法政大学学術機関リポジトリ HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

PDF issue: 2025-07-16

フォトンカウンティング型X線CTを用いた特 異値分解による媒質の分離

馬路, 武志 / MAJI, Takeshi

(出版者 / Publisher)法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要.理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要.理工学・工 学研究科編

(巻 / Volume)
55
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
7
(発行年 / Year)
2014-03-24
(URL)
https://doi.org/10.15002/00010500

フォトンカウンティング型X線CTを用いた特異値分解による媒 質の分離

Material decomposition using a singular value decomposition method with photon counting X-ray CT

馬路武志

Takeshi Maji

指導教員 尾川浩一

法政大学大学院工学研究科情報電子工学専攻修士課程

In this paper we investigated the performance of some methods for a material decomposition using Monte Carlo simulations. The results of the simulations showed that the accuracy of a singular value decomposition method strongly depended on the amount of eigenvalues. And so we proposed a new material decomposition method for the materials having small eigenvalues such as calcium and iopamidol.

Key Words : Material decomposition, Singular value decomposition

1. はじめに

現在の医療現場において CT(Computed Tomography) を用いた画像診断は欠かせないものとなっている。本研究で 扱う透過型 CT は被検体に外部から X 線を照射し、通過し た X 線を対面においた検出器で観測を行うものであり、こ の観測を複数方向から行いコンピュータを用いて処理を行う ことで、X 線の吸収分布を映像化し、被検体の内部構造を断 層画像として視覚的に把握することができる。これは肉体的 な苦痛がほとんどなく、短い時間で情報が得られるため、病 巣の早期発見や治療、診断などにおいて大いに役立つ。

X線 CT に用いられる X線はその発生方法から、様々 なエネルギーを含んでいる。現在、一般的に使用されている X線 CT では検出した X線光子のエネルギー積分値が検出 結果となる。これはエネルギー積分型 CT と呼ばれ、様々な エネルギーの X線が検出される。この中には低エネルギー の X線光子も含まれ、ビームハードニングの影響を受ける ことになる。ビームハードニングとは X線が物体を透過す る際に、その透過距離が長くなるにつれて、低エネルギーの 光子の寄与が小さくなる。低エネルギーの光子は、吸収の影 響を受けやすく、透過距離が長くなるにつれて高エネルギー の光子の割合が大きくなる。

これらの CT は物体を開くことなく、その中身を見るこ とができるため、医療現場のみならず、非破壊検査への応用 も進められている。特にデュアルエナジー法 [1] などを用い た媒質の分離、濃度の推定は食品生産ラインでの金属等の異 物の検出、カルシウムのみを分離することで造影画像からの 骨除去、骨粗しょう症の診断において骨密度の測定等におい て用いられている。

しかし、現在用いられているエネルギー積分型の検出器 を用いた媒質の分離では X 線エネルギーの積分値を測定し ているため、個々の検出光子のエネルギー情報を得ることが 困難である。この積分値とは、X 線光子のエネルギー値を そのエネルギースペクトル全体で積分して測定する方法であ り、エネルギーの大きさごとの媒質の違いが測定できない。 これに対して半導体検出器を用いてフォトンカウンティング 測定することで個々の検出光子のエネルギー情報を検出し、 媒質同定の精度を高めることができる。

本研究の目的はヨウ素とカルシウムの媒質の分離、密度 の推定である。ヨウ素は血管の造影に利用される。しかし、 ヨウ素の K エッジがおよそ 33keV に存在するため、ビーム ハードニングの影響を回避するために低エネルギー帯をカッ トしてしまうと K エッジによる差異を用いることができな い。さらに、カルシウムとヨウ素のスペクトルが非常に類似 した曲線であることも媒質分離を困難としている要因の一つ である。本研究では媒質の分離と密度の推定の処理を分ける ことで、精度の高い媒質の分離、密度の推定を可能とした。 また、これと並行して現在考案されている様々な媒質分離の 手法について比較を行った。この際に実際の検出で起こりう る様々な問題が与える影響についてもシミュレーションから 考察を行った。

2. 媒質分離の手法

(1) 従来手法

(a) 主成分分析を用いた手法 主成分分析法 (Principal Component Analysis : PCA)[2] とは、互いに相関のある多種類の特性値をもつ情報を互いに無相関な少数個の総合特性値 (主成分) に要約する手法である。例えば、n 個のサンプルデータが独立に得られ、各々のデータについて何らかの相関関係がある p 個の変量 $(x_1, x_2, x_3, ..., x_p : ただし p \ge 2)$ が測定されたとする。これを数学的に解釈すると、n 個のデータについて p 次元ベクトル量 $(x_1, x_2, x_3, ..., x_p)$ が測定されたのと同等である。また同じ対象について測定されているため、この p 個の特性値の間には何らかの相関関係が 期待される。

