

### CRLHユニットセルの新しい解析法

片岡, 秀之 / KATAOKA, Hideyuki

---

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

55

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

5

(発行年 / Year)

2014-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00010470>

# CRLH ユニットセルの新しい解析法

## NEW ANALYSIS METHOD FOR COMPOSITE RIGHT- AND LEFT-HANDED UNIT CELL

片岡 秀之

Hideyuki KATAOKA

指導教員 中野久松

法政大学大学院工学研究科情報電子工学専攻修士課程

This paper presents a new analysis method for designing a composite right- and left-handed unit cell (CRLH-UC). The CRLH-UC is modeled based on the concept of a periodic structure. A comparison of new and traditional design values is made. In addition, generalized Bloch impedance is discussed.

**Key Words** : CRLH-UC, metamaterial, Bloch impedance

### 1. まえがき

メタマテリアル特性を有するアンテナの研究が盛んに行われている [1]-[4]. これらのアンテナは CRLH-TL (Composite Right- and Left-Handed Transmission Line) で構成されている [5]. 従来, 我々の研究室では, 文献 [6] の手法を用いて CRLH-TL を構成するユニットセル (CRLH-UC) を設計してきた. 文献 [6] では CRLH-UC の設計に際し, 右手系成分を変化させながら左手系素子の値を補正していた.

本稿では, 右手系成分を変化させずに CRLH-UC を設計する手法を提案する. この手法で算出した左手系素子値を, 文献 [6] の値と比較する. 加えて, 損失を含む場合のブロッホインピーダンスの理論式を導出し, 損失が CRLH-UC の特性に与える影響を考察する.

### 2. CRLH-UC の設計

#### (1) CRLH-UC の概説

図1にCRLH-TLの構造図, 表1に構造値の一例を示す. 構造値は文献 [6] と同じ値としている.  $C_z$  および  $L_y$  の値は次節でまとめて後述する.

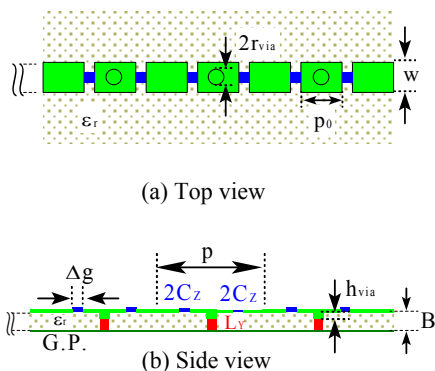


図1. CRLH-TL

表1. 構造値

symbol	value
p	10 mm
p <sub>0</sub>	4 mm
Δg	1 mm
B	1.6 mm
h <sub>via</sub>	0.6 mm
r <sub>via</sub>	0.5 mm
w	2 mm
ε <sub>r</sub>	2.6

CRLH-TL は長さ p [m] のユニットセル (CRLH-UC) の周期配列から成る. CRLH-UC は, 誘電体基板上に印刷されたマイクロストリップ線路, および直列に装荷されたキャパシタンス  $C_z$  [F], さらに地板と線路をつなぐ via および並列インダクタンス  $L_y$  [H] から成る. CRLH-UC の等価回路は図2の T 型回路で表される.

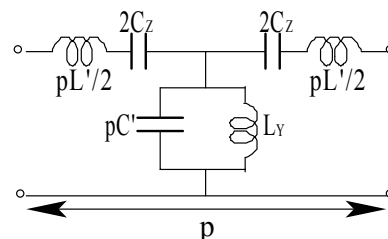


図2. T 型等価回路

右手系成分として直列インダクタンス  $pL'$  ( $=L_z$ ) [H], および並列キャパシタンス  $pC'$  ( $=C_y$ ) [F] が含まれている.

これらの概算値は次節で示すマイクロストリップ線路の特性インピーダンス  $Z_n$  [ $\Omega$ ], および実行誘電率  $\epsilon_r$  から求めることができる [6].

(2) CRLH-UC の設計

初期値として推移周波数  $f_T$  を与える. 初期値設定時のみ, 直列共振周波数  $f_Z$  および並列共振周波数  $f_Y$  は  $f_T$  (例として  $f_T = 3$  GHz) に等しいものと仮定する. 前述の右手系成分は以下の式で決定される.

