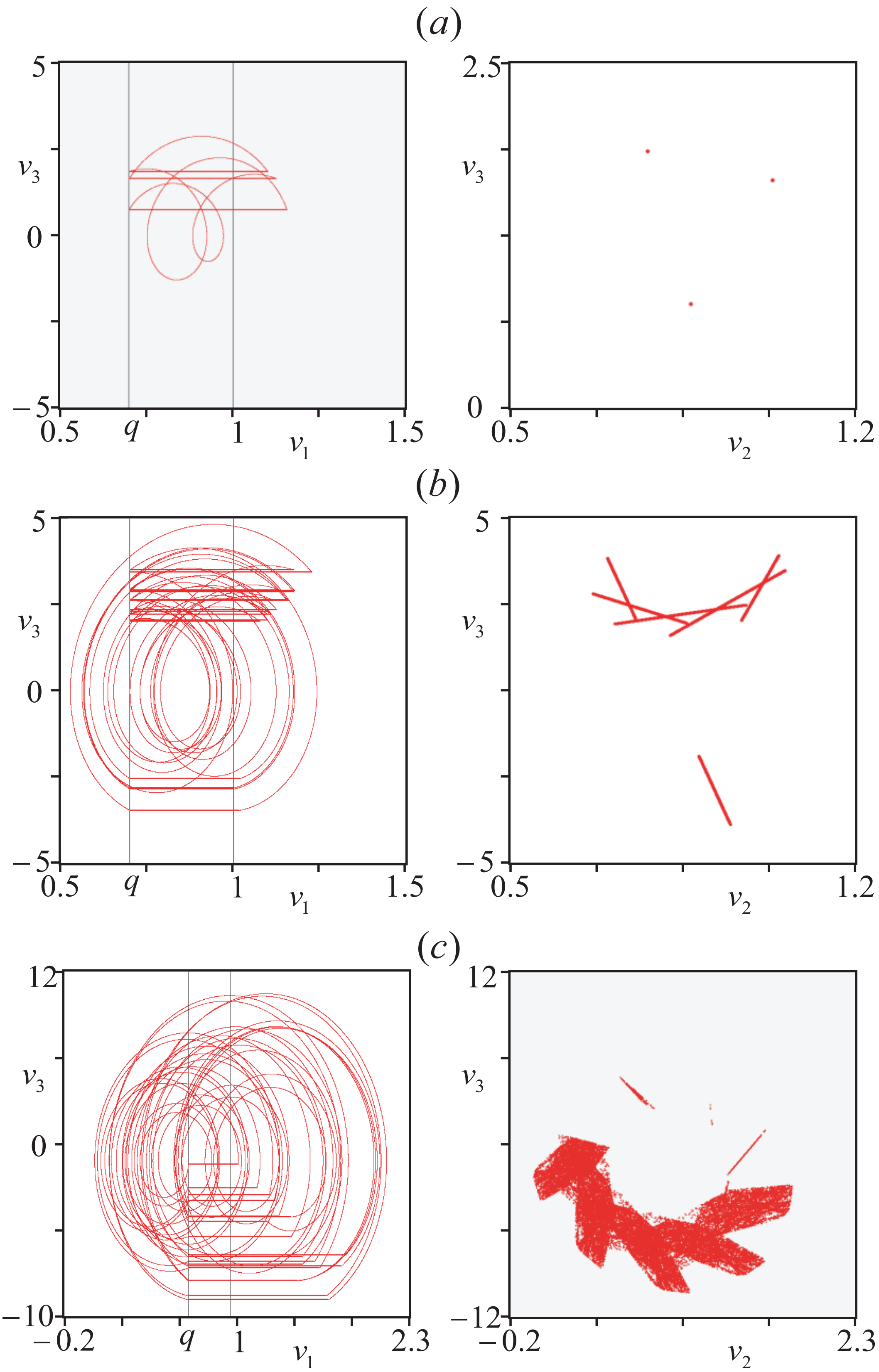


図 3.2: Left: Typical trajectory, Right: 2D Rmap (a) periodic for $d = 2$, (b) chaotic for $d = 3.6$, (c) hyperchaotic for $d = 5.3$

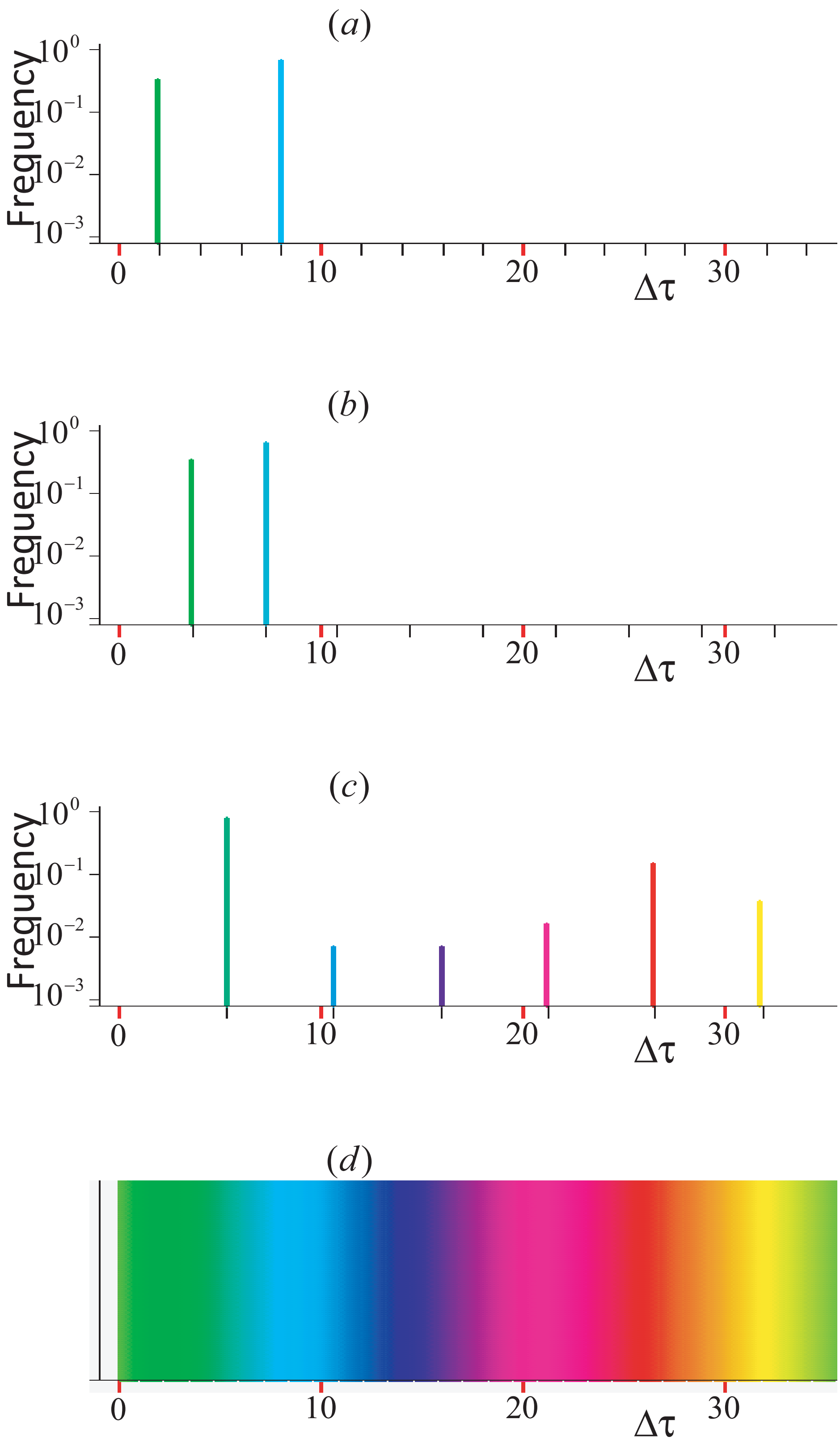
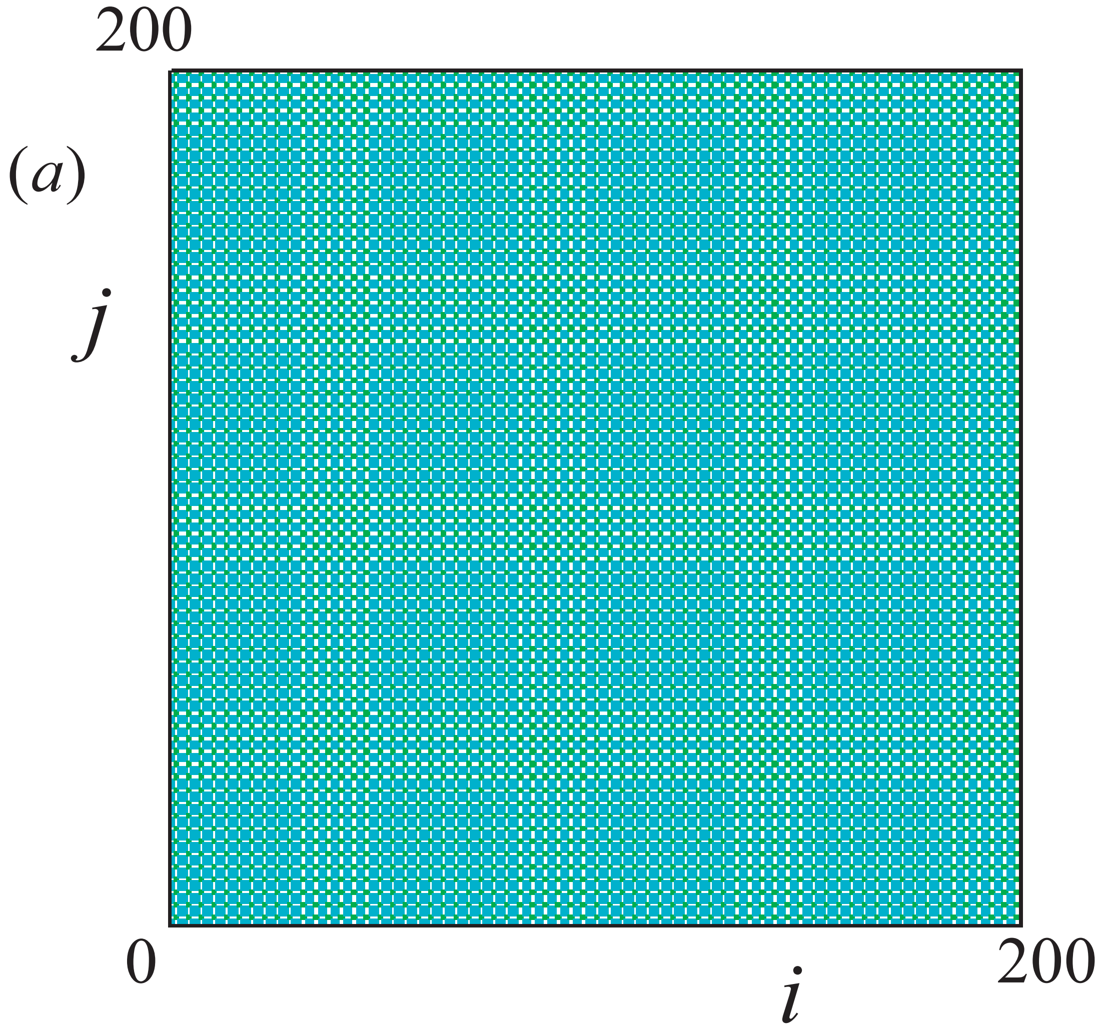
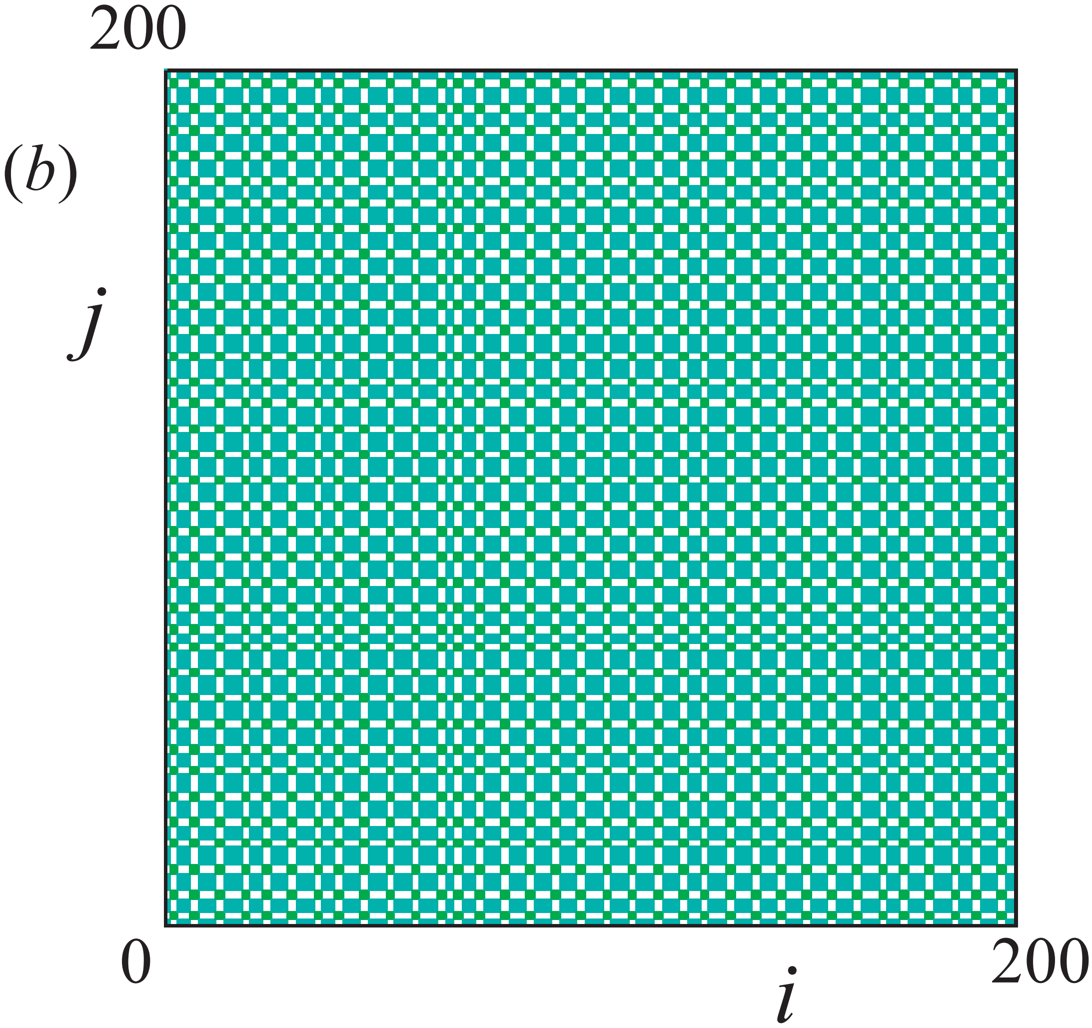