X線 CT によって得られたデータを再構成し、1 ピクセ ルにつき p個 (本研究では 4 個)のエネルギー帯ごとの線減 衰係数を用いて媒質ごとの相関を見出す。 (b) 特異値分解を用いた手法 特異値分解 (Singular Value Decomposition)[3] とは行列分解の一手法であり、信号処理や統計学などの分野で多変量データを解析する際に用いられている。 *A* を m 行 n 列の行列としたとき、

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^T \tag{1}$$

という形で A の分解が存在する。ここで V、U は直交行列 であり、 Σ はその要素に A^2 の固有値の平方根をもつ対角 行列で、それぞれの要素は特異値と呼ばれる。ここで $A^+ = V\Sigma^{-1}U^T$ とすると A の疑似逆行列 A^+ が求められる。

投影データに対して用いられている媒質の質量減衰係数 の組み合わせで特異値分解を行うことで、媒質ごとの密度を 求めることができる。

(c) 最小二乗法を用いた手法 最小二乗法 (Least Squares Method)[4] とは測定で得られた数値の組を適切な モデルの関数を用いて近似する際に、想定する関数と測定値 の差の二乗和を最小とするようにパラメータを決定する方法 である。

この最小二乗法を応用してフォトンカウンティング型検 出器によって得られたデータから媒質の分離、密度の推定を 行う手順は以下の3ステップに分けられる。

1. ファントム内に存在する混合物の質量減衰係数を求める

2. 媒質の種類を推定する

3. 媒質の密度を推定する

1 の手順について説明する。基準値作成用に密度が既知 である複数個の密度の異なった媒質を用いて画像の再構成を 行う。ここで密度 ρ は既知であるため質量減衰係数を求める ことができる。この手法を用いることで混合物の質量減衰係 数の近似値を得ることができる。

次に2の手順について説明する。1より求められた質量減 衰係数を用いることで媒質分離を行う対象の再構成画像のピ クセルが何の媒質であるのかを以下の式を用いて推定する。

$$J(i) = \sum_{E=1}^{F} (\mu(E)) - \rho(i)\mu'_i(E))^2$$
(2)

ここで i は媒質の種類、F はエネルギー帯の総数、 μ は測定 された線減衰係数、 μ' は手順の 1 で推定された質量減衰係数 を表す。J(i) を最小とする ρ (i) を求め、この時得られる J(i) のうち最も最小となる i をそのピクセルが含む媒質とする。

2 で分離されたピクセルに対し、Eq. (2) で得られた i の 密度をその媒質の密度とする。

(2) 提案手法

本論文では、媒質の分離と密度の推定を分けて行うこと で固有値が低い場合に精度が下がってしまう問題を解決した。 カルシウムとイオパミドール(ヨウ素)の組み合わせの例を 用いて手法の説明を行う。まず、カルシウムとイオパミドー ルの質量減衰係数の平均値、それ以外の媒質の組み合わせを 用いて特異値分解による媒質分離を行うことで、このカルシ ウムとイオパミドールの2つとそれ以外の媒質を分離する。 この時に閾値を用いてカルシウムとイオパミドールが分布す る箇所を知ることができる。それぞれの箇所に対して個別に 特異値分解を行うことで精度が高い密度の推定を行うことが できる。

3. シミュレーション条件

以下のようなファントムを用いて様々な条件で光子輸送 シミュレーションを行った。この時のジオメトリは図1に、 条件を表1に、用いたファントムは図2に示す。ここで水 (白い円)とカルシウム(Ca)は人体を表しており、ガドペン テトジメグルミン酸(Gd)、金コロイド(Au)は造影剤を表 している。今回は1.固有値が大きい媒質の組み合わせ2.固 有値が小さい媒質の組み合わせ、3.検出器のエネルギー分解 能を下げた場合、エネルギー帯の幅を変えた場合、4.エネル ギー帯の閾値をずらした場合、5.異なる濃度が含まれる場合 の5つの異なる条件下で光子輸送シミュレーションを行った。



