

### フォトンカウンティング型X線CTを用いた特異値分解による媒質の分離

馬路, 武志 / MAJI, Takeshi

---

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

55

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

7

(発行年 / Year)

2014-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00010500>

# フォトンカウンティング型 X 線 CT を用いた特異値分解による媒質の分離

Material decomposition using a singular value decomposition method with photon counting X-ray CT

馬路武志

Takeshi Maji

指導教員 尾川浩一

法政大学大学院理工学研究科情報電子工学専攻修士課程

In this paper we investigated the performance of some methods for a material decomposition using Monte Carlo simulations. The results of the simulations showed that the accuracy of a singular value decomposition method strongly depended on the amount of eigenvalues. And so we proposed a new material decomposition method for the materials having small eigenvalues such as calcium and iopamidol.

*Key Words* : Material decomposition, Singular value decomposition

## 1. はじめに

現在の医療現場において CT(Computed Tomography) を用いた画像診断は欠かせないものとなっている。本研究で扱う透過型 CT は被検体に外部から X 線を照射し、通過した X 線を対面においた検出器で観測を行うものであり、この観測を複数方向から行いコンピュータを用いて処理を行うことで、X 線の吸収分布を映像化し、被検体の内部構造を断層画像として視覚的に把握することができる。これは肉体的な苦痛がほとんどなく、短い時間で情報が得られるため、病巣の早期発見や治療、診断などにおいて大いに役立つ。

X 線 CT に用いられる X 線はその発生方法から、様々なエネルギーを含んでいる。現在、一般的に使用されている X 線 CT では検出した X 線光子のエネルギー積分値が検出結果となる。これはエネルギー積分型 CT と呼ばれ、様々なエネルギーの X 線が検出される。この中には低エネルギーの X 線光子も含まれ、ビームハードニングの影響を受けることになる。ビームハードニングとは X 線が物体を透過する際に、その透過距離が長くなるにつれて、低エネルギーの光子の寄与が小さくなる。低エネルギーの光子は、吸収の影響を受けやすく、透過距離が長くなるにつれて高エネルギーの光子の割合が大きくなる。

これらの CT は物体を開くことなく、その中身を見ることができると、医療現場のみならず、非破壊検査への応用も進められている。特にデュアルエネルギー法 [1] などを用いた媒質の分離、濃度の推定は食品生産ラインでの金属等の異物の検出、カルシウムのみを分離することで造影画像からの骨除去、骨粗しょう症の診断において骨密度の測定等において用いられている。

しかし、現在用いられているエネルギー積分型の検出器を用いた媒質の分離では X 線エネルギーの積分値を測定しているため、個々の検出光子のエネルギー情報を得ることが困難である。この積分値とは、X 線光子のエネルギー値をそのエネルギースペクトル全体で積分して測定する方法であり、エネルギーの大きさごとの媒質の違いが測定できない。

これに対して半導体検出器を用いてフォトンカウンティング測定することで個々の検出光子のエネルギー情報を検出し、媒質同定の精度を高めることができる。

本研究の目的はヨウ素とカルシウムの媒質の分離、密度の推定である。ヨウ素は血管の造影に利用される。しかし、ヨウ素の K エッジがおよそ 33keV に存在するため、ビームハードニングの影響を回避するために低エネルギー帯をカットしてしまうと K エッジによる差異を用いることができない。さらに、カルシウムとヨウ素のスペクトルが非常に類似した曲線であることも媒質分離を困難としている要因の一つである。本研究では媒質の分離と密度の推定の処理を分けることで、精度の高い媒質の分離、密度の推定を可能とした。また、これと並行して現在考案されている様々な媒質分離の手法について比較を行った。この際に実際の検出で起こりうる様々な問題が与える影響についてもシミュレーションから考察を行った。

## 2. 媒質分離の手法

### (1) 従来手法

(a) 主成分分析を用いた手法 主成分分析法 (Principal Component Analysis : PCA)[2] とは、互いに相関のある多種類の特性値をもつ情報を互いに無相関な少数個の総合特性値 (主成分) に要約する手法である。例えば、 $n$  個のサンプルデータが独立に得られ、各々のデータについて何らかの相関関係がある  $p$  個の変数  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)$  : ただし  $p \geq 2$  が測定されたとする。これを数学的に解釈すると、 $n$  個のデータについて  $p$  次元ベクトル量  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)$  が測定されたのと同様である。また同じ対象について測定されているため、この  $p$  個の特性値の間には何らかの相関関係が期待される。