図 3.3: Histogram of the ISI (a) periodic for $d = 2$, (b) chaotic for $d = 3.6$, (c) hyperchaotic for $d = 5.3$, (d) coloring rule


200
(a)
j
0
i
200


200
(b)
j
0
i
200

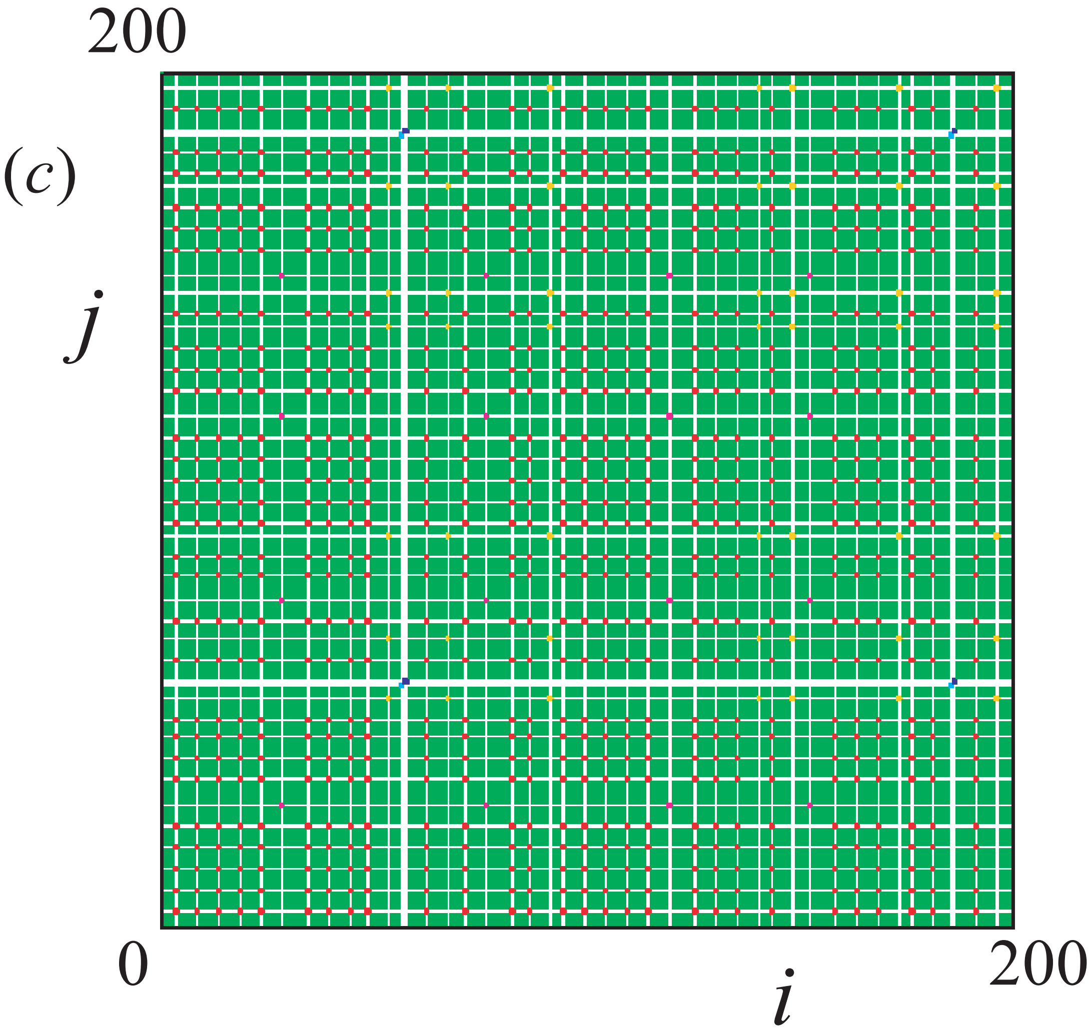


図 3.4: Recurrence plot of the ISI (a) periodic for $d = 2$, (b) chaotic for $d = 3.6$, (c) hyperchaotic for $d = 5.3$

第4章　発火スイッチを有するハイパーカオス的スパイク発振器の解析

4.1　はじめに

スパイク発振器は基礎と応用の両面から研究されてきた。IFM 動作を繰り返すことで、発振器は様々な周期的/カオス的スパイク列を呈し、分岐現象に関連している。現象の解析は非線形力学系の研究の基礎的かつ重要な問題である。所望のスパイク信号の合成はスパイキングニューロンによる情報処理システムの基礎的なモデルである [1]-[3]。スパイク信号は画像処理や UWB 通信のようなスパイクベースの工学的応用の基礎である [4]-[6]。