(文献 [6] より再掲)

$$C_Y = \frac{\sqrt{\epsilon_{eff}}}{c_0 Z_n} \cdot p \quad (1)$$

$$L_Z = C_Y Z_n^2 \quad (2)$$

$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2\sqrt{1 + 10\frac{B}{w}}} \quad (3)$$

$$Z_n \cong \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \ln\left(\frac{8B}{w} + \frac{w}{4B}\right) & \text{if } \frac{w}{B} < 1 \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \frac{1}{2.42 + \frac{w}{B} - \frac{0.44B}{w} + \left(1 - \frac{B}{w}\right)^6} & \text{if } \frac{w}{B} \geq 1 \end{cases} \quad (4)$$

実際の解析モデルを図3に示す. なお, このモデルは上記図1および表1の構造値を用いて, HFSS で設計されている.

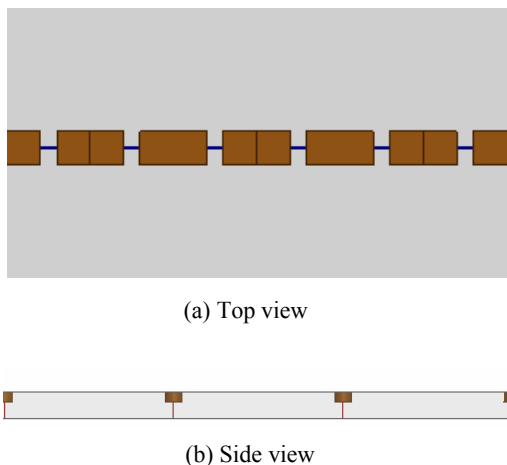


図3. 解析モデル

以下, 図4のフローチャートに沿って設計を行う.

(a):  $C_Y, L_Z, C_Z, L_Y$  の算出

表1の構造値および式(1)~(4)を用いて  $C_Y, L_Z$  を算

出する. その後, 以下の式より  $C_Z, L_Y$  を求める.

$$C_Z = \frac{1}{\omega_Z^2 L_Z} \quad (\text{ただし, } \omega_Z = 2\pi f_Z) \quad (5)$$

$$L_Y = \frac{1}{\omega_Y^2 C_Y} \quad (\text{ただし, } \omega_Y = 2\pi f_Y) \quad (6)$$

求めた  $C_Y, L_Z, C_Z, L_Y$  の値を表2にまとめる.

