

簡素なスイッチ力学系の周期点探索と安定化

居波, 正樹 / INAMI, Masaki

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

55

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

4

(発行年 / Year)

2014-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00010400>

簡素なスイッチ力学系の周期点探索と安定化

Exploring and Stabilization of Periodic Solutions in a Simple Switched Dynamical System

居波 正樹

Masaki Inami

指導教員 斎藤利通

法政大学大学院理工学研究科電気工学専攻修士課程

This paper studies basic dynamics and control of simple switched dynamical systems. The switched dynamical system(SDS) are defined by plural continuous-time subsystems connected by some discrete switching rules. This system is related pwn signal generators in a power converters, and sleep-waking models. This paper studies basic dynamics and control of a simple SDS. We analyze basic periodic and chaotic behavior. Next, we consider an exploring and stabilizing method(ESM). The performance is investigated in basic numerical experiments.

Key Words : chaos, bifurcation, control, stabilization

1. はじめに

連続時間ダイナミクスが離散的なスイッチルールによって切り替わるシステムは、スイッチ力学系(SDS)とよばれ、盛んに研究されている。[1] スイッチングインバータ [2] や睡眠覚醒モデル [3] など様々な系と関連する SDS が研究されている。このようなシステムは、パラメータや初期値に依存して、様々な非線形現象(カオス/周期現象など)を呈する。この系を解析することは、分岐現象の基礎としてだけでなく、工学的応用の面からも重要である。

本論文では、簡素な SDS の基本的なダイナミクスの解析を行い、簡素な制御による安定化手法を提案する。今回使用する系は、三角波は周期しきい値を持ち、状態変数がしきい値間で増減を繰り返す系を考える。さらに、ある位相において強制的に傾きを切り替える。というスイッチングを行う。使用する系は、周期しきい値に三角波を用いることで、区分線形のリターンマップを導出できる。始めに、現象解析のためにリターンマップを用いた現象解析を行う。リターンマップを用いることにより、周期スイッチを加えることで、より多彩な分岐現象が生じることを確認できた。また、接線分岐が生じることにより、安定とカオスが共存する領域を持つことが確認された。本論文では、接線分岐と不動点の個数に関する分岐に関してより詳細な解析を行った。

次に、不動点を探索し、同時に安定化を行う手法の提案を行う。提案する安定化手法 (ESM) は、ある位相における状態変数を、インパルス制御により所望の数値にジャンプすることによって、不動点を探索しかつ安定化する。

2. 簡素なスイッチ力学系とリターンマップ

目的とする系は以下の無次元化関数によって表現される;

$$\frac{dx}{d\tau} = \begin{cases} b & \text{for } x \leq u(\tau) + c \equiv u_+(\tau) \\ -b & \text{for } x \geq u(\tau) - c \equiv u_-(\tau) \end{cases} \quad (1)$$

$$u(\tau) = \begin{cases} 4d(\tau - 1/4) & \text{for } 0 < \tau \leq 1/2 \\ 4d(\tau - 3/4) & \text{for } 1/2 < \tau \leq 1 \end{cases} \quad (2)$$

ただし、 τ は無次元時間、 x は無次元状態変数である。 $u(\tau)$ は、周期が 1 である三角波しきい値である。ただし、右辺は図. 1 に示したように、 $x = u_+(\tau)$ となると、 b から $-b$ に切り替わり、 $x = u_-(\tau)$ となると、 $-b$ から b に切り替わる。さらに、この SDS に周期スイッチを加える。周期スイッチは以下のルールで行われる。

$\tau = n + \tau_r$ の時、 x の傾きを強制的に $-b$ とする。

このルールを加えることにより、 τ_r 上での状態変数の傾きが一意になり、状態変数によるリターンマップの定義が容易になる。また、周期スイッチを加えることにより、より多彩な現象を確認できる。