非線形電気回路の観点から見ると、スパイク発振器は図 4.2 のように線形 1 ポート回路とスイッチからなる。簡単のために、我々は 1 ポートの N_c を線形とし、少なくとも 1 つのキャパシタを含むものとする。いくつかの条件を満たすと、スイッチ S_I は閉じ、電圧は瞬間的にベース電圧にリセットされる。この動作を繰り返し、回路はスパイク列を出力する。スイッチの状態と 1 ポート回路の次元はその回路の動作を考察するための基礎である。Refs. [10]-[14] は 2 次元であった時の例である。回路はカオス的スパイク列を出力する。Refs. [15] [16] は 3 次元であった時の例である。回路はハイパーカオス的スパイク列を出力する。

本章では新たに 4 次元カオス的スパイク発振器 (HCSO) を示し、典型的な現象を研究する。HCSO は 3 次元 1 ポート回路にスイッチを追加して構成される。スイッチは状態依存スイッチ S_S と時間依存スイッチ S_T の 2 つのスイッチを直列に接続することで成り立つ。S_S はキャパシタ電圧がしきい値を超えると閉じる。S_T は周期的なクロック信号が入力されると閉じる。パラメータを変化させることで、HCSO は様々なスパイク

列を出力し、本章で考察される 3 種の典型的な現象を呈する: 周期的スパイク列、カオス的スパイク列、ハイパーカオス的スパイク列　これらのスパイク列を解析するために、3 つの手法を用いる。最初の手法は全発火動作における状態変数の 2 次元 Rmap である。Rmap と、そこから導出されるリアプノフ指数は安定性やカオス力学系を解析するために、用いられてきた。2 つ目の手法は ISI のヒストグラムである。これはアナログ信号のフーリエ振幅スペクトルに相当し、スパイク列のもつ基礎的な情報の抽出に有効な手法である。3 つ目の手法は ISI のカラーリカレンスプロット (Color Recurrence Plot: CRP) である。RP は周期的/カオス的な時系列データを可視化する [19] [20] 手法である。我々は CRP を ISI データに適用する。CRP はスパイク列の周期性や複雑さを可視化する基礎的な手法である。ISI はレインボーカラーで分類される。これらを用いることで、典型的な現象を解析できる。簡素な実装回路を用いることで、典型的な現象を実験的に得ることが可能である。これらの予備的な結果は [21] に記載されている。

本章の新規性として、ISI に対するヒストグラムと CRP は Refs. [10]-[16] においては議論されてこなかった点がある。また、スイッチングルールが"S_S AND S_T"であることが重要である。S_T が周期的に閉じるため、スイッチング動作は周期の整数倍となり、Rmap(とリアプノフ指数) は用意かつ厳密に計算することが可能である。Refs. [15]、[16] において、スイッチングルールは"S_S OR S_T"となっていた。そのため HCSO の解析は本章より困難である。

4.2　4 次元カオス的スパイク発振器の動作

図 4.2(a) に HCSO の回路モデルを示す。回路は 3 つのキャパシタと 3 つの電流制御電圧源 (Voltage-controlled current Source: VCCS)、状態依存スイッチ S_S と時間依存スイッチ S_T、ベース電圧源 E から構成される。3 つの VCCS は以下に表される。

$$i_1 = g_1 v_3,\ i_2 = g_2(v_2 - v_3),\ i_3 = g_3(v_2 - v_1) \tag{4.1}$$

S_S と S_T が開いているとき、回路の動作は以下のように記述される。

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} C_1v_1 \\ C_2v_2 \\ C_3v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g_1 \\ 0 & g_2 & -g_2 \\ -g_3 & g_3 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \text{ if } S_S \text{ and/or } S_T \text{ are off} \tag{4.2}$$

v_1 がしきい値 V_T を超えるとき S_S が閉じる。また、周期 T のクロック信号が入力されると S_T が閉じる。簡単のために、以下のダミー変数を用いる

$$\xi(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } v_1 \geq V_T \text{ and } t = nT \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{4.3}$$

S_S と S_T の両方が閉じているとき、$\xi(t) = 1$ となる。ここで、v_1 が V_T を超えている時を考える。v_1 が V_T を $t = nT$ で超えている時、$\xi = 1$ となり、v_1 は E に瞬時にリセットされる。スイッチング動作時、v_2 と v_3 は一定である。図.4.2(b) は時間波形の例である。スイッチング動作は以下のように記述される。

$$\begin{bmatrix} v_1(t+) \\ v_2(t+) \\ v_3(t+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ v_2(t) \\ v_3(t) \end{bmatrix} \text{ if } \xi(t) = 1 \tag{4.4}$$

ここで $t+$ は t の直後である。以下の無次元化変数とパラメータを用いる:

$$\tau = \frac{g_1}{C_1}t,\ x = \frac{v_1}{V_T},\ y = \frac{v_2}{V_T},\ z = \frac{v_3}{V_T},\ \gamma_2 = \frac{g_2C_1}{g_1C_2},\ \gamma_3 = \frac{g_3C_1}{g_1C_3},\ q = \frac{E}{V_T},\ d = \frac{g_1}{C_1}T \tag{4.5}$$

式 (4.2)(4.4) は次のように変換される。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \gamma_2 & -\gamma_2 \\ -\gamma_3 & \gamma_3 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ for } \xi = 0 \tag{4.6}$$

$$\begin{bmatrix} x(\tau+) \\ y(\tau+) \\ z(\tau+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ y(\tau) \\ z(\tau) \end{bmatrix} \text{ if } \xi(\tau) = 1,\ \ \xi(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 1 \text{ and } \tau = nd \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{4.7}$$

ここで、$\dot{x} \equiv \frac{d}{d\tau}x$ である。x が 1 よる大で、周期 d のクロック信号が入力されると、x はベース電圧 q にリセットされる。式 (4.6) は複素共役な特性根 $(\delta \pm j\omega)$ と実特性根 (λ) を持つ:

$$s^3 - \gamma_2 s^2 + (\gamma_2\gamma_3 + \gamma_3)s - \gamma_2\gamma_3 = (s - \lambda)(s^2 - 2\delta s + (\delta^2 + \omega^2)) \tag{4.8}$$

この時、式 (4.6) は以下の区分的厳密解を持つ。

$$\begin{bmatrix} x(\tau) \\ y(\tau) \\ z(\tau) \end{bmatrix} = e^{\boldsymbol{A}\tau} \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \\ z(0) \end{bmatrix}, \quad e^{\boldsymbol{A}\tau} \equiv \boldsymbol{T} e^{\delta\tau} \begin{bmatrix} \cos\omega\tau & \sin\omega\tau & 0 \\ -\sin\omega\tau & \cos\omega\tau & 0 \\ 0 & 0 & e^{(\lambda-\delta)\tau} \end{bmatrix} \boldsymbol{T}^{-1} \tag{4.9}$$

$$\boldsymbol{T} \equiv V_T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\gamma_3 & \gamma_3 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \delta & \omega & \lambda \\ \delta^2 - \omega^2 & 2\delta\omega & \lambda^2 \end{bmatrix}$$

ここで、$(x(0), y(0), z(0))$ は初期値である。式 (4.6) は $(\gamma_2, \gamma_3, q, d)$ に特徴付けられる。簡単のために、我々は d をコントロールパラメータとし、他のパラメータを固定する。($\gamma_2 = 1$, $\gamma_3 = 78$, $q = 0.6$) これらより $\delta = 0.25$, $\lambda = 0.5$ and $\omega = 12.5$ となる。

図 4.3 に典型的な現象を示す: 周期的アトラクタ、カオス的アトラクタ、ハイパーカオス的アトラクタ。カオス、ハイパーカオスは次章で定義されるリアプノフ指数によって特徴付けられる。これらのアトラクタは区分的厳密解により正確に計算される。スパイク間隔は周期 d の整数倍であり、このスパイク間隔を用いて簡単に計算できる。この時、厳密なスパイク間隔を求めるための計算 [10]-[16](e.g., the Newton-Raphson method) は不要である。

4.3　スパイク列の解析手法と典型例

HCSO の動作を解析するために 3 つの解析手法を用いる。最初の手法は 2 次元 Rmap である。Rmap とリアプノフ指数は周期的/カオス的/ハイパーカオス的アトラクタを特徴づける基礎的な手法である。最初のジャンプは $\tau = 0$ で発生し、(q, y_0, z_0) が $\tau = 0$ 直後の値であるとする。$\tau > 0$ の時、x_1 は振動的に増大し、しきい値 $x = 1$ を超えているある瞬間 $\tau = nd$ にクロック信号が入力される。その瞬間 x は q にリセットされ、(q, y_1, z_1) がスイッチング直後の状態変数となる。(y_1, z_1) は (y_0, z_0) より計算され、2 次元 Rmap を定義することが可能である:

$$(y_1, z_1) = (f(y_0, z_0), g(y_0, z_0)), \;\; F \equiv (f, g) : P_c \to P_c, \;\; P_c \equiv \{(x, y, z, \tau) | x = q, \tau = nd\} \tag{4.10}$$

ここで、n は整数であり、P_c 上の点はその (y, z) 成分により表される。HCSO のダイナミクスは、以下の動作の繰り返しで Rmap を構築する: $(y_{n+1}, z_{n+1}) = (f(y_n, z_n), g(y_n, z_n))$

式 (4.9) より、Rmap は厳密に計算できる。

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(y_0, z_0, md) \\ g(y_0, z_0, md) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} e^{\boldsymbol{A}md} \begin{bmatrix} q \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

