右左手系複合損失伝送線路

小林, 一成 / KOBAYASHI, Issei

(出版者 / Publisher)
法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)
法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)
55

(開始ページ / Start Page)
1

(終了ページ / End Page)
4

(発行年 / Year)
2014-03-24

(URL)
https://doi.org/10.15002/00010476

右左手系複合損失伝送線路

COMPOSITE RIGHT- AND LEFT-HANDED LOSSY TRANSMISSION LINE

小林　一成
Issei KOBAYASHI
指導教員　中野久松

法政大学大学院工学研究科情報電子工学専攻修士課程

This paper discusses a composite right-left-handed transmission line (CRLH-TL) and derives its characteristic impedance and propagation constant when the CRLH-TL is lossy. The paper confirms the validity of a circuit model derived by Ito. Some calculated results are presented and discussed.

Key Words *: CRLH-TL, metamaterial, lossy*

・1．まえがき

近年，伊藤氏らによって，マイクロストリップ伝送線路 [1][2] に左手系特性 (Left-handed property) を導入した CRLH-TL (Composite Right- and Left-Handed Transmission Line) に関する文献が公表されている [3]. 文献 [3] では，純粋な左手系伝送線路 (Pure Left-Handed Transmission Line) の伝送特性が示されている．また，左手系素子を従来のマイクロストリップ伝送線路に組み込んで実現可能とした CRLH-TL についても伝送特性の定式化が行われている．

文献 [3] では CRLH-TL および PLH-TL に関して，損失を含まない場合だけでなく，損失を含む場合についても詳細な説明が行われている．しかし，ここで示されている伝搬定数と特性インピーダンス等の伝送特性は，最終式のみが示され，その導出過程が省略されている．

本稿では，CRLH-TL および PLH-TL　が損失を含む場合の伝搬定数 (3.51a), (3.51b) および特性インピーダンス (3.52) の導出過程を示し，文献 [3] に記載された数式の正当性を確認する．また，CRLH-TL の損失による伝搬定数および特性インピーダンスを比較し考察する．

・2．CRLH-TL の伝搬定数と特性インピーダンス

実際に，左手系特性を実現するためには右手系線路に左手系素子を挿入する．この右左手系複合伝送線路（CRLH-TL）の等価回路を図 1 に示す.　CRLH-TL 等価回路の各素子をレジスタンス R [Ω]，コンダクタンス G [S]，直列インダクタンス L_R [H]，キャパシタンス C_L [F]，並列インダクタンス L_R [H]，キャパシタンス C_L [F] とする．また，単位長さあたりのインピーダンス Z' [Ω/m]，レジスタンス R'[Ω/m]，コンダクタンス G'[S/m]，インダクタンス L'_R [H/m]，キャパシタンス C'_L [F·m]とする．

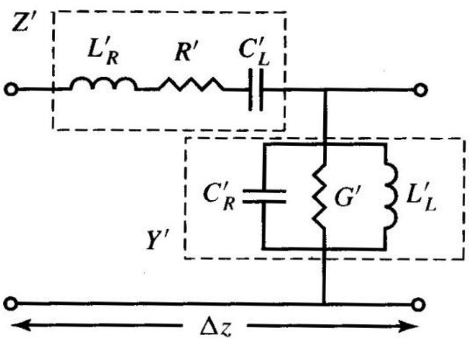

図 1　CRLH-TL 等価回路

同様に，単位長さあたりのアドミタンス Y' [S/m]をキャパシタンス C'_R [F/m]とインダクタンス L'_L [H·m]とする．

$$\left(\begin{array}{c} R' = \frac{R}{p}, G' = \frac{G}{p}, L'_R = \frac{L_R}{p}, C'_R = C_R \cdot p, L'_L = \frac{L_L}{p}, C'_L = C_L \cdot p \\ p: length\ of\ the\ unit \end{array} \right)$$