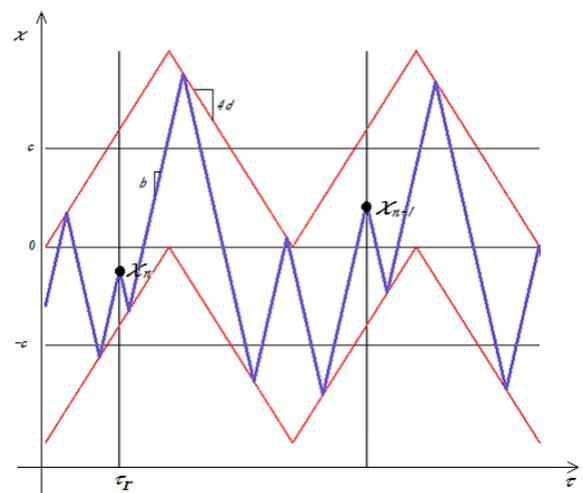


図 1 簡素なスイッチ力学系

次に、解析を行うためにリターンマップを定義する。図. 1 に示すように、 $\tau = n + \tau_r$ における状態変数を x_n と

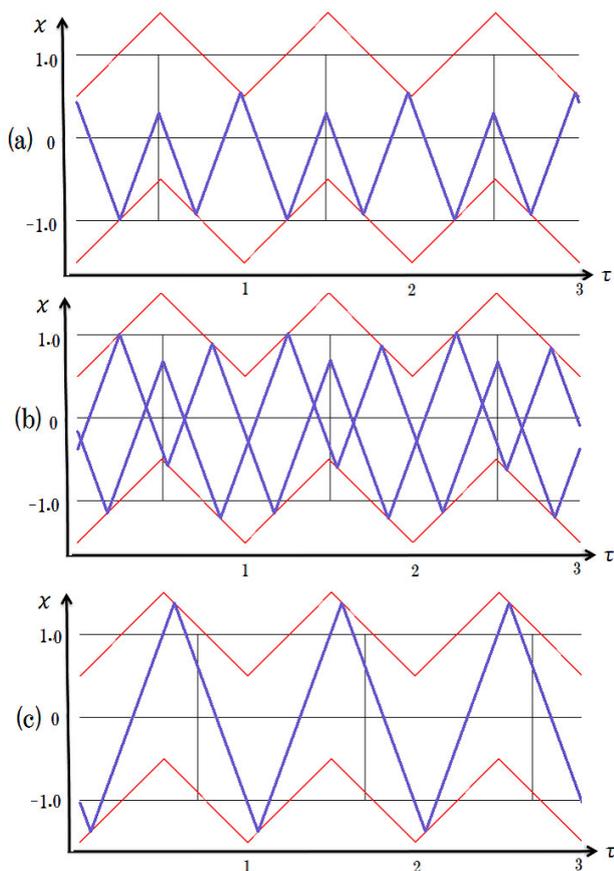


図 2 典型的な波形 $b = 5.5, c = 1.0, d = 0.5$
 (a) $\tau_r = 0.49$, (b) $\tau_r = 0.51$, (c) $\tau_r = 0.7$

する。 $x(n+1)$ は x_n によって一意に決まる為、状態変数マップを定義できる。

$$x_{n+1} = F(x_n) \quad (3)$$

典型的な波形例とそれに対応する状態変数マップをそれぞれ図. 2, 図. 3 に示す。

図. 3 (a) は 1 つの安定不動点を持ち、安定周期軌道を呈する。(b) は、1 つの安定不動点と 2 つの不安定不動点を持ち、初期値により共存する。(c) は、1 つの安定不動点と 2 つの不安定不動点を持ち、安定周期軌道を呈する。

次に、不動点の個数に注目して解析を行う。図. 3 により、様々な状態が複雑に混在していることを確認できた。

図. 4 (a) のパラメータにおいては不動点は一つである。(b) のとき、45 度ラインに接し、(c) では共存が起きる。このように接線分岐を起こすパラメータを 2 変数平面上に記したものを図. 5 に示す。

I は不動点を 1 つ持つ領域、II は不動点を 3 つもつ領域である。

3. 周期軌道の探索と安定化

次に、不動点を持つパラメータ領域において、所望周期解を探索するために、二分法を基にした不動点探索を行う。不動点 x_s は、 $F(x_s) = x_s$ の点である。ここで、中点を x_M 、中点にリセットされ一周期経過した時の状態変数

を x'_M とする。この不動点探索法の特徴として、探索点 p, q が不動点をただ一つはさむように配置されている場合、 x_M と x'_M の比較のみで自動的に探索し安定化できる点にある。 x'_M は、前の周期において x_M にリセットされることにより自動的に求まる為、比較回路さえあれば比較的容易に実装できると考えられる。不動点探索法は以下のルールで行う。