この Rmap よりリアプノフ指数は以下のように与えられる。

$$\lambda_2 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N-1} DF(y_j, z_j),\ \lambda_{11} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N-1} DF(y_j, z_j)e_j,\ \lambda_{12} = \lambda_2 - \lambda_{11} \tag{4.12}$$

$$DF(y_0, z_0) \equiv \frac{\partial(y_1, z_1)}{\partial(y_0, z_0)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} e^{\boldsymbol{A}md} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ e_{j+1} = \frac{DF(y_j, z_j)e_j}{|DF(y_j, z_j)e_j|}$$

λ_2 は 2 次元リアプノフ指数である。λ_{11} と λ_{12} はそれぞれ第 1 と第 2 の 1 次元リアプノフ指数である。e_j は 1 次元リアプノフ指数を計算するための単位ベクトルであり [15]、N 十分に大きい数字である。試行の結果、指数がほぼ収束する $N = 3 \times 10^4$ を用いる。図 4.3 に典型的なアトラクタと 2 次元 Rmap、λ_{11}、$\lambda 12$ を示す。周期的なアトラクタにおいて、$0 > \lambda_{11} \geq \lambda_{12}$ となり軌道の安定性を保証する。カオス的アトラクタは $\lambda_{11} > 0 > \lambda_{12}$ に特徴付けられる。Rmap は線状の形状となる。ハイパーカオス的アトラクタにおいて、動作は $\lambda_{11} > \lambda_{12} > 0$ で特徴付けられる。Rmap は面状となる。前章で述べたように、Rmap とリアプノフ指数の計算は Refs. [15]、[16] にあるハイパーカオス的回路が v がしきい値 x_1 に達する瞬間の時間を計算する必要があるのと比較してはるかに簡単である。式 (4.11) と (4.12) で、時間 md(m は整数) における x の値を調べるだけで良い。

2 つ目の手法は ISI のヒストグラムである。τ_n は n 番目に $\xi(\tau_n) = 1$ となるスパイク位置である。$\Delta\tau_n \equiv \tau_n - \tau_{n-1}$ は n 番目の ISI である。ヒストグラムは ISI の出現頻度を表し、レインボーカラーで ISI を分類する。これは ISI 特性の基礎的な情報であり、アナログ周期信号のフーリエ振幅スペクトルに相当する。$\xi(\tau) = 1$ となる時、スパイク間隔は周期 d の整数倍である。そのため、ヒストグラムはいくつかのラインスペクトルとなる。これは通常連続的な振幅スペクトルであるカオス的/ハイパーカオス的アト

ラクタと異なるものである。

図 4.4 に図 4.3 に対応するヒストグラムを示す。ハイパーカオス的スパイク列はカオス的スパイク列、周期的スパイク列より広範囲な ISI スペクトルを持つことがわかる。周期的スパイク列の ISI の出現頻度は整数比となるが、カオス的/ハイパーカオス的スパイク列では不規則な比率となる。

3 つ目の手法はカラーリカレンスプロット (Color Recurrence Plot: CRP) である。RP はカオス的/周期的なアナログ時系列データの周期性や複雑さを可視化する手法として知られている [19] [20]。我々はこの手法を HCSO の ISI を特徴付けるために適用する。P は M^2 の格子点からなる 2 次元平面である。(i, j) は整数 i と整数 j の格子点である。$M + 1$ のスパイク位置までの ISI について考察する。($\{\Delta\tau_1, \cdots, \Delta\tau_M\}$) $D(i, j)$ は i 番目と j 番目の ISI の差である: $D(i, j) = |\Delta\tau_i - \Delta\tau_j|$。$D(i, j) = 0$ となる時、格子点 (i, j) は図 4.5 のように $\Delta\tau_i = \Delta\tau_j$ の色でプロットされる。$1 \le i, j \le M$ までプロットを繰り返し CRP は構成される。

図 4.6 は図 4.34.4 に対応する CRP である。スパイク列が周期 1 で周期的である時、CRP は 1 色に塗りつぶされる。スパイク列が周期的であるとき、CRP は同じ模様を繰り返す。カオス的なスパイク列であるとき、いくつかの色が不規則に現れ、CRP は複雑な画像となる。スパイク列がハイパーカオス的であるとき、CRP 画像はカオス的な画像よりも複雑なものとなる。これらの画像を詳細に分類するのは困難であり、図 4.6 は CRP 手法の発展のための基礎的なデータである。通常の RP では $D(i, j) < Th$ と、プロットに適切なしきい値 Th が必要となる。しかし、CRP では、ISI が周期 d の整数倍となるため $D(i, j) = 0$ でプロットを行うことが可能である。このように、CRP はしきい値に依存することなく 1 つの画像となる。

4.4 回路実装

図 4.7 に HCSO の実装回路を示す。3 つの VCCS は $(i_1, i_2, i_3) = (g_1 v_3, g_2(v_2 - v_3), g_3(v_2 - v_1))$ の線形な特性を持ち、OTA によって実装される。図 4.7 のように、OTA の線形域

を用いる。最初のキャパシタ電圧 v_1 はコンパレータに入力され、状態依存スイッチ S_S を制御するために出力される。時間依存スイッチ S_T は外部の周期クロック信号発生器によって制御される。S_S と S_T の両方が閉じているとき、v_1 はベース電圧 E にリセットされる。回路の動作は回路方程式 (4.2) で記述される。VCCS は OTA(LM13600) で実装され、コンパレータは op amp(TL072) で、スイッチはアナログスイッチ (TC4066) で実装される。この回路を用いて、典型的なアトラクタを図 4.8 のように実験的に得ることができる。

4.5 むすび

HCSO の基礎的なスパイク列について考察した。状態と時間に依存するスイッチに制御される HCSO は周期的/カオス的/ハイパーカオス的スパイク列を出力することが可能である。その動作は 2 次元 Rmap、ヒストグラム、CRP の 3 つの手法で解析された。スパイク間隔がクロック周期の整数倍であるため、Rmap とリアプノフ指数は厳密に計算される。簡素な実装回路により、典型的な現象を実験的に得ることができる。

今後の課題として、様々なスパイク列の分類、分岐現象や様々なスパイク回路の解析があげられる。

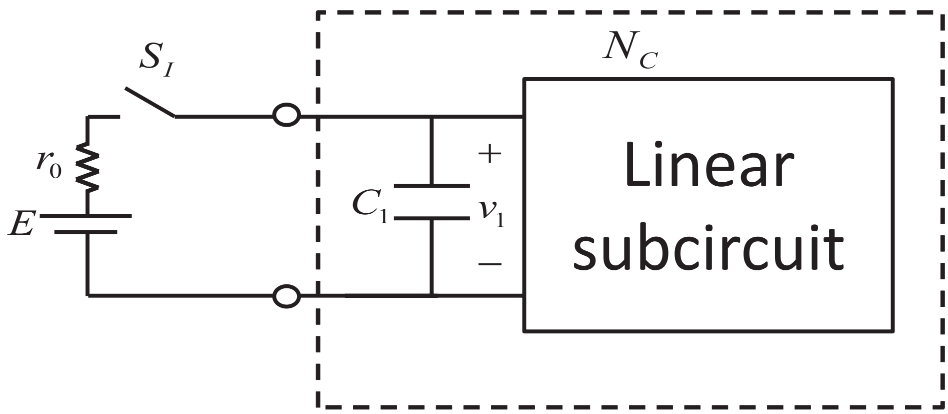


図 4.1: Spiking circuit with impulsive switch S_I

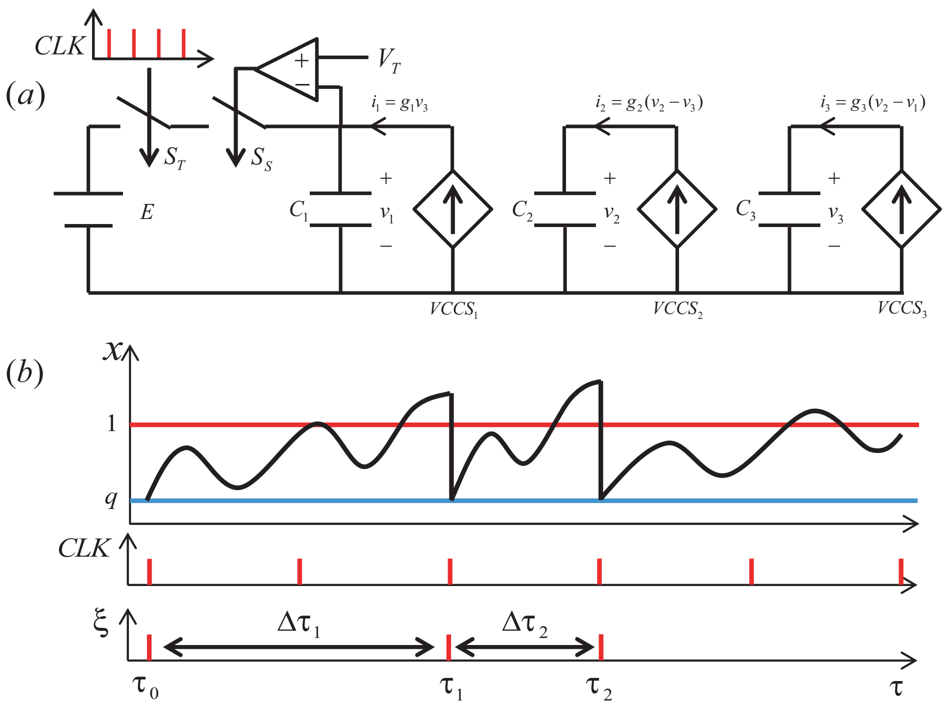


図 4.2: Hyperchaotic Spiking Oscillator (a) Circuit configuration, (b) Switching dynamics The dimensionless variable τ and x are proportional to t and v_1 respectively. $x = q$ and $x = 1$ correspond to $v_1 = E$ and $v_1 = V_T$ respectively.