X 線 CT によって得られたデータを再構成し、1 ピクセルにつき  $p$  個 (本研究では 4 個) のエネルギー帯ごとの線減衰係数を用いて媒質ごとの相関を見出す。

(b) 特異値分解を用いた手法 特異値分解 (Singular Value Decomposition)[3] とは行列分解の一手法であり、信号処理や統計学などの分野で多変量データを解析する際に用いられている。A を m 行 n 列の行列としたとき、

$$A = U\Sigma V^T \quad (1)$$

という形で A の分解が存在する。ここで V、U は直交行列であり、 $\Sigma$  はその要素に  $A^2$  の固有値の平方根をもつ対角行列で、それぞれの要素は特異値と呼ばれる。ここで  $A^+ = V\Sigma^{-1}U^T$  とすると A の疑似逆行列  $A^+$  が求められる。

投影データに対して用いられている媒質の質量減衰係数の組み合わせで特異値分解を行うことで、媒質ごとの密度を求めることができる。

(c) 最小二乗法を用いた手法 最小二乗法 (Least Squares Method)[4] とは測定で得られた数値の組を適切なモデルの関数を用いて近似する際に、想定する関数と測定値の差の二乗和を最小とするようにパラメータを決定する方法である。

この最小二乗法を応用してフォトンカウンティング型検出器によって得られたデータから媒質の分離、密度の推定を行う手順は以下の 3 ステップに分けられる。

1. ファントム内に存在する混合物の質量減衰係数を求める

2. 媒質の種類を推定する

3. 媒質の密度を推定する

1 の手順について説明する。基準値作成用に密度が既知である複数個の密度の異なる媒質を用いて画像の再構成を行う。ここで密度  $\rho$  は既知であるため質量減衰係数を求めることができる。この手法を用いることで混合物の質量減衰係数の近似値を得ることができる。

次に 2 の手順について説明する。1 より求められた質量減衰係数を用いることで媒質分離を行う対象の再構成画像のピクセルが何の媒質であるのかを以下の式を用いて推定する。

$$J(i) = \sum_{E=1}^F (\mu(E) - \rho(i)\mu'_i(E))^2 \quad (2)$$

ここで i は媒質の種類、F はエネルギー帯の総数、 $\mu$  は測定された線減衰係数、 $\mu'$  は手順の 1 で推定された質量減衰係数を表す。J(i) を最小とする  $\rho(i)$  を求め、この時得られる J(i) のうち最も最小となる i をそのピクセルが含む媒質とする。

2 で分離されたピクセルに対し、Eq. (2) で得られた i の密度をその媒質の密度とする。

## (2) 提案手法

本論文では、媒質の分離と密度の推定を分けて行うことで固有値が低い場合に精度が下がってしまう問題を解決した。カルシウムとイオパミドール (ヨウ素) の組み合わせの例を用いて手法の説明を行う。まず、カルシウムとイオパミドールの質量減衰係数の平均値、それ以外の媒質の組み合わせを用いて特異値分解による媒質分離を行うことで、このカルシウムとイオパミドールの 2 つとそれ以外の媒質を分離する。この時に閾値を用いてカルシウムとイオパミドールが分布する箇所を知ることができる。それぞれの箇所に対して個別に特異値分解を行うことで精度が高い密度の推定を行うことができる。

## 3. シミュレーション条件

以下のようなファントムを用いて様々な条件で光子輸送シミュレーションを行った。この時のジオメトリは図 1 に、条件を表 1 に、用いたファントムは図 2 に示す。ここで水 (白い円) とカルシウム (Ca) は人体を表しており、ガドベントジメグルミン酸 (Gd)、金コロイド (Au) は造影剤を表している。今回は 1. 固有値が大きい媒質の組み合わせ 2. 固有値が小さい媒質の組み合わせ、3. 検出器のエネルギー分解能を下げた場合、エネルギー帯の幅を変えた場合、4. エネルギー帯の閾値をずらした場合、5. 異なる濃度が含まれる場合の 5 つの異なる条件下で光子輸送シミュレーションを行った。

