

### 多極Debyeモデル解析のための周波数依存型 Fundamental LOD-FDTD法

佐々木, 直紀 / SASAKI, Naoki

---

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

55

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

2

(発行年 / Year)

2014-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00010478>

# 多極 Debye モデル解析のための周波数依存型 Fundamental LOD-FDTD 法

FREQUENCY-DEPENDENT FUNDAMENTAL LOD-FDTD METHOD  
FOR A MULTIPOLE DEBYE MODEL

佐々木 直紀

Naoki SASAKI

指導教員 柴山純

法政大学大学院理工学研究科情報電子工学専攻修士課程

A simplified algorithm for frequency-dependent calculations of a multipole Debye model is developed on the basis of the locally one-dimensional finite-difference time-domain method (LOD-FDTD) with a fundamental scheme. High efficiency of the developed algorithm is demonstrated through the analysis of THz wave radiation to a healthy skin and a basal cell carcinoma. The computation time is reduced in comparison with the traditional explicit FDTD while maintaining the comparable numerical accuracy.

**Key Words** : Debye model, fundamental scheme, locally one-dimensional (LOD) FDTD, terahertz (THz) wave, trapezoidal recursive convolution (TRC)

## 1. はじめに

有限差分時間領域 (FDTD) 法を用いて解析を行う場合、媒質によっては誘電率の周波数分散性を考慮する必要がある。例えば、光波帯で金属を用いる場合には、Drude モデルや Drude-Lorentz モデル等により周波数分散性が考慮される [1]-[5]。マイクロ波帯からテラヘルツ帯で生体や水を扱う際には、Debye モデルがしばしば利用されている。FDTD 法で媒質の周波数分散性の取り扱う場合には差分式の導出が複雑となる。そのため文献 [6] では、台形則に基づく Recursive Convolution (TRC) 法を用いることで、畳み込み積分の計算を 1 度に減らしつつ、2 度の計算が必要な従来手法と同等の計算精度を有することが示されている。しかしながら、陽的な FDTD 法では Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 条件により時間刻み幅 ( $\Delta t$ ) に制限を受ける。

他方、筆者のグループは、 $\Delta t$  に制限を受けない局所 1 次元 (LOD) 法に基づく FDTD 法に TRC 法を導入し、先に述べた Drude, Drude-Lorentz モデル等の周波数依存型手法を開発してきた [7]。

本稿では、LOD-FDTD 法を Debye モデルを解析するための周波数依存型に拡張する [8],[9]。その際、LOD-FDTD 法の定式化を簡素にできる Fundamental 法を導入する [10]。テラヘルツ波を利用した皮膚の癌細胞検出の解析 [11],[12] を通して、本手法の計算精度を議論する。

## 2. 本論

TRC 法を導入した 2 次元 Fundamental LOD (FLOD) FDTD (TM-mode) の定式化を行う。Debye モデルを以下に示す。

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{p=1}^N \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega t_p} \quad (1)$$

ここで、 $\varepsilon_\infty$  は周波数が無限大での比誘電率、 $N$  は極数、 $\varepsilon_p$  は静電界における誘電率、 $t_p$  は緩和時間である。紙面の都合上、詳しい定式化は割愛する。ここでは、1st step の最終的に得られる計算式のみ以下に示す。

$$e_z^{n+\frac{1}{2}} - \frac{c\Delta t}{2\beta} \frac{\partial h_y^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} = \left(2 - \frac{1}{2\beta} \sum_{p=1}^N \chi_p^0 (1 + e^{-\frac{\Delta t}{t_p}})\right) E_z^n + \frac{1}{2\beta} \sum_{p=1}^N (e^{-\frac{\Delta t}{t_p}} - e^{-\frac{\Delta t}{t_p}}) \phi_{z,p}^n \quad (2)$$

$$\phi_{z,p}^n = E_z^n + e^{-\frac{\Delta t}{t_p}} \phi_{z,p}^{n-1} \quad (3)$$

$$h_y^{n+\frac{1}{2}} - \frac{c\Delta t}{2\beta} \frac{\partial e_z^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} = 2H_y^n \quad (4)$$

$$E_x^{n+\frac{1}{2}} = E_x^n \quad (5)$$

$$E_z^{n+\frac{1}{2}} = e_z^{n+\frac{1}{2}} - E_z^n \quad (6)$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}} = h_y^{n+\frac{1}{2}} - H_y^n \quad (7)$$

$$\beta = \varepsilon_\infty + \frac{1}{2} \sum_{p=1}^N \chi_p^0$$

ここで、 $c$  は光速、 $\chi^0$  は電気比感受率から求まる係数である。また、電界と磁界の振幅を揃えるため、界は正規化されている。1st step では、(2) に (3), (4) を代入し、補助変数  $e_z$  について陰的に解く。引き続き (4) を陽的に解く。最後に、(5)-(7) を計算し、界を得る。Fundamental 法を導入することで、(2) と (4) に既知の界に関する微分項が含まれず、導入しない場合と比較して計算が簡素になる。

計算精度を評価するために、テラヘルツ波を利用した皮膚の癌細胞検出を取り上げる。正常な肌の細胞と癌細胞にテラヘルツ波を照射し、それらからの反射波を評価する。解析を行う構造を図 1 に示す。ここで、 $x$  軸方向には周期境界条