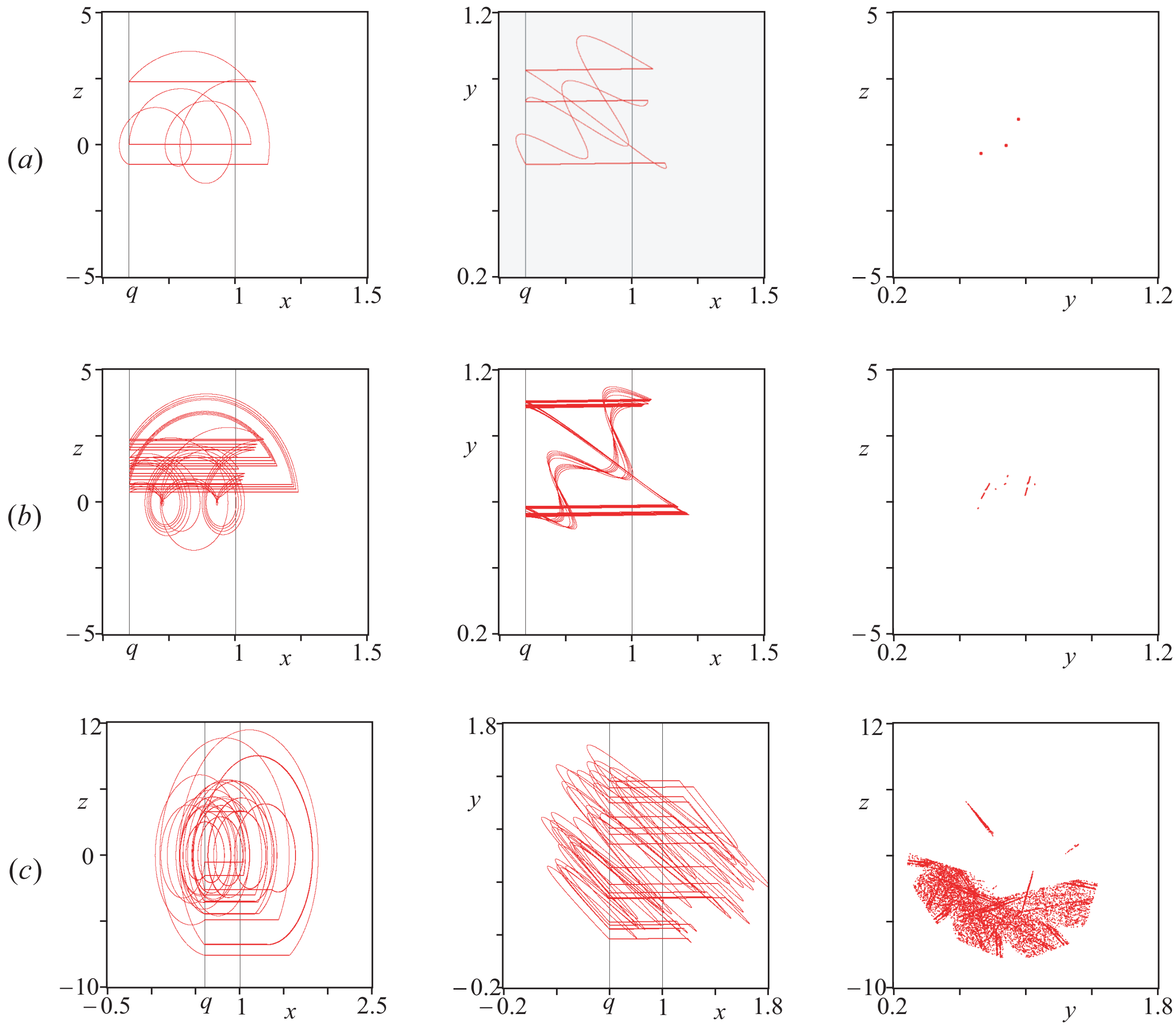


図 4.3: Typical phenomena for $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 78, q = 0.6$. $(\delta = 0.25, \lambda = 0.5, \omega = 12.5)$ (a) Periodic attractor for $d = 2.2 \times 10^{-1}$ $(\lambda_{11} = -2.45 \times 10^{-1}, \lambda_{12} = -2.45 \times 10^{-2})$, (b) Chaotic attractor for $d = 2.1 \times 10^{-1}$ $(\lambda_{11} = 2.45 \times 10^{-2}, \lambda_{12} = -9.96 \times 10^{-1})$, (c) Hyperchaotic attractor for $d = 4.2 \times 10^{-1}$ $(\lambda_{11} = 1.13 \times 10^{-1}, \lambda_{12} = 6.5 \times 10^{-2})$.

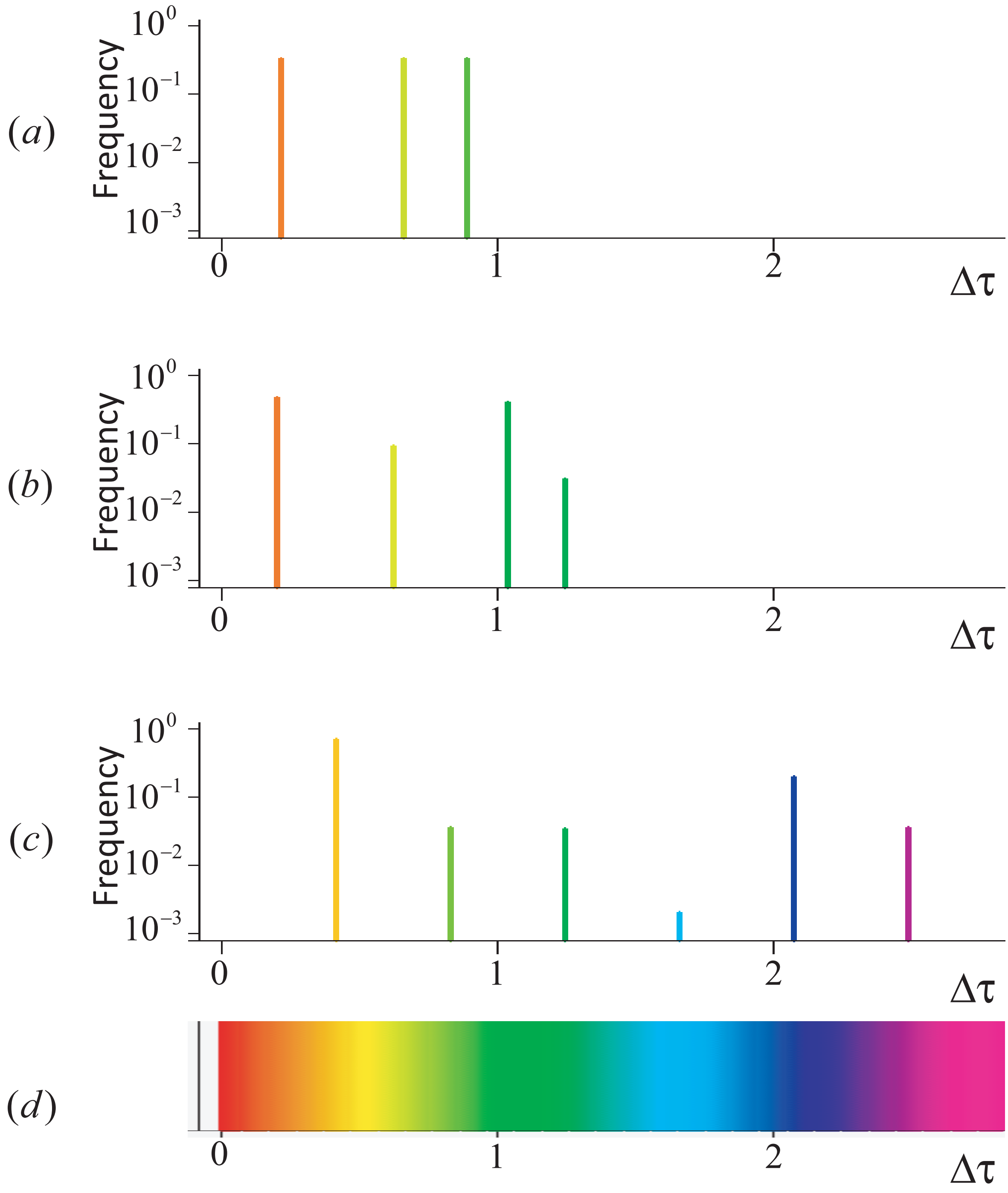


図 4.4: Histogram of ISI for $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 78, q = 0.6$. ($\delta = 0.25, \lambda = 0.5, \omega = 12.5$) (a) periodic spike-train for $d = 2.2 \times 10^{-1}$, (b) chaotic spike-train for $d = 2.1 \times 10^{-5}$, (c) hyperchaotic spike-train for $d = 4.2 \times 10^{-1}$, (d) rainbow-like color