1. 探索点 p, q を不動点を挟むように配置する。
2. 探索点の中点 x_m を計算する。
3. $x = x_M$ にリセットする。
4. 一周期観測し、新しい中点 x_M を計算する。
5. $x'_M > x_M$ ならば $x'_M = q$, $x'_M < x_M$ ならば $x'_M = p$ に更新する。
6. 4. に戻る

この方法を適用することで所望周期解を得る。図. 6, 7 にそれぞれマップと波形による探索過程を表す。このように、不安定不動点を探索し、所望周期解を得ることができた。

4. 結び

簡素なスイッチ力学系の写像法を用いて解析を行った。簡素な不動点探索安定化法を適用し、所望周期解を得た。

今後の課題として、詳細な解析と回路実験、実用的な回路への適用等である。

謝辞：本論文は著者が法政大学大学院工学研究科電気工学専攻に在学中の 2 年間、同大学理工学部電気電子工学科教授齋藤利通博士の指導下で行ったものである。研究活動を遂行するにあたり、同教授から懇切に御指導、御鞭撻下さった同博士に深謝致します。

最後に法政大学理工学部電気電子工学科齋藤利通研究室の皆様にはいろいろな有益な御討論・ご助言を戴きました。ここに深謝致します。

参考文献

- 1) T. Saito, H. Torikai and W. Schwarz, Switched Dynamical Systems with Double Periodic Inputs : An Analysis Tool and Its Application to the Buck-Boost Converter, IEEE Tran. Circuits Syst. I, 47, 7, pp.1038-1046, 2000
- 2) H. Shimazu and T. Saito, Analysis of unstable operation in a basic delta modulator for PWM control, IE-ICE Trans. Fundamentals, E88-A, 8, pp. 2200-2205, 2005.
- 3) S. Daan, D. G. M. Beersma, and A. A. Borbéy, Timing of human sleep: Recovery process gated by a circadian pacemaker, Amer. Physiol. Soc., pp. R11-R183, 1984.
- 4) S. Akatsu, H. Torikai and T. Saito, Zero-Cross Instantaneous State Setting for Control of a Bifurcating H-Bridge Inverter, Int'l J. of Bifurcation and Chaos, 17, 10, pp. 3571-3575 (2007)

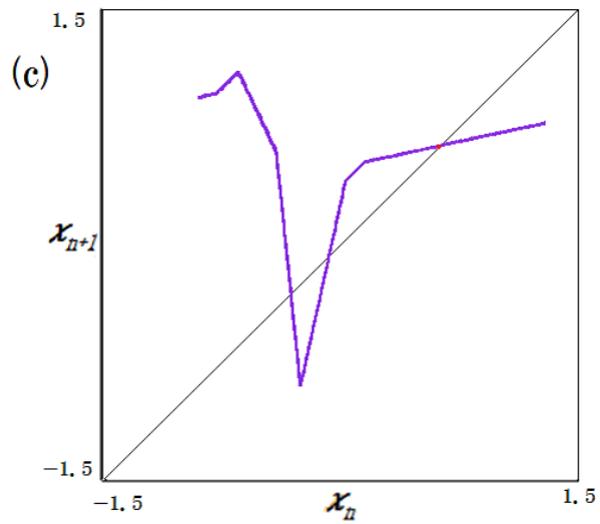
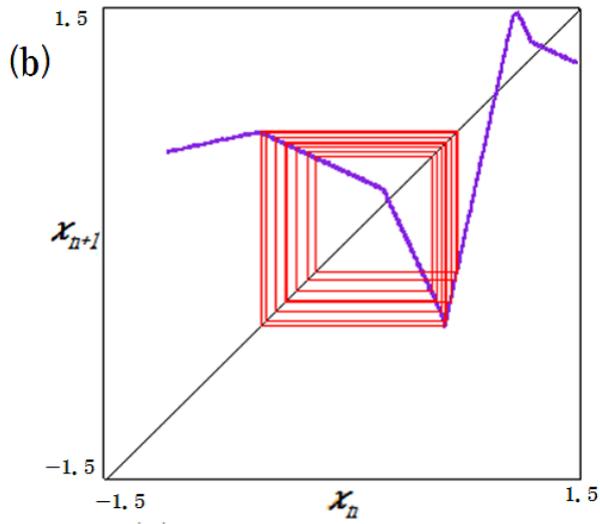
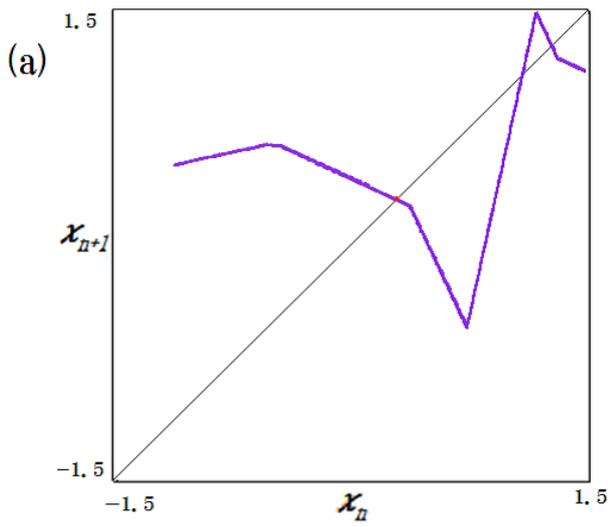


