Fundamental法を用いた周波数依存型3次元LOD-FDTD法によるプラズモニック導波路解析

平野, 智之 / HIRANO, Tomoyuki

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院理工学・工学研究科
(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編
(巻 / Volume)
55
(開始ページ / Start Page)
1
(終了ページ / End Page)
2
(発行年 / Year)
2014-03-24
(URL)
https://doi.org/10.15002/00010496

Fundamental 法を用いた周波数依存型 3 次元 LOD-FDTD 法によるプラズモニック導波路解析

ANALYSIS OF A PLASMONIC WAVEGUIDE USING THE FREQUENCY-DEPENDENT 3-D LOD-FDTD BASED ON A FUNDAMENTAL SCHEME

平野　智之
Tomoyuki HIRANO

指導教員 柴山 純

法政大学大学院工学研究科情報電子工学専攻修士課程

A fundamental scheme is utilized to efficiently implement the frequency-dependent three-dimensional locally one-dimensional finite-difference time-domain (3-D LOD-FDTD) method. The formulation is performed in matrix-operator-free forms in the right-hand sides of the resultant equations. A modified procedure, in which implicit and explicit equations are alternately calculated, needs to retain only 10 field arrays, while the traditional explicit FDTD requires 12. Analysis of a gap plasmonic waveguide validates the presented 3-D LOD-FDTD method.
Key Words *: Fundamental scheme, locally one-dimensional (LOD) FDTD, trapezoidal recursive convolution (TRC)*

1.　はじめに

誘電体を金属で挟み込んだ導波路構造では，表面プラズモンポラリトン (SPP) をサブミクロン領域に閉じ込めて伝搬させることが可能である．導波路を周期的に変調しブラッググレーティングを構成すれば，微小なフィルタ素子や共振器として働く．筆者らは有限差分時間領域 (FDTD) 法を用いてプラズモン導波路グレーティング (PWG) を解析し，諸特性を明らかにしてきた [1],[2].

PWG の解析にはしばしば周波数依存型の FDTD[3] が用いられる．注意すべきは，SPP は金属と誘電体の境界付近に強く局在することである．局在する SPP を精度良く解析するには，空間の刻み幅を数 nm 程度まで小さくする必要がある．その結果，陽解法に起因する Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 条件により，時間刻み幅 (Δt) も極端に小さくなり，計算が長時間に及ぶ欠点がある．

そこで筆者らのグループは，CFL 条件から解放され Δt を大きく選択できる局所的 1 次元 (LOD) 法に基づく陰的 FDTD を提案した．さらに，金属の周波数分散性を考慮するため，畳込み積分の扱いが簡素で済む台形則に基づく Recursive Convolution(TRC）法を導入した周波数依存型 LOD-FDTD を開発した [4],[5]．他方，Tan は Fundamental 法と呼ばれる，陰的 FDTD を極めて簡素に定式化する手法を提案した [6]．筆者らは，周波数依存型 2-D LOD-FDTD に，Fundamental 法を適用し (FLOD-FDTD)，簡素な定式化でありながら解析結果が従来の LOD-FDTD のものと等価であることを示した [7].

本研究の目的は，周波数依存型 3-D LOD-FDTD[5] に Fundamental 法を適用することで簡素な手法を開発し，プラズモン導波路を効率よく解析することである．光パルスの伝搬シミュレーションを通して，本手法の有効性を示す [8],[9].

2.　本論

TRC 法に基づく周波数依存型 3-D FLOD-FDTD の定式化を行う．Drude モデルに対する基本式を導出し整理すると，以下の式が得られる．ここでは，1st step における式のみ示す.