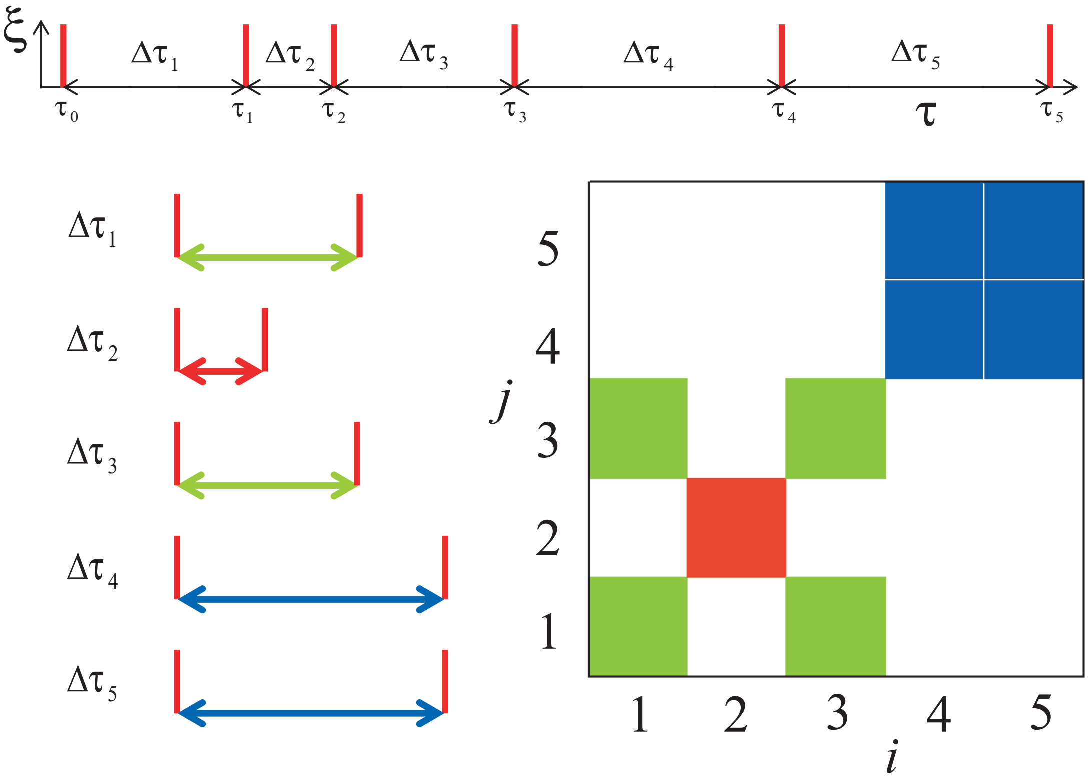
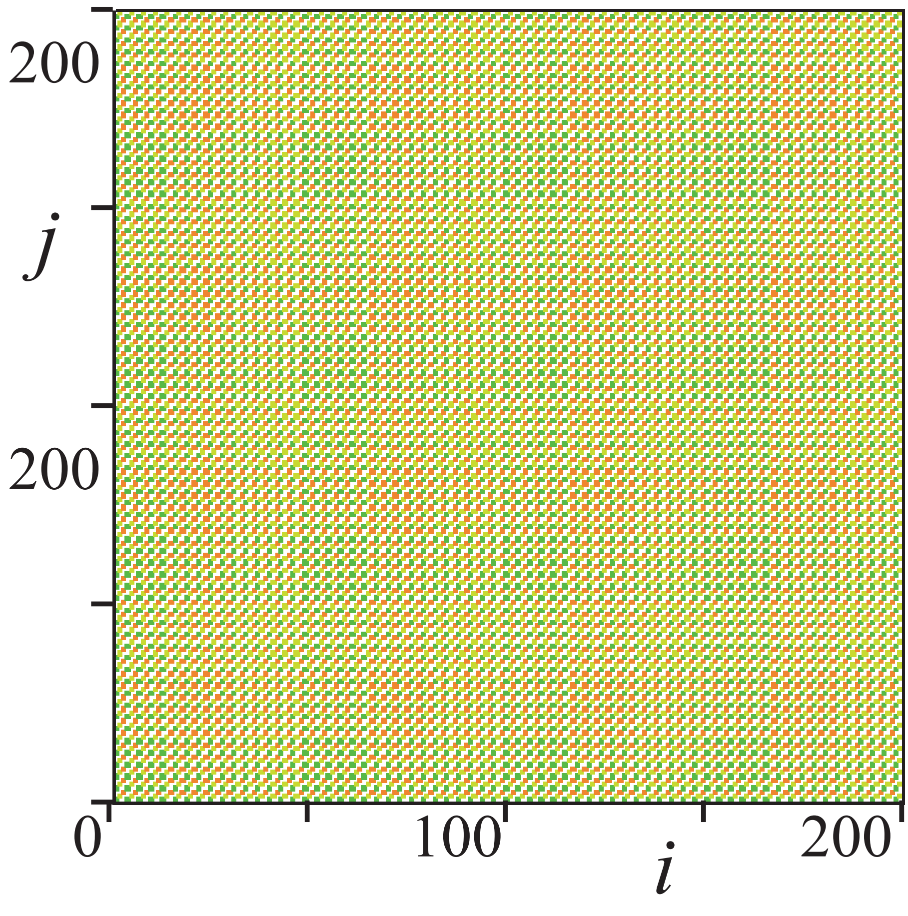
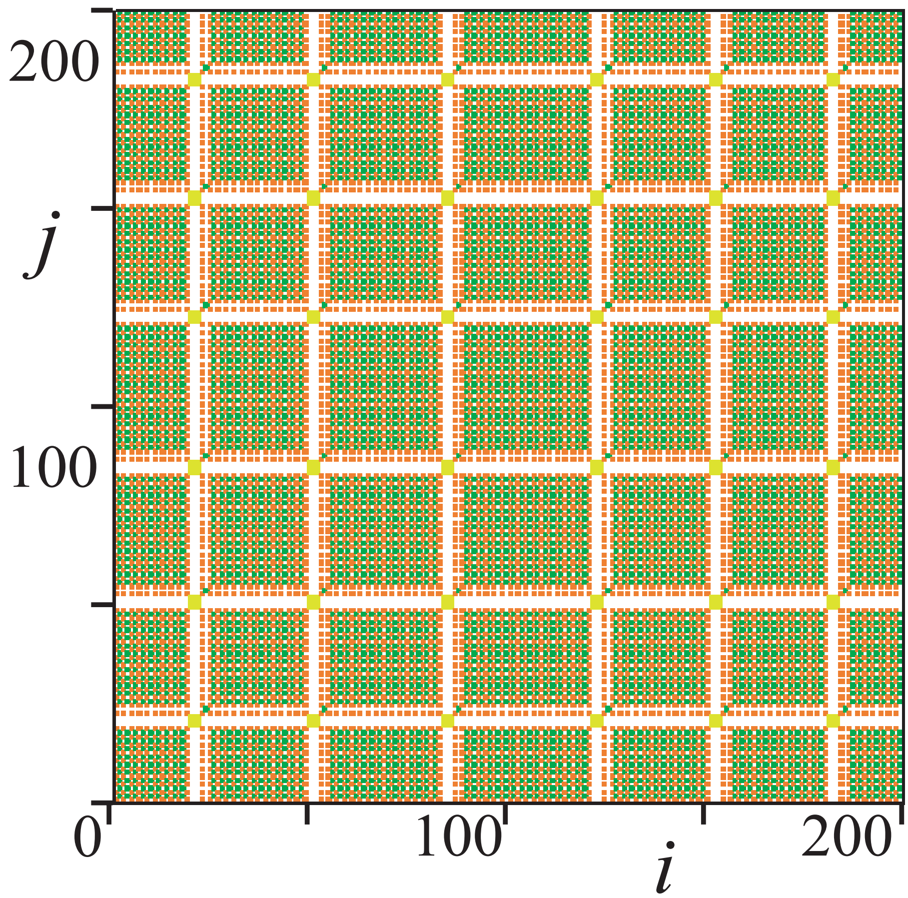


図 4.5: Construction of color recurrence plot

(*a*)



(b)



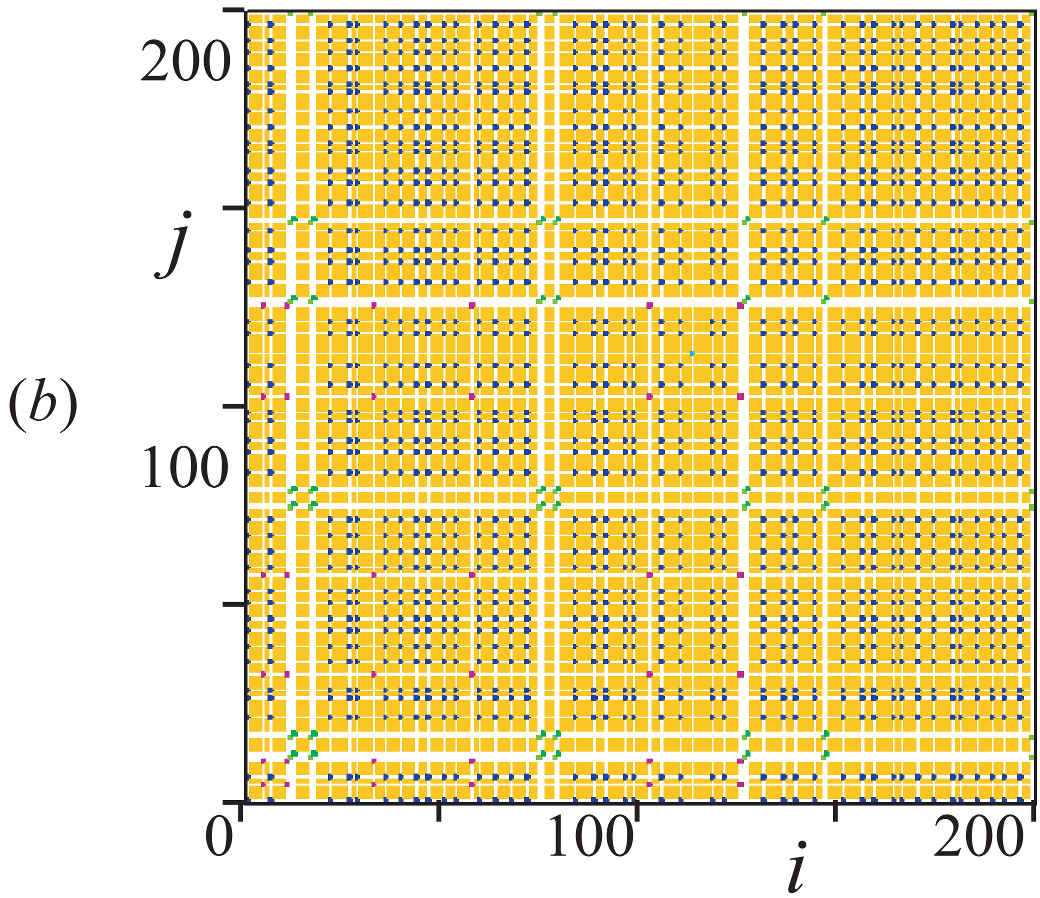


図 4.6: Color recurrence plot of the ISI sequence for $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 78, q = 0.6$ $(\delta = 0.25, \lambda = 0.5)$ (a) periodic spike-train for $d = 2.2 \times 10^{-1}$, (b) chaotic spike-train for $d = 2.1 \times 10^{-1}$, (c) hyperchaotic spike-train for $d = 4.2 \times 10^{-1}$,