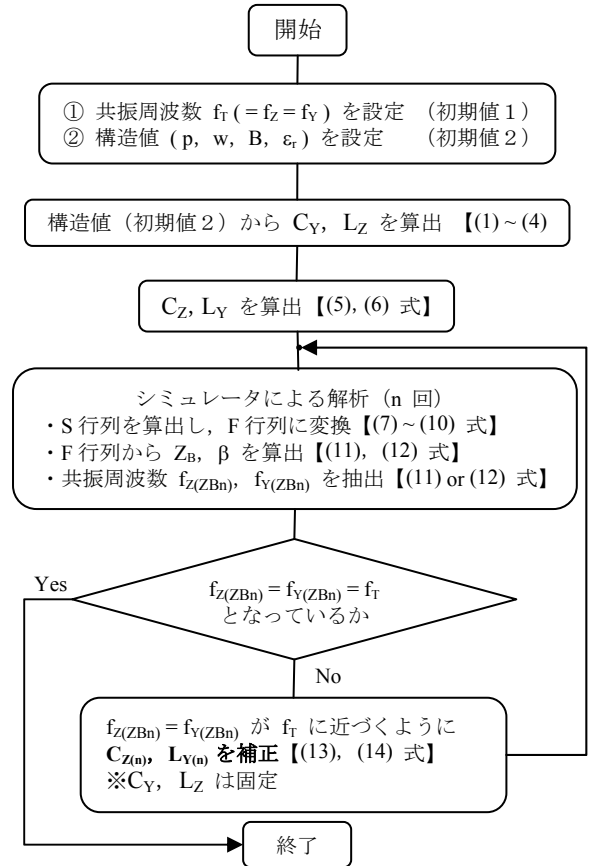


図4. フローチャート

表2. 素子理論値

symbol	value
$C_Y$	0.606 pF
$L_Z$	3.79 nH
$C_Z$	0.743 pF
$L_Y$	4.64 nH

(b): 電磁界シミュレータによる解析

表2の値を初期値として, 図3の解析モデルを HFSS 等で設計する. その際, キャパシタンス  $C_Z$  の値を2倍にしてから入力することに注意する. この点は文献 [6] と異なっている. 電磁界シミュレータによる解析で得られた S パラメータから, ブロッチインピーダンス  $Z_B$  を算出するために必要な式を下に列記する.

(文献 [6] より再掲)

$$A = \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \quad (7)$$

$$B = Z_0 \frac{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \quad (8)$$

$$C = \frac{1}{Z_0} \frac{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \quad (9)$$

$$D = \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \quad (10)$$

$$Z_B = \frac{\pm B}{\sqrt{A^2-1}} = \frac{\pm\sqrt{D^2-1}}{C} \quad (11)$$

$$\beta = \frac{1}{p} \cos^{-1} \left( \frac{A+D}{2} \right) \quad (12)$$

(11) および (12) 式を周波数の関数としてグラフを描き、次の①、②のいずれかの方法で共振周波数を抽出する。

- ①  $Z_B$  の絶対値が極大となる周波数を  $f_{Y(ZB1)}$ , 極小となる周波数を  $f_{Z(ZB1)}$  とする。
- ② 位相定数  $\beta$  の絶対値が正から 0 (または 0 から正) に切り替わる 2 つの周波数のうち,  $Z_B$  の極大値に近い方を  $f_{Y(ZB1)}$ , もう一方を  $f_{Z(ZB1)}$  とする。

(c) :  $C_Z$ ,  $L_Y$  の補正

$f_{Y(ZB1)}$  および  $f_{Z(ZB1)}$  が  $f_T$  と一致しない場合は、以下の式を用いて  $C_Z$  および  $L_Y$  の補正を行う。n 回目の補正後の値をそれぞれ  $C_{Z(n+1)}$  および  $L_{Y(n+1)}$  (ただし,  $C_{Z(1)} = C_Z$ ,  $L_{Y(1)} = L_Y$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ ) とする。なお、このとき  $C_Y$  および  $L_Z$  の補正は行わない。この点は文献 [6] と異なっている。

$$C_{Z(n+1)} = \frac{C_{Z(n)}}{(\Delta\omega_{Z(ZBn)} \sqrt{C_{Z(n)} L_Z} + 1)^2} \quad (13)$$

$$L_{Y(n+1)} = \frac{L_{Y(n)}}{(\Delta\omega_{Y(ZBn)} \sqrt{L_{Y(n)} C_Y} + 1)^2} \quad (14)$$

$$\Delta\omega_{Z(ZBn)} = \omega_{bal} - \omega_{Z(ZBn)} \quad (\omega_{Z(ZBn)} = 2\pi f_{Z(ZBn)}) \quad (15)$$

$$\Delta\omega_{Y(ZBn)} = \omega_{bal} - \omega_{Y(ZBn)} \quad (\omega_{Y(ZBn)} = 2\pi f_{Y(ZBn)}) \quad (16)$$

$$\omega_T = 2\pi f_T (= Const.) \quad (17)$$

$f_{Y(ZBn)} = f_{Z(ZBn)} = f_T$  となるまで上記の補正を繰り返し行ったときの、素子値および共振周波数の推移を表 3 および図 5, 図 6 にまとめる。また、そのときのブロッホインピーダンス  $Z_B$  の推移を図 7 に、伝送線の位相定数  $\beta$  の推移を図 8 にそれぞれ示す。ただし、伝送線の位相定数  $\beta$  は自由空間の位相定数  $k_0$  で正規化している。