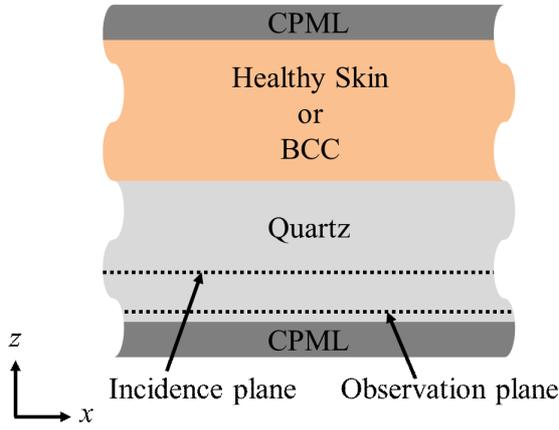


図 1 癌細胞検出の解析モデル

件を適用している [13]. 水晶の誘電率を 4.4944, 正常な肌細胞及び癌細胞を 2 極 Debye モデル [12] として扱う. 空間の刻み幅  $\Delta x = \Delta z = 2.0 \mu\text{m}$  とする. なお, 陽解法で取り得る最大の時間刻み幅を  $\Delta t_{\text{CFL}}$  とし,  $\Delta t / \Delta t_{\text{CFL}}$  を CFLN と定義する.

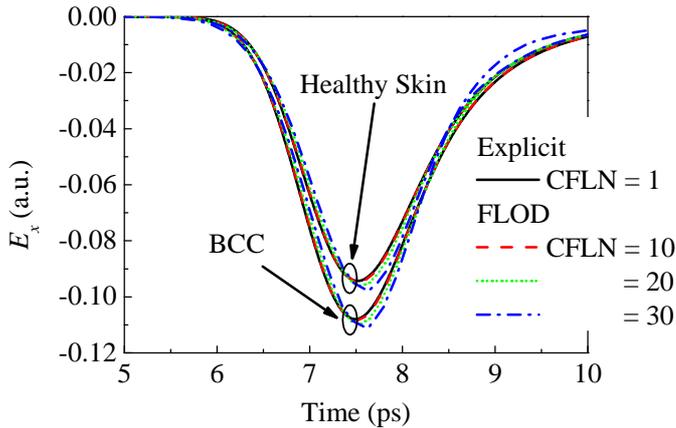


図 2 反射率の時間応答

図 2 に観測面における反射波の時間応答を示す. 図より, 正常な肌細胞と癌細胞では, 誘電率が異なるため反射波の振幅に差が生じる. これを検出することで癌細胞の識別が可能になる. 図 2 において, CFLN = 10 に選んだ場合, FLOD の結果は陽解法の結果と非常に良く一致している. また, CFLN = 20 に選んだ場合でも, FLOD の結果は陽解法と比較的一致する. この際の計算時間は陽解法と比較してそれぞれ 38%, 19% となり, 本手法の有効性を見出せる.

### 3. 結び

LOD-FDTD 法を多極 Debye モデル解析のための周波数依存型に拡張した. その際, Fundamental 法を導入することで簡素な定式化を行った. テラヘルツ波を利用した皮膚の癌細胞検出を取り上げ, 計算精度及び計算時間の評価を行った. CFLN = 20 に選択することで, 陽解法と同等の計算精度を維持しながら, 計算時間を 19% に短縮できることを明示した.

- 1) 柴山 純, 佐々木 直紀, 横溝 明大, 内園 洋祐, 山内 潤治, 中野 久松, 信学ソ大, C-3-31, 2011.
- 2) 柴山 純, 佐々木 直紀, 山内 潤治, 中野 久松, 信学総大, C-3-68, 2012.
- 3) 柴山 純, 佐々木 直紀, 山内 潤治, 中野 久松, 信学技報, OPE2012-57, pp. 227-232, 2012.
- 4) 佐々木 直紀, 柴山 純, 山内 潤治, 中野 久松, 信学総大, B-1-76, 2013.
- 5) 佐々木 直紀, 柴山 純, 山内 潤治, 中野 久松, 信学ソ大, B-1-59, 2013.
- 6) R. Siushansian and J. LoVetri, *J. Electromag. Waves Appl.*, vol. 11, no. 1, pp. 101-117, 1997.
- 7) J. Shibayama, A. Nomura, R. Ando, J. Yamauchi, and H. Nakano, *IEEE J. Quantum. Electron.*, vol. 46, no. 1, pp. 40-49, 2010.
- 8) 佐々木 直紀, 柴山 純, 山内 潤治, 中野 久松, 信学ソ大, C-15-12, 2012.
- 9) J. Shibayama, N. Sasaki, Y. Wakabayashi, J. Yamauchi, and H. Nakano, *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 25, no. 10, pp. 965-968, 2013.
- 10) E. L. Tan, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 51, no. 1, pp. 170-177, 2008.
- 11) E. Pickwell, A. J. Fitzgerald, R. J. Pye, M. Pepper, V. P. Wallace, T. Ha, B. E. Cole, and P. F. Taday, *J. Biomed. Opt.*, vol. 10, no. 6, pp. 064021-1–064021-7, 2005.
- 12) D. Y. Heh and E. L. Tan, *Progr. Electromagn. Res. B*, vol. 37, pp. 365-386, 2012.
- 13) J. Shibayama, R. Ando, J. Yamauchi, and H. Nakano, *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 8, pp. 890-893, 2009.