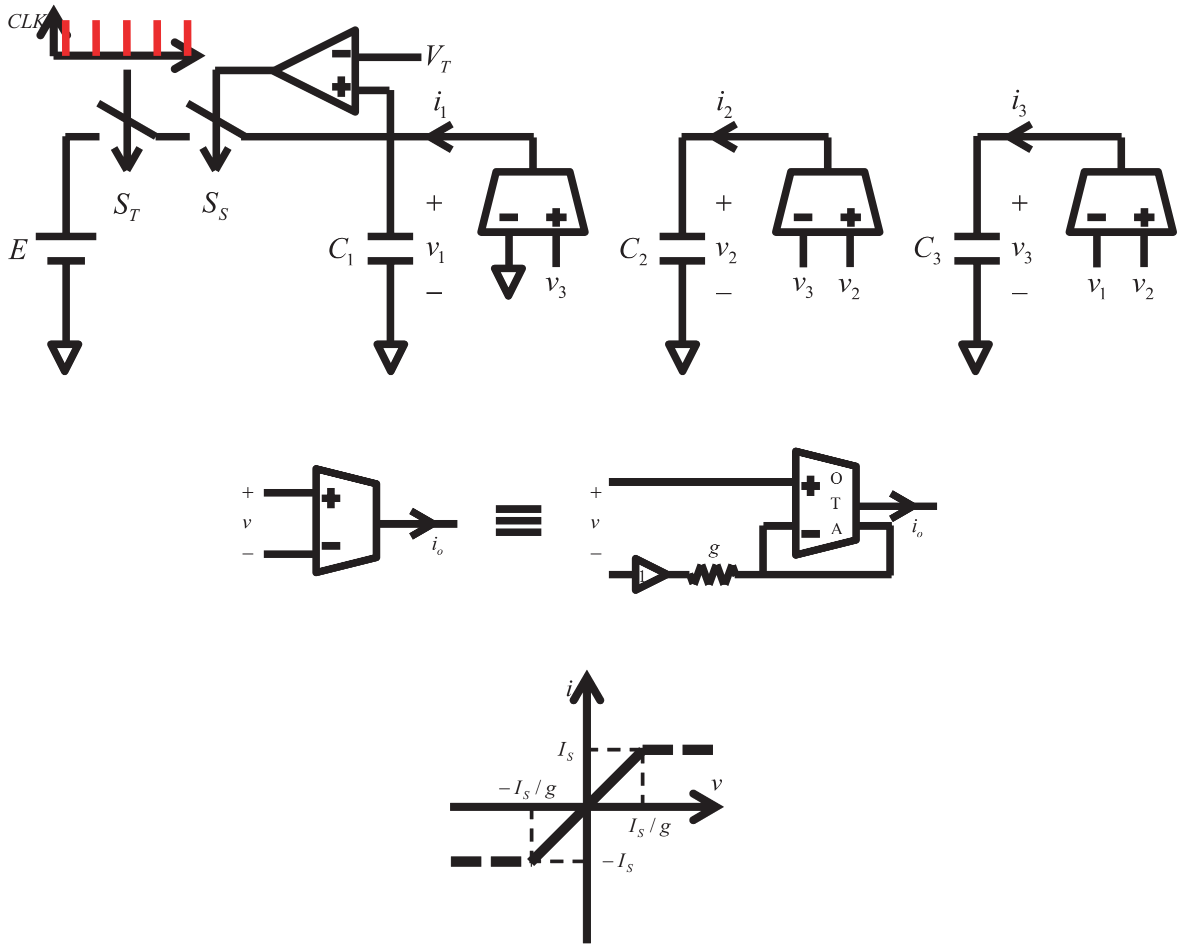


図 4.7: Implementation of the hyperchaotic spiking oscillateor

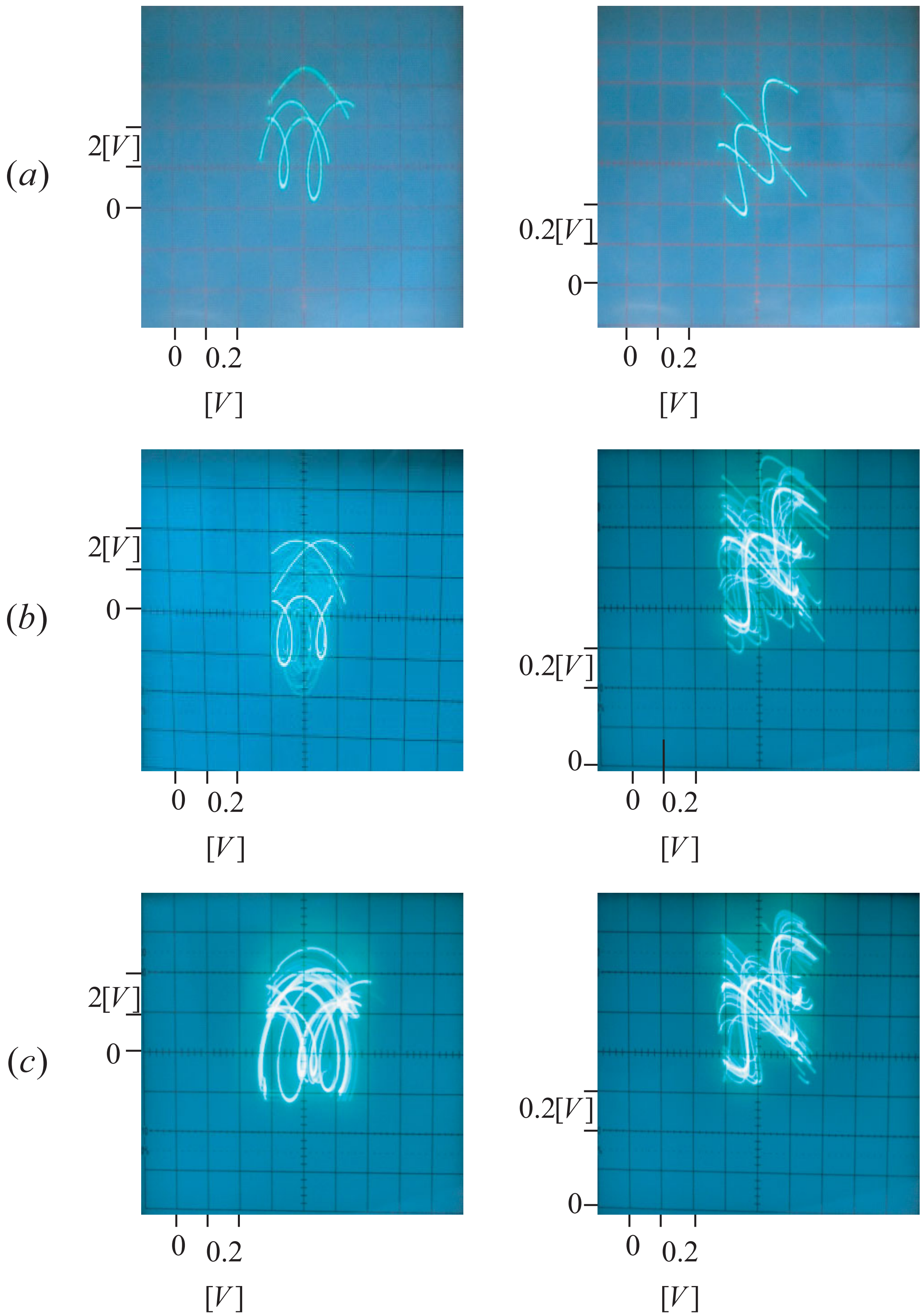


図 4.8: Laboratory experiments ($\gamma_2 \doteq 1$, $\gamma_3 \doteq 78$,) ($\delta \doteq 0.25$, $\lambda \doteq 0.5$, $\omega \doteq 12.5$) $C_1 \doteq C_2 \doteq C_3 \doteq 2[nF]$, $1/g_1 \doteq 1/g_2 \doteq 100[k\Omega], 1/g_3 \doteq 1.25[k\Omega]$, $V_T \doteq 1.0[V]$ (a) $E \doteq 0.4, (d \doteq 2.5 \times 10^{-1})$, (b) $E \doteq 0.5, (d \doteq 2.4 \times 10^{-1})$, (c) $E \doteq 0.5, (d \doteq 4.0 \times 10^{-1})$

第5章　むすび

本論文ではHCSO/CSOに状態依存スイッチと時間依存スイッチを直列に接続した回路のスパイク列の解析手法について考察を行った。これらの回路は、各パラメータを変更することにより、ハイパーカオス/カオス/周期現象の様々なスパイク列を呈する。また、これらの回路は時間依存のスイッチを接続しているため、出力されるスパイク間隔がクロック周期の整数倍の大きさに限定される。これにより、他のスイッチングルールを適用した回路の場合と比較して、回路の動作や出力されるスパイク列の解析が厳密かつ簡単なものとなっている。