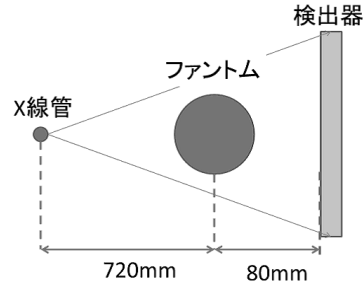


図 1 シミュレーションのジオメトリ

管電圧	90keV
フィルタ	Al 10mm
投影数	360 投影
ピクセルサイズ	0.1cm
再構成法	FBP
ノイズ除去	バターワースフィルタ

表 1 シミュレーション条件

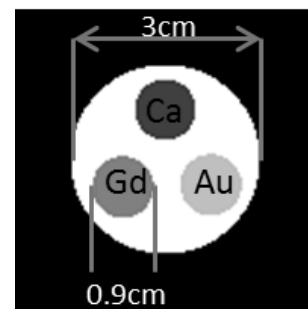
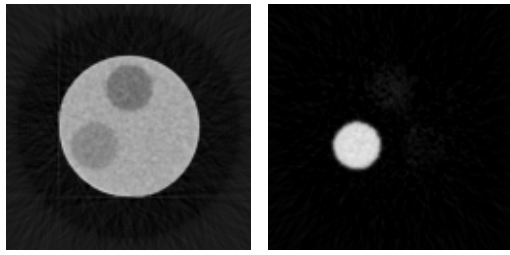


図 2 使用したファントム

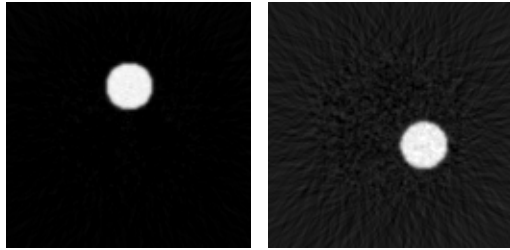
## 4. シミュレーション結果

### (1) 固有値の大きい媒質の組み合わせ

図 3 に固有値が大きい組み合わせの媒質を用いて特異値分解によって媒質の分離を行った結果を示す。この時の入射光子数ごとの誤差率を図 4 に示す。媒質の分離は正しく行われているが、カルシウムの誤差率が約 10% になっている。誤差率は式 (3) によって得られる。最小二乗法で得られた入射光子数ごとの誤差率は図 5 に示す。



(a) H<sub>2</sub>O の因子画像 (b) Gd の因子画像



(c) Ca の因子画像 (d) Au の因子画像

図 3 特異値分解による因子画像

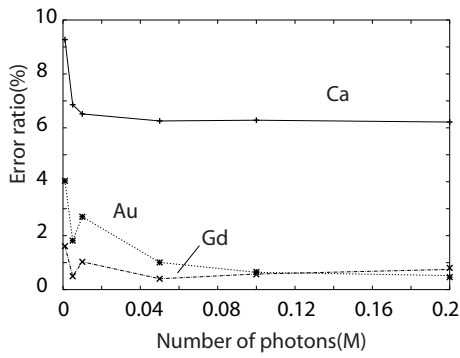


図 4 特異値分解によって推定された密度の誤差率

$$\text{誤差率 (Error ratio)} = \frac{|\text{測定値} - \text{理論値}|}{\text{理論値}} \times 100 \quad (3)$$

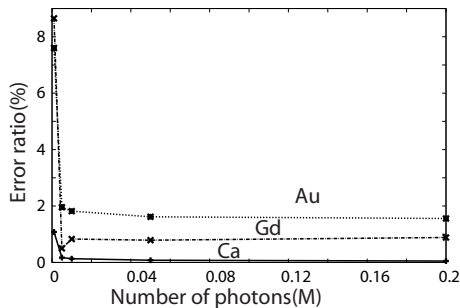


図 5 最小二乗法によって推定された密度の誤差率

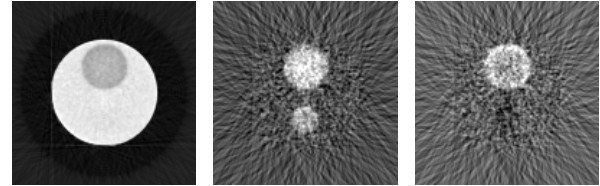
(2) 固有値が小さい媒質の組み合わせ

固有値が小さい媒質の組み合わせの結果を示す。この時に用いた媒質は水 (H<sub>2</sub>O)、カルシウム (Ca)、イオパミドール (I) である。図 6 に特異値分解によって得られた結果を示

