

信用取引を用いた裁定取引に関する研究

丸山, 泰央 / MARUYAMA, Yasuo

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

55

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

6

(発行年 / Year)

2014-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00010363>

信用取引を用いた裁定取引に関する研究

Margin in Markets with Arbitrage Opportunities

丸山 泰央

Yasuo MARUYAMA

指導教員 浦谷規

法政大学大学院工学研究科システム工学専攻修士課程

The difference between spot price and future price makes opportunity of the arbitrage profits. If investors take the unlimited position in the arbitrage, they could attain infinite wealth unless the margin requirement exists. We formulate the arbitrage trading with the margin by using Brownian bridge model. In this thesis, we simulate three strategies to attain the maximal value of portfolio at the maturity under the margin constraint. We evaluate three strategies by the summary statistic for portfolio value at the maturity and also for the sharp ratio of strategies.

key word : Arbitrage strategy, Brownian bridge, margin constraint

1. はじめに

信用取引（マージン）を行う際に、投資家は金融機関へ現金や株券、国債などの資産を担保として預け入れなければならない。そのため、裁定機会への投資が必ずしも有効であるとは限らない。また、信用取引では、レバレッジ効果が働き、高い利益が望める一方、甚大な損失を被るというリスクも抱えるという特徴を持つ。アメリカのヘッジファンド Long-term Capital Management が倒産に追い込まれたのは、信用取引における裁定機会への投資を多用したことが要因の 1 つであると考えられている。

信用取引における裁定取引の有効性とヘッジファンドリスクの管理の重要性への関心が高まったことを背景に、本研究では、信用取引で投資家が制約される担保の条件を考慮したうえで、ポートフォリオを構築する。ポートフォリオは、リスクの観点から、「リスク中立的」、「リスク選好的」、「リスク回避的」の 3 つに分類し、それぞれポートフォリオの価値を最大化することを目的としている。[1] ポートフォリオの価値を最大化するにあたっては、モンテカルロ法を用いて、連続的な確率微分方程式の解を離散化し、時間刻みに応じた離散的なポートフォリオの価値の近似値を求め、サンプルパスを作成する。[2] そしてサンプルパスをもとに満期におけるポートフォリオの価値の基本等計量とシャープレシオの基本等計量の計算を行い、各戦略の評価と信用取引における裁定取引にの有効性について考察を行う。

2. 投資モデル

(1) 安全資産

$R(t)$: 安全資産の価値

r : 金利

とするとき、安全資産の価値は、

$$dR(t) = rR(t)dt$$

で与えられる。

初期投資額が 100 円、利率が 6% で 1 年間、安全資産のみに投資をした場合、満期 T における安全資産の価値は、

$$R(1) = 100 \times \exp(0.06) = 106.18$$

である。

(2) 裁定取引

金融市場における一時的な需給の不均衡により、現物価格と先物価格の間に差が生まれる。この一時的な価格差を利用して利ざやを得るのが裁定取引である。理論的には、先物価格が現物価格に満期で収束することから、両者の価格は一致する。そこで、本研究では、特定の時刻で特定の値に確率 1 で到達するブラウニアン・ブリッジを用いて裁定取引の利ざやを表す。

$A(t)$: ブラウニアン・ブリッジ (裁定取引の利ざや)

$Z(t)$: ブラウン運動

α : パラメータ

σ : ボラティリティ

とすると,

$$A(s) = \begin{cases} \left(\frac{T-s}{T-t}\right)^\alpha A(t) + \sigma \int_t^s \left(\frac{T-\tau}{T-t}\right)^\alpha dZ(\tau) & (0 \leq t \leq s < T) \\ 0 & (s = T) \end{cases} \quad (1)$$

であり, $A(s)$ は, 次の確率微分方程式を満たす.

$$dA(t) = \frac{-\alpha A(t)}{T-t} dt + \sigma dZ(t) \quad (2)$$

3. ポートフォリオの価値

$W(t)$: ポートフォリオの価値

$A(t)$: 裁定取引の利ざや

$R(t)$: 安全資産の価値

$N(t)$: 裁定取引の保有数

$P(t)$: 安全資産の保有数

$F(t)$: ポートフォリオ ($\frac{N(t)}{W(t)}$)

r : 金利 とするとき, ポートフォリオの価値は,

$$W(t) = N(t)A(t) + P(t)R(t)$$

である. 投資家は自己資金調達戦略をとるため,

$$dW(t) = N(t)dA(t) + rP(t)R(t)dt$$

を満たす. これに伊藤の公式を用いると,

$$W(T) = W(t) \exp \left(\int_t^T \left(r - \left(r + \frac{\alpha}{T-u} \right) F(u)A(u) - \frac{1}{2} \sigma^2 F^2(u) \right) du + \sigma \int_t^T F(u) dZ(u) \right) \quad (3)$$

となり, (3) 式は満期のポートフォリオの価値を表す.