図 3 典型的な状態変数マップ $b = 5.5, c = 1.0, d = 0.5$
 (a) $\tau_r = 0.49$, (b) $\tau_r = 0.51$, (c) $\tau_r = 0.7$

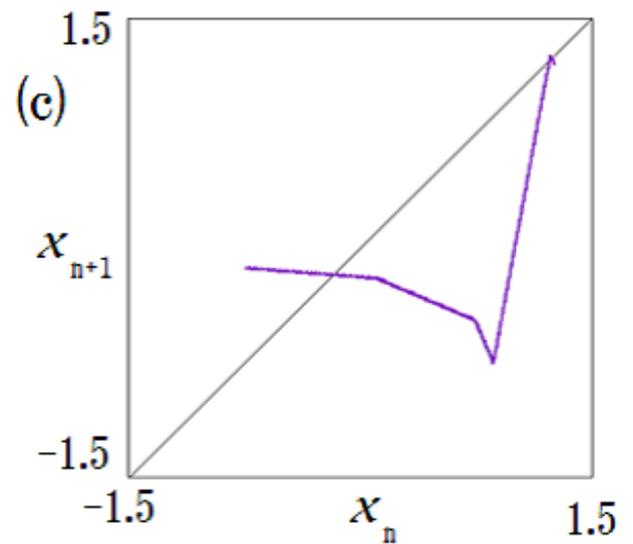
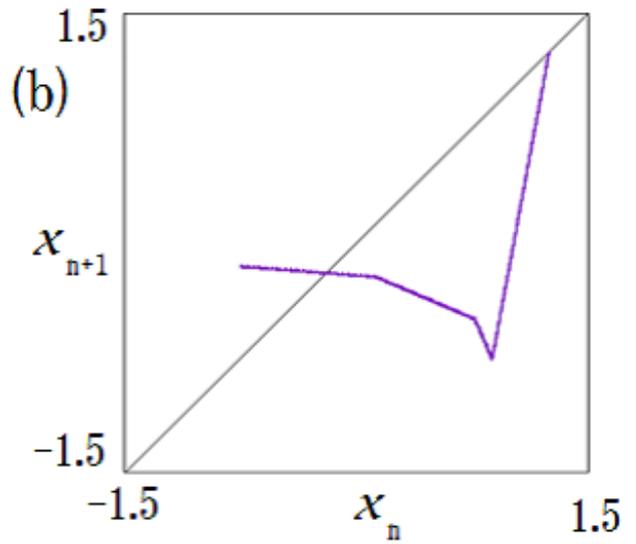
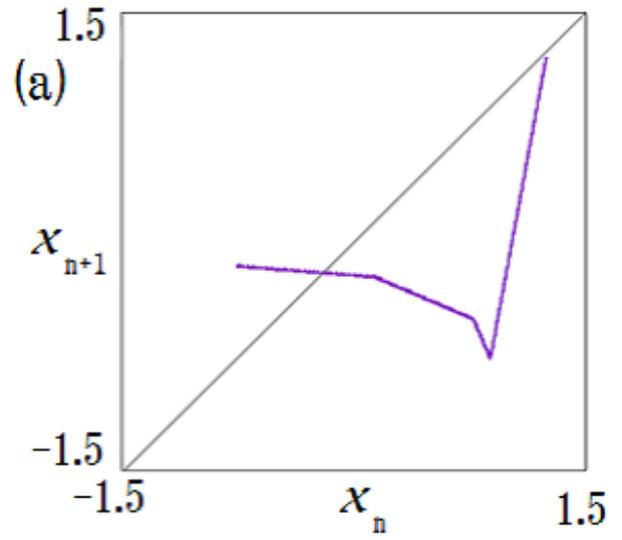