表 3. 補正値の推移

n	1	2	3	4
$C_{Z(n)}$ [pF]	0.743	0.556	0.531	0.526
$L_{Y(n)}$ [nH]	4.64	3.971	3.856	3.828
$f_{Z(ZBn)}$ [GHz]	2.533	2.919	2.982	3.000
$f_{Y(ZBn)}$ [GHz]	2.757	2.952	2.988	3.000

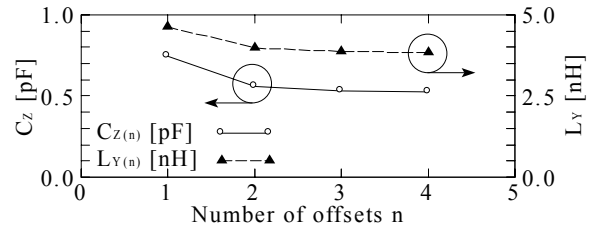


図 5. 素子値の推移

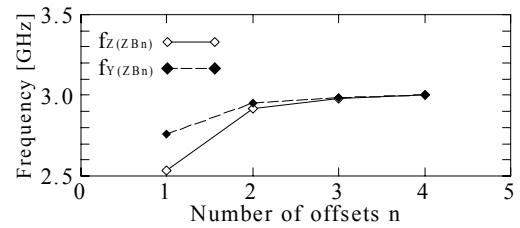


図 6. 共振周波数値の推移

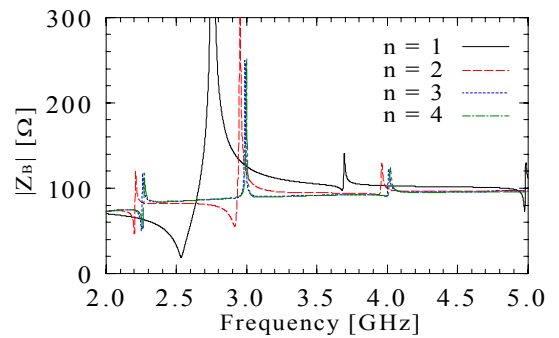


図 7. ブロッホインピーダンス  $Z_B$  の推移

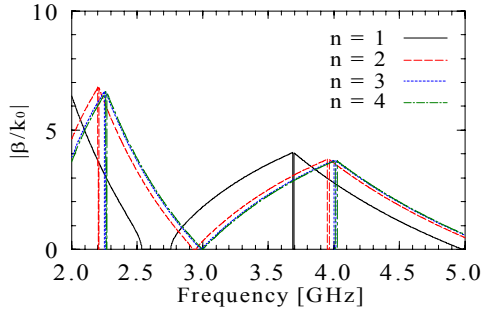


図 8. 位相定数  $\beta$  の推移

本稿の手法で最終的に得られた素子値, および文献 [6] におけるそれとの比較を表 4 に示す.

表 4. 従来の素子値との比較

	$C_z$ [pF]	$L_y$ [nH]
本稿	0.526	3.828
文献 [6]	1.07	3.83

本稿で求めた  $C_z$  は文献 [6] の値の約 2 分の 1 となっている. 一方,  $L_y$  は文献 [6] の値とほぼ等しい値が得られている.

### 3. ブロッチインピーダンスの一般化

#### (1) 損失を考慮したブロッチインピーダンス

CRLH-UC を設計するときは, 特性インピーダンスの代わりにブロッチインピーダンスの検討を行うことが多い. これは, 伝送線路内にギャップやスルーホール等の不連続性分が含まれる場合, 特性インピーダンスを正確に求めることが難しいからである.

通常は簡単のために, 無損失状態における T 型等価回路からブロッチインピーダンスを求める. なお, この等価回路は第 1 章図 2 に示されている.

図 2 から求まるブロッチインピーダンスを (18) 式に示す.

(文献 [6] より再掲)

$$Z_{B\pm} = \pm Z_L \sqrt{\frac{\left(\frac{\omega^2}{\omega_z^2} - 1\right)}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_y^2} - 1\right)} - \frac{\omega_L^2}{4\omega^2} \left(\frac{\omega^2}{\omega_z^2} - 1\right)^2} \quad (18)$$

$$\left( \text{ただし, } Z_L = \sqrt{\frac{L_y}{C_z}}, \omega_L = \frac{1}{\sqrt{L_y C_z}} \right)$$

正負の符号は電流の進行方向に対応しており, 入射波と反射波を同時に考慮する場合に必要となる.