$$e_x^{n+\frac{1}{2}} - \frac{c\Delta t}{2\alpha}\frac{\partial h_z^{n+\frac{1}{2}}}{\partial y} = 2E_x^n + \frac{1}{\alpha}(\phi_x^n - \chi^0 E_x^n) \tag{1a}$$

$$e_y^{n+\frac{1}{2}} - \frac{c\Delta t}{2\alpha}\frac{\partial h_x^{n+\frac{1}{2}}}{\partial z} = 2E_y^n + \frac{1}{\alpha}(\phi_y^n - \chi^0 E_y^n) \tag{1b}$$

$$e_z^{n+\frac{1}{2}} - \frac{c\Delta t}{2\alpha}\frac{\partial h_y^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} = 2E_z^n + \frac{1}{\alpha}(\phi_z^n - \chi^0 E_z^n) \tag{1c}$$

$$h_x^{n+\frac{1}{2}} - \frac{c\Delta t}{2}\frac{\partial e_y^{n+\frac{1}{2}}}{\partial z} = 2H_x^n \tag{1d}$$

$$h_y^{n+\frac{1}{2}} - \frac{c\Delta t}{2}\frac{\partial e_z^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} = 2H_y^n \tag{1e}$$

$$h_z^{n+\frac{1}{2}} - \frac{c\Delta t}{2}\frac{\partial e_x^{n+\frac{1}{2}}}{\partial y} = 2H_z^n \tag{1f}$$

$$E_\xi^{n+\frac{1}{2}} = e_\xi^{n+\frac{1}{2}} - E_\xi^n \tag{1g}$$

$$H_\xi^{n+\frac{1}{2}} = h_\xi^{n+\frac{1}{2}} - H_\xi^n \tag{1h}$$

$$\phi_\xi^n = \frac{E_\xi^n + E_\xi^{n-1/2}}{2}\Delta\chi^0 + e^{-\nu_c\Delta t/2}\phi_\xi^{n-1/2} \tag{1i}$$

ここで，$\alpha = \varepsilon_\infty + \chi^0/2$，$\xi = x, y, z$ であり，c は光速，ε_∞ は周波数が無限大のときの比誘電率，ν_c は衝突周波数，$\Delta\chi^0$ と χ^0 は電気比感受率から求まる係数である．また，E と H の振幅を揃えるため，界は正規化されている．従来手法 [5]

と比較すると，右辺に既知の界に関する微分項が含まれず，アルゴリズムが簡素で済む利点を有する．

次に，コーディングの際に使用する界の配列数について検討する．計算の詳細は省略するが，Tan が提案した方法 [6] に従うと以下の計算手順となる．はじめに (1d)-(1f) の $h_\xi^{n+1/2}$ を (1a)-(1c) に代入し，3 種類の $e_\xi^{n+1/2}$ を陰的に解く．その後 (1d)-(1h) を用いて，$E_\xi^{n+1/2}$ と $H_\xi^{n+1/2}$ を陽的に解く．結果として界の配列数は 12 となり，これは従来の周波数依存型 LOD-FDTD[5] や，陽的な FDTD 法の配列数と同数である．

ここで，$e_\xi^{n+1/2}$ の配列数を削減するために，上述した計算手順を改良する．はじめに，(1f) を (1a) に代入し，$e_x^{n+1/2}$ を陰的に得る．その後 (1g) から $E_x^{n+1/2}$ を，(1f) と共に (1h) から $H_z^{n+1/2}$ を陽的に得る．さらに，(1g) を利用し $e_x^{n+1/2}$ を次ステップにおける (1i) に直接代入することで，$\phi_x^{n+1/2}$ を得る．このため $e_x^{n+1/2}$ の計算に利用した配列は解放され，次の (1b)，(1d) の陰的計算における $e_y^{n+1/2}$ の配列に再利用できる．$e_y^{n+1/2}$ を陰的に得た後，$E_y^{n+1/2}$，$H_x^{n+1/2}$ および $\phi_y^{n+1/2}$ を陽的に得る．残りの成分についても同様に計算する．Tan の方法に従った計算手順と比較すると，陰的，陽的な計算を交互に行うことで $e_\xi^{n+1/2}$ に関する配列が 1 つで済み，配列を 2 つ削減できることがわかる．結果として界の配列数の合計は 10 となる．

本手法の有効性を議論するため，図 1 に示すプラズモン導波路を解析する．各構造値は文献 [5] で扱ったプラズモン導波路と同一である．なお，陽的 FDTD で取り得る最大の時間刻み幅を Δt_{CFL} とし，$\Delta t/\Delta t_{\mathrm{CFL}}$ を CFLN と定義する．

図 2 に，パルス波を 2 μm 伝搬させた際の，導波路の中心軸上における E_x 成分の時間応答を示す．ここで，黒線は FLOD-FDTD の，赤の破線は従来の LOD-FDTD の結果を表しており，CFLN = 10 である．図より，FLOD-FDTD の結果は従来手法の結果と完全に重なっており，両手法が等価であることが確認できる．