図1シミュレーションのジオメトリ

管電圧	90keV
フィルタ	Al 10mm
投影数	360 投影
ピクセルサイズ	0.1cm
再構成法	FBP
ノイズ除去	バターワースフィルタ

表1シミュレーション条件



図 2 使用したファントム

- 4. シミュレーション結果
- (1) 固有値の大きい媒質の組み合わせ

図3に固有値が大きい組み合わせの媒質を用いて特異値 分解によって媒質の分離を行った結果を示す。この時の入射 光子数ごとの誤差率を図4に示す。媒質の分離は正しく行わ れているが、カルシウムの誤差率が約10%になっている。誤 差率は式(3)によって得られる。最小二乗法で得られた入射 光子数ごとの誤差率は図5に示す。





(a) H₂O の因子画像

(b) Gd の因子画像





(c) Ca の因子画像

(d) Au の因子画像

図3特異値分解による因子画像



図4 特異値分解によって推定された密度の誤差率

誤差率 $(Errorratio) = \frac{| 測定値 - 理論値 |}{理論値} \times 100$ (3)



図5最小二乗法によって推定された密度の誤差率

(2) 固有値が小さい媒質の組み合わせ

固有値が小さい媒質の組み合わせの結果を示す。この時 に用いた媒質は水 (H₂O)、カルシウム (Ca)、イオパミドー ル (I) である。図 6 に特異値分解によって得られた結果を示 す。表2にこの時推定された密度の誤差率を示す。媒質分離 はうまくいかず、密度の推定の精度も悪くなってしまった。

次に最小二乗法を用いて得られた結果を図7に示す。媒 質分離は正しく行われたが、密度の推定の精度が悪くなって しまっている。

提案手法によって得られた結果の画像を図8に、この時 n推定された密度の誤差率を表3に示す。アーティファクト が発生したものの媒質分離は正しく行われており、密度の推 定も他の手法より正確であった。



(a) H_2O の因子画像 (b) Iの因子画像 (c) Caの因子画像

図6特異値分解による因子画像

表2 特異値分解によって推定された混合物の密度

	媒質ごとの密度	理論値
Ca	$0.178 {\pm} 0.1$	0.6
Ι	$0.14{\pm}0.05$	0.1



図7最小二乗法によって推定された密度の誤差率



(a) H₂Oの因子画像
 (b) Iの因子画像
 (c) Caの因子画像
 図8提案手法による因子画像

表3提案手法によって推定された混合物の密度

	媒質ごとの密度	理論値	誤差率
Ca	$0.778 {\pm} 0.1$	0.6	6.8
Ι	$0.1 {\pm} 0.05$	0.1	3.6

(3) エネルギー分解能

エネルギー分解能を下げた場合について述べる。今回は FWHM が全体(90keV)の2%、4%、6%、8%のガウス関数 を畳み込んだ場合について調べた。まずは特異値分解によっ て推定されたガドペンテトジメグルミン酸の密度の誤差率を 図9に、カルシウムの密度の誤差率を図10に、金コロイド の密度の誤差率を図11示す。横軸のMSEは理想的な質量 減衰係数とぼかされた質量減衰係数の差を表す。

次に最小二乗法を用いた手法による結果を図 12 示す。この手法を用いた場合、エネルギー分解能による影響はあまり 受けなかったため、横軸を FWHM とした。



図 9 特異値分解によって推定された Gd の密度の誤 差率



図 10 特異値分解によって推定された Ca の密度の誤 差率



図 11 特異値分解によって推定された Au の密度の誤 差率



図 12 最小二乗法によって推定された密度の誤差率

(4) エネルギー帯の間隔

次にエネルギー帯の間隔を 5keV、10keV としたときの 入射光子数毎の誤差率を示す。まずは特異値分解によって得 られた結果を示す。図 13 にエネルギー帯の間隔が 5keV の、 図 14 に 10keV の時の結果を示す。

次に最小二乗法を用いた手法で得られた結果を示す。エ ネルギー帯が5keVの時の入射光子数毎の誤差率を図15 に、 10keV にした時の結果を図16 に示す。



図 13 エネルギー帯が 5keV のときに特異値分解によって推定された密度の誤差率



図 14 エネルギー帯が 10keV の時に特異値分解によっ て推定された密度の誤差率



図 15 エネルギー帯が 5keV のときに最小二乗法によっ て推定された密度の誤差率



図 16 エネルギー帯が 10keV の時に最小二乗法によっ て推定された密度の誤差率

(5) エネルギー閾値のズレ

次にエネルギーの閾値をずらした場合の誤差率を示す。 ますは特異値分解によって得られた結果を示す。横軸の MSE はずれる前の質量減衰係数とずれた後の質量減衰係数の差を 表す。図中の Shfit+〇は設定した閾値からずれたエネルギー の量を示す。特異値分解によって得られた、ガドペンテトジ メグルミン酸の密度の誤差率を図 17 に、カルシウムの密度 の誤差率を図 18 に、金コロイドの密度の誤差率を図 19 に 示す。