図 1 の等価回路から Z'，Y' は式(1)のようになる．

$$\begin{cases} Z' = R' + JX' \\ Y' = G' + jB' \end{cases} \text{with} \begin{cases} X' = \omega L'_R - \dfrac{1}{\omega C'_L} \\ B' = \omega C'_R - \dfrac{1}{\omega L'_L} \end{cases} \qquad (1)$$

このとき，伝搬定数は

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{Z'Y'} \qquad (2)$$

（ただし，α: 減衰定数，β: 位相定数）

である,伝搬定数は式(2)に式(1)を代入すると式(3)のようになる．

$$\gamma=\sqrt{\left\{R'+j\left(\omega L'_R-\frac{1}{\omega C'_L}\right)\right\}\left\{G'+j\left(\omega C'_R-\frac{1}{\omega L'_L}\right)\right\}}$$

$$=\sqrt{R'G'+jR'\left(\omega C'_R-\frac{1}{\omega L'_L}\right)+jG'\left(\omega L'_R-\frac{1}{\omega C'_L}\right)}$$

$$+\mathrm{j}\sqrt{\left(\omega L'_R-\frac{1}{\omega C'_L}\right)\left(\omega C'_R-\frac{1}{\omega L'_L}\right)}$$

$$=\sqrt{R'G'-j\left\{R'\left(\omega C'_R-\frac{1}{\omega L'_L}\right)+G'\left(\omega L'_R-\frac{1}{\omega C'_L}\right)\right\}}$$

$$+j\sqrt{\omega^2 L'_R C'_R+\frac{1}{\omega^2 L'_L C'_L}-\left(\frac{L'_R}{L'_L}+\frac{C'_R}{C'_L}\right)} \tag{3}$$

また，特性インピーダンスは

$$Z_C=\sqrt{\frac{Z'}{Y'}}=\sqrt{\frac{R'+jX'}{G'+jB'}} \tag{4}$$

式(4)に式(1)を代入すると特性インピーダンスは式(5)のように表すことができる．

$$Z_C=\sqrt{\frac{R'+j\left(\omega L'_R-\frac{1}{\omega C'_L}\right)}{G'+j\left(\omega C'_R-\frac{1}{\omega L'_L}\right)}}$$

$$=\sqrt{\frac{\frac{R'+j(\omega^2 C'_L L'_R-1)}{\omega C'_L}}{\frac{G'+j(\omega^2 C'_R L'_L-1)}{\omega L'_L}}}$$

$$=\sqrt{\frac{L'_L}{C'_L}}\sqrt{\frac{R'+j(\omega^2 C'_L L'_R-1)}{G'+j(\omega^2 C'_R L'_L-1)}}$$

$$=\sqrt{\frac{L'_L}{C'_L}}\sqrt{\frac{R'+j(\omega^2 C'_L L'_R-1)\{}{G'+j(\omega^2 C'_R L'_L-1)}\frac{G'-j(\omega^2 C'_R L'_L-1)\}}{\{G'-j(\omega^2 C'_R L'_L-1)\}}}$$

$$=\sqrt{\frac{R'G'^{\left(C_L^2 L_L^2\right)^2}+C'_L L'_L(\omega^2 C'_L L'_R-1)(\omega^2 C'_R L'_L-1)}{(\omega G' C'_L L'_L)^2+C_L'^2(\omega^2 C'_R L'_L-1)^2}}$$

$$+\sqrt{\frac{j\omega C'_L L'_L\{\omega^2 C'_L L'_L(GL'_R-RC'_R)-R'C'_L-G'L'_L\}}{(\omega G' C'_L L'_L)^2+C_L'^2(\omega^2 C'_R L'_L-1)^2}} \tag{5}$$

となる．

式(3)，(5)において$R'=G'=0$のとき

$$\gamma=j\sqrt{\omega^2 L'_R C'_R+\frac{1}{\omega^2 L'_L C'_L}-\left(\frac{L'_R}{L'_L}+\frac{C'_R}{C'_L}\right)} \tag{6}$$

$$Z_C=\sqrt{\frac{L'_L(\omega^2 C'_L L'_R-1)}{C'_L(\omega^2 C'_R L'_L-1)}} \tag{7}$$