最後に，Core$^{\mathrm{TM}}$ i7-2600k プロセッサ (3.40GHz) を搭載した PC を用いた際の計算時間，メモリ使用量を図 3 に示す．図より，CFLN = 10 において，周波数依存型 FLOD-FDTD の結果は従来手法と比較して，計算時間は 30% 短縮，メモリは 10% 削減できた．なお，同様の計算を陽的 FDTD で行うと FLOD-FDTD の約 3.4 倍の時間がかかる．

3. 結び

TRC 法に基づく周波数依存型 3-D FLOD-FDTD を開発し，プラズモン導波路を解析した．陰的，陽的な計算を交互に行うことで，コーディングの際に用いる配列数が 2 つ削減できることを示した．簡素な計算式にも拘らず，従来手法と等価な結果が得られた．また，計算時間の短縮，メモリの削減が可能であることを示した．

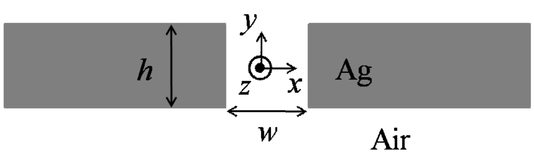

図 1 プラズモンギャップ導波路

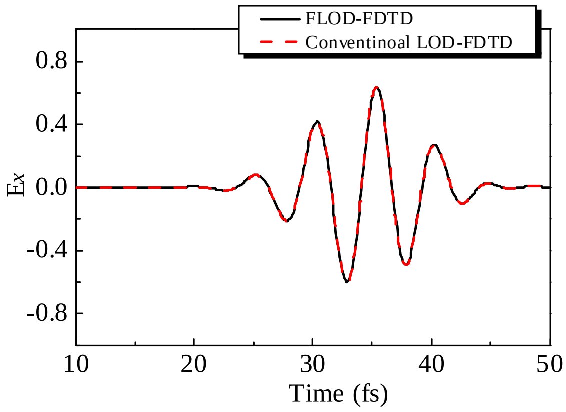

図 2 時間応答

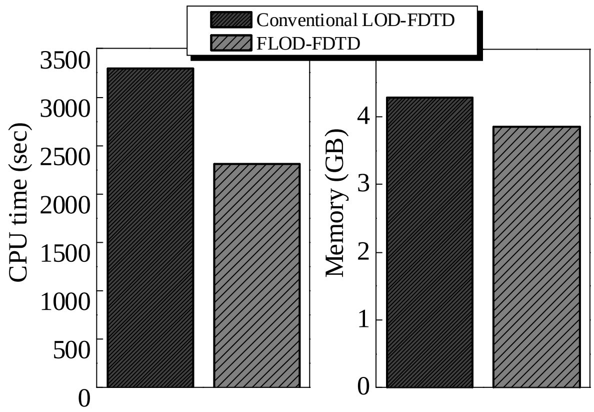

図 3 計算時間およびメモリ使用量

参考文献

1) 柴山 純, 平野 智之, 若林 佑, 山内 潤治, 中野 久松, 信学総大, C-3-82, 2013.

2) 平野 智之, 柴山 純, 山内 潤治, 中野 久松, 信学ソ大, C-3-70, 2013.

3) 宇野 亨, FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, コロナ社, 1998.

4) J. Shibayama, R. Ando, A. Nomura, J. Yamauchi and H. Nakano, *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 21, no. 2, pp. 100-102, 2009.

5) J. Shibayama, R. Ando, J. Yamauchi and H. Nakano, *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 23, no. 15, pp. 1070-1072, 2011.

6) E. L. Tan, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 56, no.1, pp. 170-177, 2008.

7) 柴山 純, 平野 智之, 山内 潤治, 中野 久松, 信学総大, C-1-7, 2012.

8) J. Shibayama, T. Hirano, J. Yamauchi, and H. Nakano, *Electron. Lett.*, vol. 48, no. 13, pp. 774-775, 2012.

9) 柴山 純, 平野 智之, 山内 潤治, 中野 久松, 信学ソ大, C-1-4, 2012.