4. 信用取引 (マージン)

信用取引 (マージン) とは, 現金や株券を証券会社に担保として預け入れることで (預け入れた担保を「委託保証金」という), 金融機関から現金や株券を借り入れて, 売買を行う投資の手法である. そのため, 投資家の手持ち資金以上の金額での売買が可能となるため, レバレッジ効果が働き, 高収益が望める一方, 高額の損失を被るというリスクも抱える.

(1) 信用取引の裁定機会

信用取引における裁定機会の利ざやの例として, 株価が 100 円の銘柄 10 単位分の取引を考える.

(i) 信用売り (空売り)

空売したため, 1000 円所持している. 売り建玉が 99 円に値下がりしたときに反対売買すると 990 円で買える. 購入した株を証券会社に返せばよいので,

$$1000 \text{ 円 (買い)} - 990 \text{ 円 (売り)} = 10 \text{ 円}$$

の利益が手元に残る.

(ii) 信用買い (空買い)

買い建玉を 101 円で反対売買すると, 1010 円で売れる. 証券会社には 1000 円を返せばよいので,

$$1010 \text{ 円 (売り)} - 1000 \text{ 円 (買い)} = 10 \text{ 円}$$

の利益が手元に残る.

裁定取引の利ざや (ブラウニアン・ブリッジ) を,

$$|A(t)| = \text{売り (ショート)} - \text{買い (ロング)} \quad (4)$$

とすると,

$$|A(t)| = \begin{cases} \text{信用売り (空売り)} (A(t) > 0) \\ \text{信用買い (空買い)} (A(t) < 0) \end{cases} \quad (5)$$

である. また, 保有数においても, 「買い」は「正」, 「売り」は「負」と考えられるので, 信用取引の購入量は,

$$|N(t)| = \begin{cases} \text{信用買い (空買い)} (N(t) > 0) \\ \text{信用売り (空売り)} (N(t) < 0) \end{cases}$$

である. 図 1, 図 2 は裁定取引の利ざやをブラウニアン・ブリッジのサンプルパスで表したものである. 前者は, $A(0) > 0$ より, 空売りが先行, 後者は, $A(0) < 0$ より, 空買いが先行している例である.

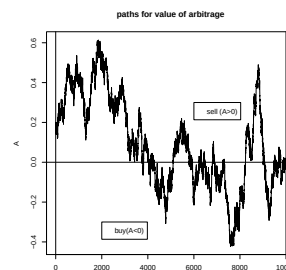


図 1 空売りが先行

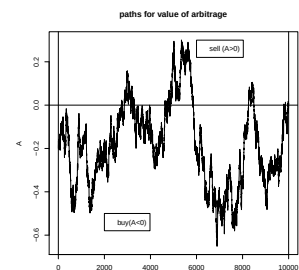


図 2 空買いが先行

(2) 信用取引 (マージン) の担保制約

投資家は, 委託保証金による担保を証券会社の口座に預け入れることで, 資金を借り入れて株式を買い付けますが, 預け入れた担保の価値が時価総額の変動による影響を受けた場合, 担保金の不足分の補填 (追い証), あるいは余剰分の返還を行うことで担保の額を調整する. これを「値洗い (マージンコール)」といい, 相場変動により決済不能となることを防ぐ役割がある. 投資家は, 追い証に対応するべく, 常に流動性の高い資産を保有しておく必要がある.

λ : 委託保証金とすると, 投資家は, $0 \leq t \leq T$ で,

$$W(t) \geq \lambda |N(t)| \quad (6)$$

となるようにポートフォリオを組まなければならない.

5. リスク中立的戦略 (Optimal strategy)

本章では、信用取引 (マージン) の制約条件を考慮してポートフォリオを構築する。投資家の目的は、満期におけるポートフォリオの価値を最大化することである。その期待効用関数を、

$$J(W(t), A(t), t) = \max_N E_t [\ln W(T)]$$

で表す。これを計算すると、

$$E_t [\ln W(T)] = \ln W(t) + r(T-t) - E_t \left[\int_t^T \left(r + \frac{\alpha}{T-u} \right) F(u) A(u) du + \int_t^T \frac{\sigma^2}{2} F^2(u) du \right]$$

である。さらに最大化させるので、負の値である第 3 項を最小化する必要がある。故に、

$$J(W(t), A(t), t) = \ln W(t) + r(T-t) - \min_F E_t \left[\int_t^T \left(r + \frac{\alpha}{T-u} \right) F(u) A(u) du + \int_t^T \frac{\sigma^2}{2} F^2(u) du \right]$$