となり，これは文献 [3] で無損失の場合と一致する．

・３．PLH-TL の伝搬定数と特性インピーダンス

損失のある場合の CRLH-TL の影響を詳しく考察するために低周波数では良い近似が出来る純左手系伝送線路(PLH-TL)を検討する．

PLH-TL では右手系の素子はないので，式(1)，(2)に

$$L'_R=C'_R=0 \tag{8}$$

を代入する．

このとき伝搬定数は

$$\gamma_L=\sqrt{\left(R'-j\frac{1}{\omega C'_L}\right)\left(G'-j\frac{1}{\omega L'_L}\right)}$$

$$=\sqrt{R'G'-\frac{1}{\omega^2 C'_L L'_L}-j\frac{R'+G'}{\omega C'_L L'_L}}$$

$$=-j\sqrt{\frac{-\omega^2 C'_L L'_L R'G'+1+j\omega(C'_L R'+L'_L G')}{\omega^2 C'_L L'_L}}$$

ここで，

$$\omega'_L=\frac{1}{\sqrt{C'_L L'_L}} \tag{9}$$

とおけば

$$\gamma_L = -j\frac{\sqrt{1-R'G'\left(\frac{\omega}{\omega'_L}\right)^2 + j\omega(C'_L R' + L'_L G')}}{\frac{\omega}{\omega'_L}} \tag{10}$$

式(10)より文献 [3] 式(3.47)の正当性が確認できた．

式(10)において

$$A = -R'G'(\omega/\omega'_L)^2$$
$$B = \ \omega(C'_L R' + L'_L G')$$

と定義する．このとき，低周波数域では一般的に$A \ll B < 1$となることが文献 [3] で述べられている．したがって，Aは無視することができる．

よって式(10)は

$$\gamma_L = -j\frac{\sqrt{1 - j\omega(C'_L R' + L'_L G')}}{\omega/\omega'_L} \tag{11}$$

となる，ここで式(11)をテイラー展開すると

$$\gamma_L = -j\frac{1}{\omega/\omega'_L}\left[1 + \frac{j}{2}(C'_L R' + L'_L G')\right] \tag{12}$$

式(12)より文献[3] 式(3.50)の正当性が確認できた．

式(2)，(12)より位相定数β_Lと減衰定数α_Lはそれぞれ

$$\beta_L = -\frac{\omega'_L}{\omega} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}\alpha_L &= \frac{\omega'_L}{2\omega}(R'C'_L + G'L'_L) \\ &= \frac{1}{2\omega}\left(R'\sqrt{C'_L/L'_L} + G'\sqrt{L'_L/C'_L}\right) \\ &= \frac{1}{2\omega}(R'Y_0 + G'Z_C)\end{aligned} \tag{14}$$

ただし，

$$Z_C = 1/Y_0 = \sqrt{L'_L/C'_L}$$

ここで，式(13)，(14)は文献 [3] の式(3.51a)，(3.51b)と一致することが確認できる．

したがって，式(1)，(4)，(11)より特性インピーダンスより

$$Z_C = \sqrt{\frac{R' - j/(\omega C'_L)}{G' - j/(\omega L'_L)}} \tag{15}$$

となる．式(15)は文献 [3] の式(3.52)と一致することが確認できる．

・４．CRLH-TL の損失の差による伝搬定数の特性

図 1 の CRLH-TL の回路モデルにおける損失の大きさの違いによる伝搬定数（減衰定数及び位相定数）およびインピーダンス特性の比較を行う．

表 1 に無損失（loss-less），**損失小**（weakly lossy），**損出大**（strongly lossy）**の**場合の各素子の値を示す．

表１　各素子の値

	loss-less	weakly lossy	strongly lossy
$R'[\Omega]$	0	1.00×10^{-1}	2.00×10^{-1}
$G'[S]$	0	5.00×10^{-3}	1.00×10^{-2}
$L'_R[H]$	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-6}
$C'_R[F]$	1.00×10^{-12}	1.00×10^{-12}	1.00×10^{-12}
$L'_L[H]$	1.00×10^{-8}	1.00×10^{-8}	1.00×10^{-8}
$C'_L[F]$	1.00×10^{-10}	1.00×10^{-10}	1.00×10^{-10}