図 4 接線分岐近傍におけるマップの変化
 $b = 5.5, c = 1.0, d = 0.5$ (a) $\tau_r = 0.374$,
 (b) $\tau_r = 0.375$, (c) $\tau_r = 0.380$

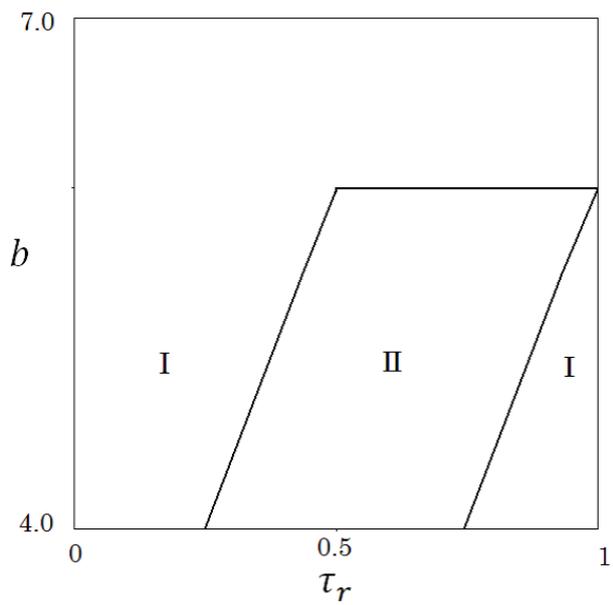


図 5 二変数分岐図

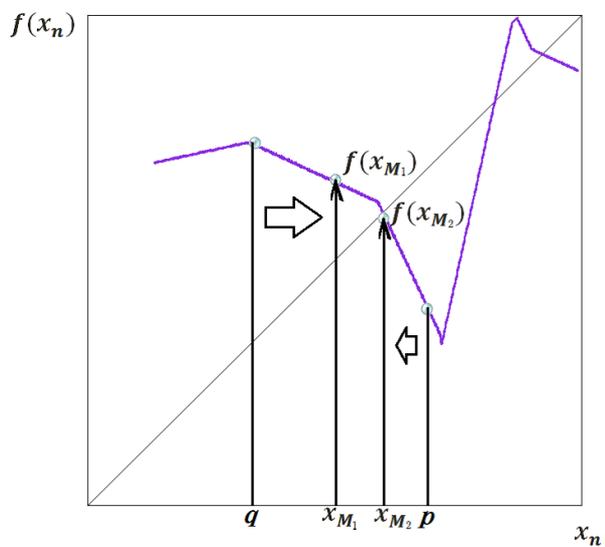


図 6 マップにおける探索過程

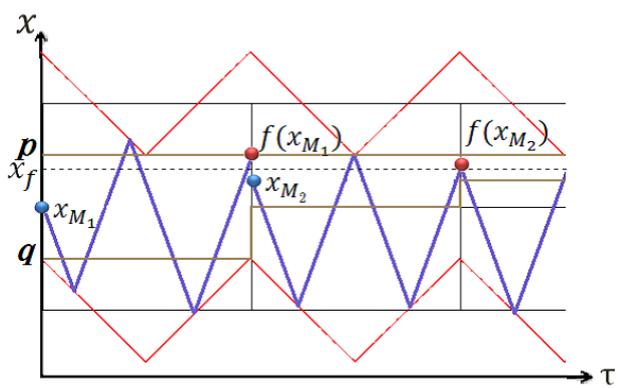


図 7 波形における探索過程