す。表 2 にこの時推定された密度の誤差率を示す。媒質分離はうまくいかず、密度の推定の精度も悪くなってしまった。

次に最小二乗法を用いて得られた結果を図 7 に示す。媒質分離は正しく行われたが、密度の推定の精度が悪くなってしまっている。

提案手法によって得られた結果の画像を図 8 に、この時 n 推定された密度の誤差率を表 3 に示す。アーティファクトが発生したものの媒質分離は正しく行われており、密度の推定も他の手法より正確であった。



(a) H<sub>2</sub>O の因子画像 (b) I の因子画像 (c) Ca の因子画像

図 6 特異値分解による因子画像

表 2 特異値分解によって推定された混合物の密度

	媒質ごとの密度	理論値
Ca	0.178±0.1	0.6
I	0.14±0.05	0.1

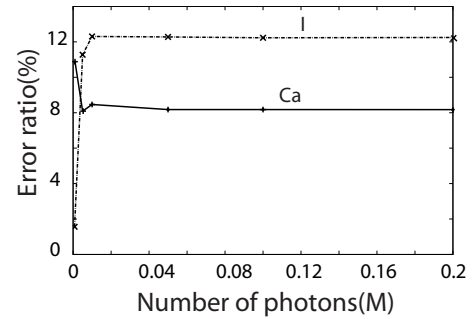
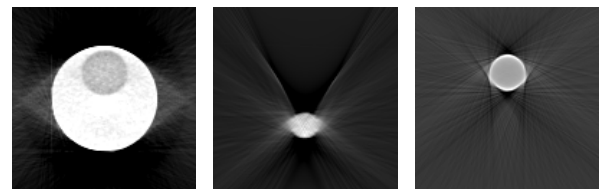


図 7 最小二乗法によって推定された密度の誤差率



(a) H<sub>2</sub>O の因子画像 (b) I の因子画像 (c) Ca の因子画像

図 8 提案手法による因子画像

表 3 提案手法によって推定された混合物の密度

	媒質ごとの密度	理論値	誤差率
Ca	0.778±0.1	0.6	6.8
I	0.1±0.05	0.1	3.6

### (3) エネルギー分解能

エネルギー分解能を下げた場合について述べる。今回は FWHM が全体 (90keV) の 2%、4%、6%、8% のガウス関数を畳み込んだ場合について調べた。まずは特異値分解によって推定されたガドベントジメグルミン酸の密度の誤差率を図 9 に、カルシウムの密度の誤差率を図 10 に、金コロイドの密度の誤差率を図 11 示す。横軸の MSE は理想的な質量減衰係数とほかされた質量減衰係数の差を表す。