スパイク列の解析のために、3つの解析手法を用いた。

Rmapを用いることで、回路の動作の安定性を可視化できる。特にHCSOの場合、Rmapを用いると、ハイパーカオス/カオス/周期現象のそれぞれの場合において特徴的な形状を持つため、それぞれの現象をRmapから分類することが可能である。また、リアプノフ指数を用いることで更に厳密に現象を分類することが可能である。

ヒストグラムを用いることでISIの出現頻度を可視化できる。本論文におけるスイッチングルールを適用した場合、スパイク間隔はクロック周期の整数倍の大きさとなるため、ヒストグラムはいくつかのラインスペクトルを持つ。他のスイッチングルールを用いた場合、ヒストグラムは連続的な山を持つことになり、その場合と比較して解析が容易である。

RPを用いて解析を行うことで動作の周期性や複雑さを可視化することができる。通常のRPに置いてはプロットを行う条件であるしきい値を適切な大きさに設定する必要があるが、本論文におけるスイッチングルールを用いた場合は2つのスパイク間隔が完全に一致した時のみプロットを行う。これにより、表れるRPが1つに限定され、こ

の RP の解析が厳密に行えることがわかった。

また、回路実装により、これらの現象が実際に HCSO/CSO から呈されることを確認し、本論文における解析手法の有効性を示した。

第 2 章では CSO の呈するスパイク列に対し各解析手法を用いて解析を行った。CSO はパラメータによりカオス/周期的なスパイク列を呈する。このスパイク列の解析を行うことで、それぞれの場合のスパイク列特性を分類することが可能であった。

第 3 章では HCSO の呈するスパイク列に対し各解析手法を用いて解析を行った。HCSO の呈するスパイク列の解析において、ハイパーカオス的なスパイク列はカオス的スパイク列を比較して表れるスパイク間隔の大きさの種類が豊富であり、そのばらつきが大きい。このことにより、ハイパーカオス現象はそのスパイク列の振る舞いにおいてもより複雑な動作を呈していることがわかった。

第 4 章では第 3 章に加え、実装回路を用いることで本論文の有効性を示した。

今後の課題として、CSO の呈する分岐現象の詳細な解析や、様々なスパイク列の分類、様々な CSO の解析などがあげられる。

参考文献

[1] E. M. Izhikevich, Resonate-and-fire neurons, Neural Netw., 14, pp. 883-894, 2001

[2] E. M. Izhikevich, Simple Model of Spiking Neurons, IEEE Trans. Neural Networks, 14, 6, pp. 1569-1572, 2003

[3] Y. Yamashita and H. Torikai, A Novel PWC Spiking Neuron Model: Neuron-Like Bifurcation Scenarios and Responses, IEEE Trans. Circuits Syst. I, 59, 11, pp. 2678 - 2691, 2012

[4] S. R. Campbell, D. Wang, and C. jayaprakash, Synchrony and desynchrony in integrate-and-fire oscillators, Neural Comput., 11, pp. 1595-1619, 1999

[5] H. Nakano, T. Saito, Grouping Synchronization in a Pulse-Coupled Network of Chaotic Spiking Oscillators, IEEE Trans. Neural Networks, 15, 5, pp. 1018-1026, 2004

[6] G. M. Maggio, N. Rulkov, and L. Reggiani, Pseudo-chaotic time hopping for UWB impulse radio, IEEE Trans. Circuits Syst. I, 48, 12, pp. 1424-1435, 2001

[7] H. Torikai and T. Nishigami, An artificial chaotic spiking neuron inspired by spiral ganglion cell: parallel spike encoding, theoretical analysis, and electronic circuit implementation, Neural Networks, 22, pp. 664-673, 2009

[8] K. Mitsubori and T. Saito, Dependent switched capacitor chaos generator and its synchronization, IEEE Trans. Circuit Syst. I, 44, 12, pp. 1122-1128, 1997

[9] Y. Kobayashi, H. Nakano and T. Saito, A Simple Chaotic Circuit with Impulsive Switch Depending on Time and State, Nonlinear Dynamics, Springer, 44, pp. 73-79, 2006

[10] K. Mitsubori and T. Saito, Dependent switched capacitor chaos generator and its synchronization, IEEE Trans. Circuit Syst. I, 44, 12, pp. 1122-1128, 1997

[11] K. Mitsubori and T. Saito, Mutually Pulse-coupled Chaotic Circuits by using Dependent Switched Capacitors, IEEE Trans. Circuits Syst. I, 47, 10, pp. 1469-1478, 2000

[12] H. Nakano and T. Saito, Basic dynamics from a pulse-coupled network of autonomous integrate-and-fire chaotic circuits, IEEE Trans. Neural Networks, 13, 1, pp. 92-100, 2002

[13] K. Miyachi, H. Nakano and T. Saito, Response of a simple dependent switched capacitor circuit to a pulse-train input, IEEE Trans. Circuits Syst. I, 50, 9, pp. 1180-1187, 2003

[14] H. Nakano, T. Saito, Grouping Synchronization in a Pulse-Coupled Network of Chaotic Spiking Oscillators, IEEE Trans. Neural Networks, 15, 5, pp. 1018-1026, 2004

[15] Y. Takahashi, H. Nakano and T. Saito, A simple hyperchaos generator based on impulsive switching, IEEE Trans. Circuits Syst. II, 51, 9, pp. 468-472, 2004

[16] Y. Takahashi, H. Nakano and T. Saito, Hyperchaotic spiking oscillators with periodic pulse-train input, IEEE Trans. Circuits Syst. II, 52, 6, pp. 344-348, 2005

[17] Y. Kobayashi, H. Nakano and T. Saito, A Simple Chaotic Circuit with Impulsive Switch Depending on Time and State, Nonlinear Dynamics, Springer, 44, pp. 73-79, 2006

[18] K. Yotsuji, S. Imai, K. Mitsubori and T. Saito, Basic Analysis Tools of Spike-Trains in Chaotic Spiking Oscillators, Proc. NDES, pp. 274-277, 2012

[19] J. P. Eckmann, S. O. Kamphorst, and D. Ruelle, Recurrence Plots of Dynamical Systems, Europhysics Letters, 5, pp. 973-977, 1987

[20] M. Koebbe, and G. M. Kress, Use of recurrence plot in the analysis of Time-Series Data, Nonlinear Modeling and Forecasting, pp. 361-378, 1992

[21] K. Yotsuji, T. Saito and K. Mitsubori, A Hyperchaotic Circuit with Impulsive Switching Controlled by Refractory Threshold and Spike-Train Input, Proc. NOLTA, pp. 425-428, 2013

研究業績

(原著論文)

K. Yotsuji, T. Saito, ”Basic Analysis of Hyperchaotic Spiking Oscillators with Impulsive Switching,” Nonlinear Theory and its Applications(NOLTA), 2014, submitted

(国際会議 (査読あり))

K. Yotsuji, T. Saito and K. Mitsubori, ”A Hyperchaotic Circuit with Impulsive Switching Controlled by Refractory Threshold and Spike-Train Input,” Proc. of 2013 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2013), pp. 423-428, 2013

K. Yotsuji, S. Imai and T. Saito, ”Basic Analysis Tools of Spike-Trains in Chaotic Spiking Oscillators,” Proc. of Nonlinear Dynamics of Electronic Systems 2012 (NDES2012), pp. 274-277, 2012

(国際会議 (査読なし))

K. Yotsuji, T. Saito, ”Basic Analysis of Hyperchaotic Circuit with Time and State Dependent Switches,” 電子情報通信学会技術研究報告, NLP2013-115, 2013

(研究会発表 (査読あり))

四辻和希, 斎藤利通, ”状態と時間に依存する発火スイッチを有するハイパーカオス回路,” 回路とシステムワークショップ論文集, pp. 39-42, 2013

四辻和希, 三堀邦彦, 斎藤利通, ”カオス的スパイク発振器が呈するスパイク列の解析,” 回路とシステムワークショップ論文集, pp. 40-43, 2012

(研究会発表 (査読なし))

四辻和希, 斎藤利通, ”非自律系カオス的スパイク発振器のスパイク列の解析,” 電子情報通信学会技術研究報告, NC2012-135, 2013

四辻和希, 斎藤利通, ”リカレンスプロットに基づくスパイク信号の解析: カオス的スパイク発振器の例,” 電子情報通信学会技術研究報告, NC2012-72, 2012

四辻和希, 今井聡志, 三堀邦彦, 斎藤利通, ”状態と時間に依存して発火するカオス的スパイク発振器の解析,” 電子情報通信学会技術研究報告, NLP2011-136, 2012

今井聡志, 四辻和希, 斎藤利通, ”2 種類のインパルススイッチを有するカオススパイク発振器の ISI 特性,” 電子情報通信学会技術研究報告, NLP2011-99, 2011

(大会発表)

四辻和希, 三堀邦彦, 斎藤利通, ”2 種類の発火スイッチを有するカオス的スパイク発振器が呈するスパイク列の解析手法,” 電子情報通信学会ソサイエティ大会, A-2-21, 2012

四辻和希, 三堀邦彦, 斎藤利通, ”2 種類の発火スイッチを有するカオス的スパイク発振器,” 電子情報通信学会ソサイエティ大会, A-2-24, 2011

謝辞

本論文は著者が法政大学大学院工学研究科電気工学専攻に在学中に行ったものである。この研究は同大学理工学部電気電子工学科斎藤利通教授の指導下で行ったもので、全ての研究活動を遂行するにあたり同教授から大変御参考になる御指導・御鞭撻を沢山賜りました。ここに心から深謝いたします。

また、研究活動中に貴重なご助言・ご討論を賜りました拓殖大学工学部電子システム工学科三堀邦彦准教授には感謝の意を表明いたします。

最後に法政大学理工学部電気電子工学科 斎藤利通研究室の皆様にはいろいろな有益な御討論・ご助言を戴きました。ここに感謝の意を表します。