本稿では CRLH-UC を設計する際に電磁界シミュレータを使用しており, 無損失材料を用いて設計しても, 放射による損失が必ず含まれる. この場合における図 2 の等価回路は, 放射レジスタンス  $pR'$  ( $=R$ ), および漏

れコンダクタンス  $pG'$  ( $=G$ ) が追加された図 9 の等価回路となる.

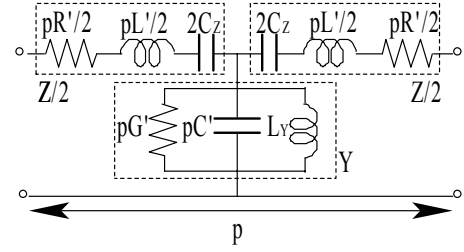


図 9. 損失を含んだ T 型等価回路

図 9 の等価回路の ABCD 行列は次のようになる.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_3} & Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} \\ \frac{1}{Z_3} & 1 + \frac{Z_2}{Z_3} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$Z_1 = \frac{1}{2} \left( R + j\omega L_z + \frac{1}{j\omega C_z} \right)$$

$$= \frac{R}{2} + j \frac{1}{2\omega C_z} \left( \frac{\omega^2}{\omega_z^2} - 1 \right)$$

$$= \frac{Z}{2} \quad (20)$$

$$Z = R + j \frac{1}{\omega C_z} \left( \frac{\omega^2}{\omega_z^2} - 1 \right)$$

$$= R + jX \left( X = \frac{1}{\omega C_z} \left( \frac{\omega^2}{\omega_z^2} - 1 \right) \right) \quad (21)$$

$$Z_2 = Z_1 \quad (22)$$

$$Z_3 = \frac{1}{G + j\omega C_y + \frac{1}{j\omega L_y}}$$

$$= \frac{1}{G + j \frac{1}{\omega L_y} \left( \frac{\omega^2}{\omega_y^2} - 1 \right)}$$

$$= \frac{1}{Y} \quad (23)$$

$$Y = G + j \frac{1}{\omega L_y} \left( \frac{\omega^2}{\omega_y^2} - 1 \right)$$

$$= G + jB \left( B = \frac{1}{\omega L_y} \left( \frac{\omega^2}{\omega_y^2} - 1 \right) \right) \quad (24)$$

(20), (22) および (23) 式を (19) 式に代入して

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z + \frac{Z^2 Y}{4} \\ Y & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

(25) 式を上述の (11) 式に代入して

$$\begin{aligned}
Z_{B\pm} &= \pm \frac{\sqrt{D^2 - 1}}{C} \\
&= \pm \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{ZY}{2}\right)^2 - 1}}{Y} \\
&= \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z}{Y}(ZY + 4)} \quad (26)
\end{aligned}$$

(26) 式に (21) および (24) 式を代入して損失を考慮した場合のブロッホインピーダンス  $Z_{B(\text{lossy})}$  が求まる. なお, 本稿では実用化のために, その絶対値で定式化する.

$$\begin{aligned}
Z_{B(\text{lossy})} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z}{Y}(ZY + 4)} \\
&= \frac{1}{2} \left[ \frac{(R^2 + X^2)}{(G^2 + B^2)} \left\{ (R^2 + X^2)(G^2 + B^2) + 8(2 - XB + RG) \right\} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (27)
\end{aligned}$$

特に, 推移周波数  $f_T$  におけるブロッホインピーダンスは次のようになる.

$$Z_{B(\text{lossy})} \Big|_{f=f_T} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R}{G}(RG + 4)} \quad (28)$$

#### (2) 損失の有無の比較

本稿ではこれまでに 3 通りのブロッホインピーダンスの計算式を示してきた ((11), (16), (25) 式). これら 3 つの式から求めたブロッホインピーダンスの比較を行うことで, 損失が CRLH-UC の特性に与える影響を考察する.