次に最小二乗法を用いた手法による結果を図 12 示す。この手法を用いた場合、エネルギー分解能による影響はあまり受けなかったため、横軸を FWHM とした。

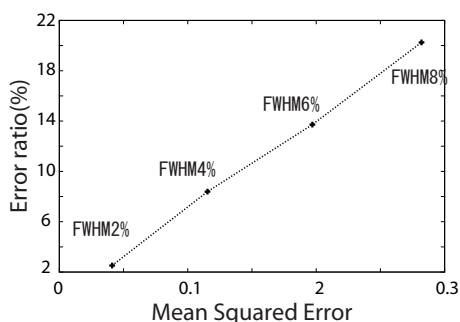


図 9 特異値分解によって推定された Gd の密度の誤差率

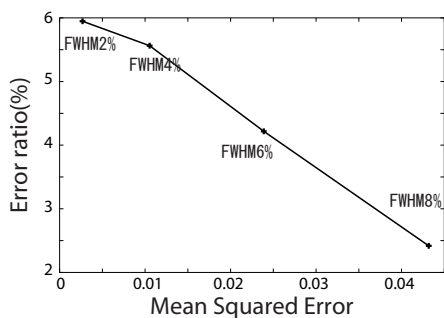


図 10 特異値分解によって推定された Ca の密度の誤差率

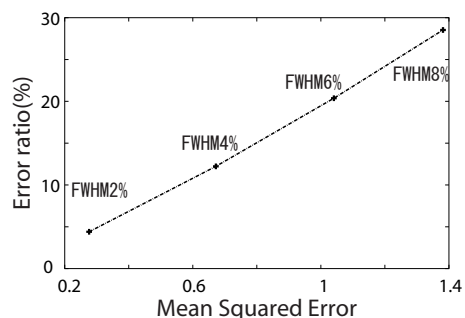


図 11 特異値分解によって推定された Au の密度の誤差率

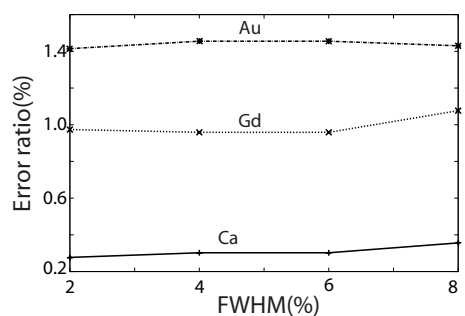


図 12 最小二乗法によって推定された密度の誤差率

### (4) エネルギー帯の間隔

次にエネルギー帯の間隔を 5keV、10keV としたときの入射光子数毎の誤差率を示す。まずは特異値分解によって得られた結果を示す。図 13 にエネルギー帯の間隔が 5keV の、図 14 に 10keV の時の結果を示す。

次に最小二乗法を用いた手法で得られた結果を示す。エネルギー帯が 5keV の時の入射光子数毎の誤差率を図 15 に、10keV にした時の結果を図 16 に示す。