図 17 特異値分解によって推定された Gd の密度の誤 差率











図 20 最小二乗法によって推定された密度の誤差率

(6) 異なる濃度のガドペンテトジメグルミン酸、カルシ ウム

次は同ファントムの中に濃度の異なる媒質が複数含まれ る場合について調べた。用いた媒質は水、濃度が 30%、20% 、10% のガドペンテトジメグルミン酸、濃度が 60%、50% 、40% のカルシウムである。まずは特異値分解によって得ら れた入射光子数ごとの誤差率を図 21、図 22 に示す。

次に最小二乗法によって得られた入射光子数ごとの誤差 率を図 23、図 24 に示す。



図 21 特異値分解によって推定された Ca の密度の誤 差率



図 22 特異値分解によって推定された Gd の密度の誤 差率



図 23 最小二乗法によって推定された Ca の密度の誤 差率



図 24 最小二乗法によって推定された Gd の密度の誤 差率

5. 考察

固有値が大きな媒質の組み合わせでは特異値分解、最小 二乗法のどちらも正確な媒質の分離、誤差率10%以下での 密度の推定を行うことができた。しかし、固有値が小さな媒 質の組み合わせの場合、特異値分解では媒質の分離も正確に は行うことができなかった。これに対して本研究の提案手法 を用いることで若干のアーティファクトが出てしまうものの、 誤差率10%以下での密度の推定を行うことができた。最小 二乗法を用いた手法では基準値となる質量減衰係数の作成 がうまくいかなかったため、密度の推定の精度が下がってし まった。

エネルギー分解能を下げた場合、最小二乗法を用いた手 法ではこの影響は受けなかったが、特異値分解を用い場合、 ガドペンテトジメグルミン酸、金コロイドはエネルギー分解 能が下がるにつれ誤差率も上がったが、カルシウムは誤差率 が下がった。これはカルシウムに K エッジがないためであ ると考えられる。

エネルギー帯を 10keV、5keV にした場合、安定した密 度が推定されるための入射光子数が増えた。特異値分解を用 いた手法では媒質ごとの固有値も変化してしまったため、金 コロイドの誤差率が上昇してしまった。

エネルギーの閾値をずらした場合、ズレの量が大きくな るほど誤差率も上昇した。濃度の異なる様々な媒質に対して は特異値分解を用いた手法、最小二乗法を用いた手法のどち らもビームハードニングの影響を受け、カルシウムの誤差率 が下がった。また、最小二乗法を用いた手法では正しく基準 となる質量減衰係数も求めることができなかったため、ガド ペンテトメグルミン酸の誤差率も下がっている。

6. まとめ

主成分分では再構成画像のコントラストを改善すること ができたが、絶対的に密度の推定を行うことはできなかった。 特異値分解、最小二乗法を用いることで媒質の分離、密度の 推定を行うことができた。しかし、特異値分解は検出器のエ ネルギー分解能など様々な問題の影響を受けやすい。最小二 乗法はこれらの影響を受けずらいが、基準となる質量減衰係 数の作成が必要となり現実的ではない。

参考文献

- X. Liu, L. Yu, A. N. Primak, and C. H. McCollough, " Quantitative imaging of element composition and mass fraction using dual-energy CT: Three-material decomposition, " Med. Phys. 36, 1602-1609 (2009).
- 2) Giersch, J., Firsching, M., Niederlohner, D., Anton, G. (2005). "Material reconstruction with spectroscopic pixel X-ray detectors," Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 546(1), 125-130
- 3) Butler, A. P., Butzer, J., Schleich, N., Cook, N. J., Anderson, N. G., Scott, N., et al. & Butler, P. H. (2011). "Processing of spectral X-ray data with principal components analysis," Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 633, S140-S142.
- Huy Q. Le and Sabee Molloi, "Least squares parameter estimation methods for material decomposition with energy discrimination detectors", Med. Phys. 38(1), January 2011