(再掲)

$$Z_B = \frac{\sqrt{D^2 - 1}}{C} \quad (11)$$

$$Z_{B(\text{lossless})} = Z_L \sqrt{\frac{\left(\frac{\omega^2}{\omega_z^2} - 1\right)}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_y^2} - 1\right)} - \frac{\omega_L^2}{4\omega^2} \left(\frac{\omega^2}{\omega_z^2} - 1\right)^2} \quad (16)$$

$$Z_{B(\text{lossy})} = \frac{1}{2} \left[ \frac{(R^2 + X^2)}{(G^2 + B^2)} \left\{ (R^2 + X^2)(G^2 + B^2) + 8(2 - XB + RG) \right\} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (27)$$

例として, 第 2 章で設計したバランス状態下での CRLH-UC を用いて, 3 つのブロッホインピーダンスの比較を行う. 推移周波数 ( $f_T = 3 \text{ GHz}$ ) 付近におけるブロッホインピーダンスを図 7 に示す. なお, (11) 式には解析によって得られた S パラメータから変換された ABCD パラメータを, (16) 式には表 3 に示した素子値および共振周波数を, (25) 式には表 3 の値および  $R = 0.924 \text{ } [\Omega]$ ,  $G = 1.383 \times 10^{-5} \text{ } [\Omega^{-1}]$  をそれぞれ代入する.

ただし, この R と G の値は推移周波数付近でのみ有効であることに注意する. R および G の導出方法は修士論文に記載する.

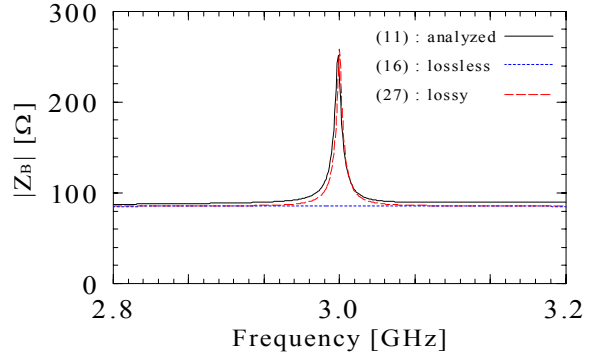


図 10. ブロッホインピーダンスの比較

図 10 より, 電磁界解析から得られるブロッホインピーダンスには放射損失が含まれていることが確認できる. また, 損失は推移周波数付近でのインピーダンス整合を取りにくくする原因になることが分かる.

#### 4. まとめ

文献 [6] とは異なる新たな手法で CRLH-UC の設計を行った. 右手系成分 ( $C_R, L_R$ ) を変化させずにユニットセルを設計できることを示した. 最終的に得られる  $C_Z$  の値は, 文献 [6] の手法で求める値の約 2 分の 1 となる.

CRLH-UC が損失を含む場合のブロッホインピーダンスの一般式を導出した. 損失の有無がブロッホインピーダンスに与える影響を明らかにした.

#### 参考文献

- [1] 鎌田, 道下, 山田, “梯子型右手/左手系複合伝送線路による UHF 帯漏れ波アンテナ”, 電子情報通信学会総合大会, B-1-166, 愛媛, 2009 年 3 月.
- [2] 片岡, 山内, 中野, “スパイラルアンテナ辺数の放射特性への効果”, 信学ソサイエティ大会, B-1-76, 富山, 2012 年 9 月.
- [3] J. Baek, Y. Lee, J. Choi, “A wideband zeroth-order resonance antenna for wireless body area network applications,” *IEICE Trans. Commun.*, vol. E96-B, No. 10, pp. 2348-2354, October 2013.
- [4] H. Nakano, J. Miyake, T. Sakurada, J. Yamauchi, “Dual-band counter circularly polarized radiation from a single-arm metamaterial-based spiral antenna,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 61, no. 6, pp. 2938-2947, June 2013.
- [5] C. Caloz and T. Itoh, *Electromagnetic Metamaterials*, John Wiley & Sons, NJ, 2006.
- [6] 三宅, 中野, “右左手系複合伝送線路”, 法政大学大学院工学研究科紀要, vol. 54, 2013 年 3 月.