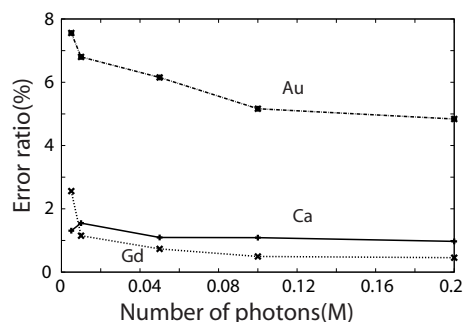


図 13 エネルギー帯が 5keV のときに特異値分解によって推定された密度の誤差率

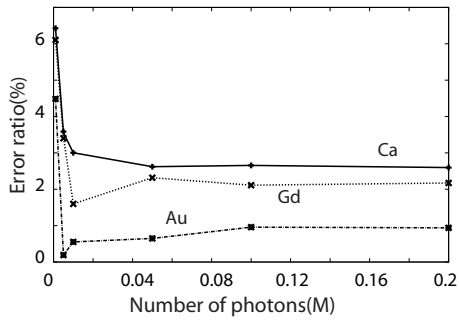


図 14 エネルギー帯が 10keV の時に特異値分解によって推定された密度の誤差率

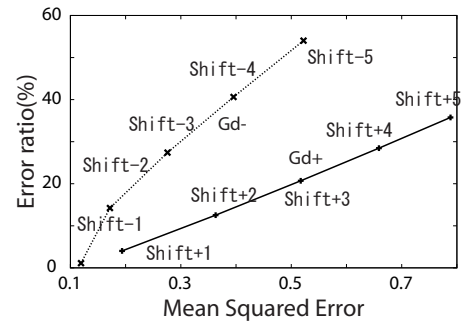


図 17 特異値分解によって推定された Gd の密度の誤差率

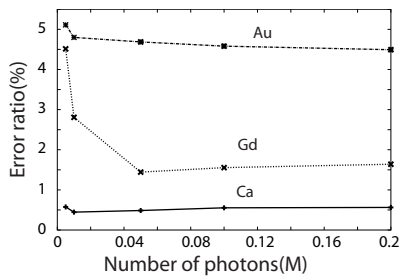


図 15 エネルギー帯が 5keV のときに最小二乗法によって推定された密度の誤差率

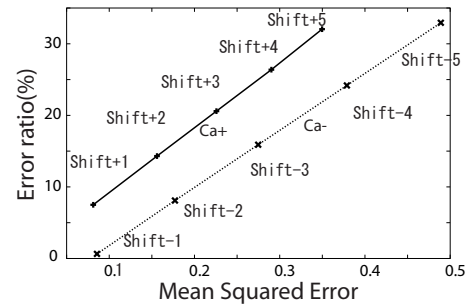


図 18 特異値分解によって推定された Ca の密度の誤差率

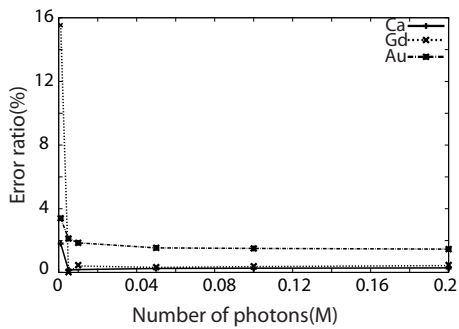


図 16 エネルギー帯が 10keV の時に最小二乗法によって推定された密度の誤差率

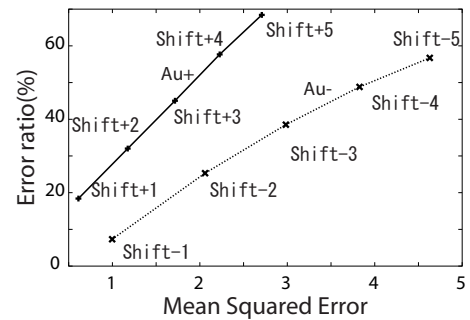


図 19 特異値分解によって推定された Au の密度の誤差率

### (5) エネルギー閾値のズレ

次にエネルギーの閾値をずらした場合の誤差率を示す。まずは特異値分解によって得られた結果を示す。横軸の MSE はずれる前の質量減衰係数とずれた後の質量減衰係数の差を表す。図中の Shift+○は設定した閾値からずれたエネルギーの量を示す。特異値分解によって得られた、ガドベントジメグルミン酸の密度の誤差率を図 17 に、カルシウムの密度の誤差率を図 18 に、金コロイドの密度の誤差率を図 19 に示す。

次に最小二乗法によって得られた結果を図 20 に示す。横軸は設定した閾値からずれたエネルギーの量とする。

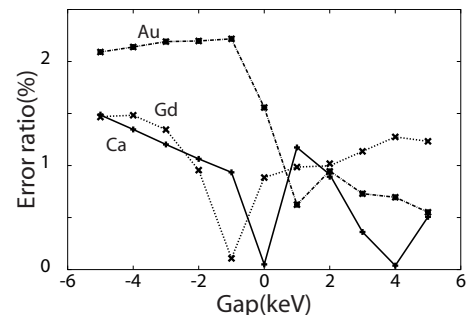


図 20 最小二乗法によって推定された密度の誤差率

### (6) 異なる濃度のガドベントジメグルミン酸、カルシウム

次は同ファントムの中に濃度の異なる媒質が複数含まれる場合について調べた。用いた媒質は水、濃度が 30%、20%

、10% のガドペンテトジメグルミン酸、濃度が 60%、50%、40% のカルシウムである。まずは特異値分解によって得られた入射光子数ごとの誤差率を図 21、図 22 に示す。