式(2)より減衰定数及び，位相定数を求め， インピーダンスを式(4)，(16)より求める．

$$Z_L = \sqrt{L'_L/C'_L} \tag{16}$$

図 2 に減衰定数の周波数特性を示す．

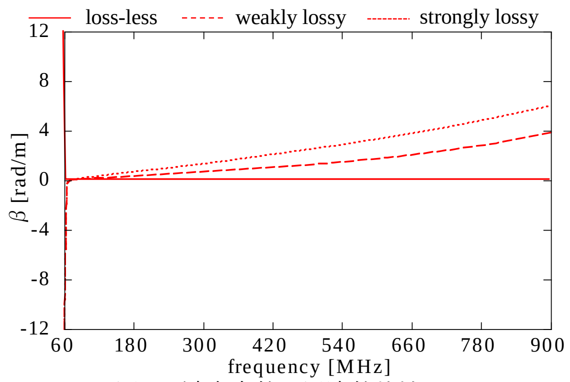

図２　減衰定数の周波数特性

図 3 に位相定数の周波数特性を示す．

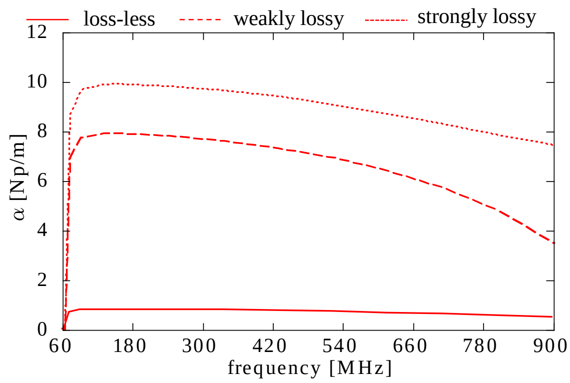

図３　位相定数の周波数特性

図 4 に特性インピーダンス（式(4)）の周波数特性を示す.

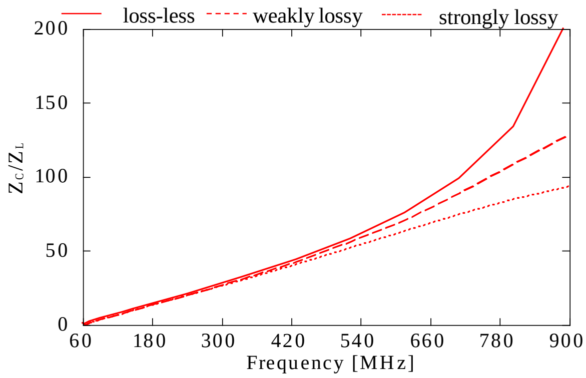

図 4　インピーダンスの周波数特性

図 2 から図 4 より損失がある場合には減衰定数及び位相定数は増加する．一方，インピーダンスは高周波領域において増加する. したがって，　損失は伝搬定数及びインピーダンスに影響を及ぼす.

・５．まとめ

文献 [3] 中の伝搬定数及び特性インピーダンスに関する式の導出をし，正当性を確認した．また、伝搬定数および特性インピーダンスが損失による影響を受けることを数値解析により確認した.

参考文献

[1] M. V. Schneider, “Microstrip lines for microwave integrated circuits,” *Bell Systems Technical Journal*, vol. 48, no. 5, pp.1421 - 1444, May 1969.

[2] Matthew N. O. Sadiku, Sarhan M. Musa and Sudarshan R. Nelatury, “Comparison of approximate formulas for the capacitance of microstrip line,” IEEE SoutheastCon 2007, pp.427 - 432, March 2007

[3] C. Caloz and T. Itoh, *Electromagnetic Metamaterials*, Wiley, NJ, 2006.