次に最小二乗法によって得られた入射光子数ごとの誤差率を図 23、図 24 に示す。

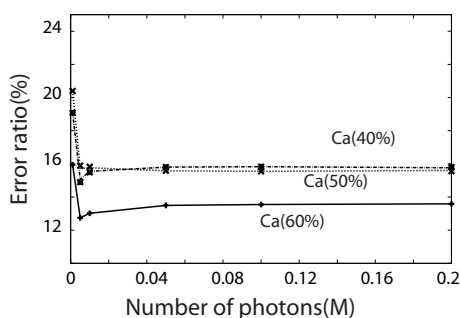


図 21 特異値分解によって推定された Ca の密度の誤差率

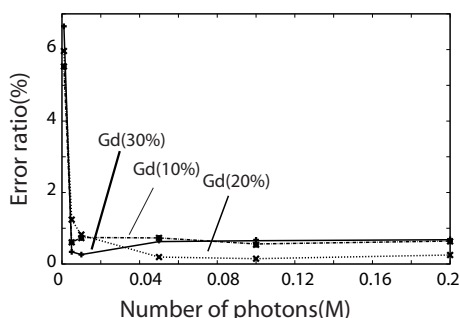


図 22 特異値分解によって推定された Gd の密度の誤差率

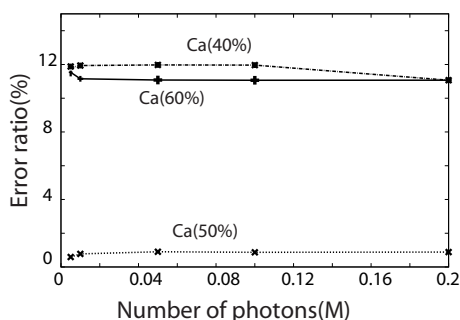


図 23 最小二乗法によって推定された Ca の密度の誤差率

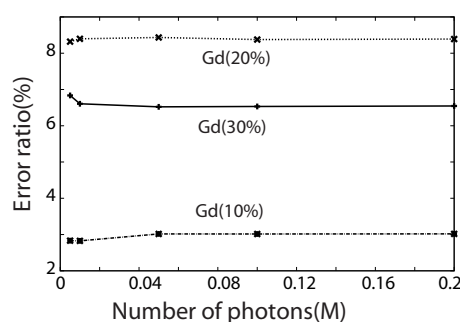


図 24 最小二乗法によって推定された Gd の密度の誤差率

## 5. 考察

固有値が大きな媒質の組み合わせでは特異値分解、最小二乗法のどちらも正確な媒質の分離、誤差率 10% 以下の密度の推定を行うことができた。しかし、固有値が小さな媒質の組み合わせの場合、特異値分解では媒質の分離も正確には行うことができなかった。これに対して本研究の提案手法を用いることで若干のアーティファクトが出てしまうものの、誤差率 10% 以下の密度の推定を行うことができた。最小二乗法を用いた手法では基準値となる質量減衰係数の作成がうまくいかなかったため、密度の推定の精度が下がってしまった。

エネルギー分解能を下げた場合、最小二乗法を用いた手法ではこの影響は受けなかったが、特異値分解を用い場合、ガドペンテトジメグルミン酸、金コロイドはエネルギー分解能が下がるにつれ誤差率も上がったが、カルシウムは誤差率が下がった。これはカルシウムに K エッジがないためであると考えられる。

エネルギー帯を 10keV、5keV にした場合、安定した密度が推定されるための入射光子数が増えた。特異値分解を用いた手法では媒質ごとの固有値も変化してしまったため、金コロイドの誤差率が上昇してしまった。

エネルギーの閾値をずらした場合、ズレの量が大きくなるほど誤差率も上昇した。濃度の異なる様々な媒質に対しては特異値分解を用いた手法、最小二乗法を用いた手法のどちらもビームハードニングの影響を受け、カルシウムの誤差率が下がった。また、最小二乗法を用いた手法では正しく基準となる質量減衰係数も求めることができなかったため、ガドペンテトメグルミン酸の誤差率も下がっている。

## 6. まとめ

主成分分では再構成画像のコントラストを改善することができたが、絶対的に密度の推定を行うことはできなかった。特異値分解、最小二乗法を用いることで媒質の分離、密度の推定を行うことができた。しかし、特異値分解は検出器のエネルギー分解能など様々な問題の影響を受けやすい。最小二乗法はこれらの影響を受けずらいが、基準となる質量減衰係数の作成が必要となり現実的ではない。

### 参考文献

- 1) X. Liu, L. Yu, A. N. Primak, and C. H. McCollough, "Quantitative imaging of element composition and mass fraction using dual-energy CT: Three-material decomposition," *Med. Phys.* 36, 1602-1609 (2009).
- 2) Giersch, J., Firsching, M., Niederlohner, D., Anton, G. (2005). "Material reconstruction with spectroscopic pixel X-ray detectors," *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 546(1), 125-130
- 3) Butler, A. P., Butzer, J., Schleich, N., Cook, N. J., Anderson, N. G., Scott, N., et al. & Butler, P. H. (2011). "Processing of spectral X-ray data with principal components analysis," *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 633, S140-S142.
- 4) Huy Q. Le and Sabee Molloy, "Least squares parameter estimation methods for material decomposition with energy discrimination detectors", *Med. Phys.* 38(1), January 2011