を得る。(6) 式のマージンの制約条件より、 $|F(u)| \leq \frac{1}{\lambda}$ であり、これをもとに $F(u)$ を求めると、

$$F(t) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} & \text{if } A(t) < -\frac{1}{\lambda} \frac{\sigma^2}{r + \frac{\alpha}{T-t}} \\ -\frac{r + \frac{\alpha}{T-t}}{\sigma^2} |A(t)| & \text{if } |A(t)| \leq \frac{1}{\lambda} \frac{\sigma^2}{r + \frac{\alpha}{T-t}} \\ -\frac{1}{\lambda} & \text{if } A(t) > \frac{1}{\lambda} \frac{\sigma^2}{r + \frac{\alpha}{T-t}} \end{cases}$$

となる。なお、本章のポートフォリオに従う戦略が、リスク中立的戦略であり、本研究の中核をなす戦略となっている。ポートフォリオお解説については、他の戦略とともに 8 章で行う。

6. モンテカルロ法

モンテカルロ法では、解析的に解くことが難しい数式を、乱数を用いたシミュレーションを繰り返して行うことで、近似解を求めることが可能である。本章では、ポートフォリオの価値 $W(t)$ のサンプルパスを導出する手順を説明する。なお、本研究のシミュレーションは、満期までの期間を 1 万等分の離散時間にして近似値を求めている。そのため、満期を 1 年とすると、時間の増分は、 $dt = \frac{1}{10000}$ となる。ポートフォリオの価値は、

$$W(t) = W(0) \exp^{rt} \cdot \exp \left(\int_0^t - \left(\left(r + \frac{\alpha}{T-u} \right) F(u) A(u) + \frac{\sigma^2}{2} F^2(u) \right) du + \sigma \int_0^t F(u) dZ(u) \right)$$

であった。この連続時間の確率微分方程式の解の近似値を求めていく。まず、上記の式の $\exp()$ を積分して差分をとり、連続型から離散型にすると、

$$\exp \left(\int_0^{0.0001} - \left(\left(r + \frac{\alpha}{T-u} \right) F(u) A(u) + \frac{\sigma^2}{2} F^2(u) \right) du + \sigma \int_0^{0.0001} F(u) dZ(u) \right)$$

である。ここで、 dt は、0.00001 と微小な時間であるため、 $F(0), A(0)$ をもとに、 $F(0.0001), A(0.0001)$ を求める。よって、 $\exp$ の括弧内は、

$$= \exp \left(- \left(r + \frac{\alpha}{1-0} \right) F(0) A(0) \frac{1}{10000} - \frac{\sigma^2}{2} F^2(0) + \sigma \cdot F(0) \cdot \text{標準正規乱数} \cdot \sqrt{dt} \right)$$

となる。よって、

$$W(0.0001) = W(0) \cdot \exp^{rt} \cdot \exp \left(- \left(r + \frac{\alpha}{1-0} \right) F(0) A(0) \frac{1}{10000} - \frac{\sigma^2}{2} F^2(0) + \sigma \cdot F(0) \cdot \text{標準正規乱数} \cdot \sqrt{dt} \right)$$

を得る。同様に、 $W(0.0001)$ をもとに $W(0.0002)$ を求め、これを満期の時刻 ($T=1$) まで繰り返すと、

$$W(1) = W(0.9999) \exp^{rt} \cdot \exp \left(- \left(r + \frac{\alpha}{1-0.9999} \right) F(0) A(0) \frac{1}{10000} - \frac{\sigma^2}{2} F^2(0.9999) + \sigma \cdot F(0.9999) \cdot \text{標準正規乱数} \cdot \sqrt{dt} \right)$$

が求まる。ポートフォリオの価値のサンプルパスは、8 章で掲載する。

7. シャープレシオ

シャープレシオ (Sharpe Ratio) とは、リスクをとって運用を行った結果、安全資産から得られる収益をどの程度上回ったのかを示す指標である。つまり、シャープレシオの値が高いほど、投資の効率性も優れており、運用実績の評価が高くなる。

SR : シャープレシオ
 $W(T)$: 満期のポートフォリオの価値
 $R(T)$: 満期の安全資産の価値
 $SD(W(t))$: ポートフォリオの価値の標準偏差とするとき、

$$SR = \frac{W(T) - R(T)}{SD(Wt)} \quad (7)$$

とする。

8. シミュレーション

本研究の目的は、第 6 章のモンテカルロ法により求めたポートフォリオの価値のサンプルパスを用いて、満期におけるポートフォリオの価値を最大化することである。本章では、リスクの観点から、「リスク中立的」、「リスク選好的」、「リスク回避的」の各戦略のポートフォリオの組み方を説明し、満期におけるポートフォリオの価値とシャープレシオの基本等計量を求めることで、各戦略の評価を行うとともに、信用取引における裁定取引のあり方について考察を行う。3 戦略の共通項目として、

$W(t)$: ポートフォリオの価値 ($W(0)=0$ とする.)

$A(t)$: 裁定取引の利ぎや

$R(t)$: 安全資産の価値

$F(t)$: ポートフォリオ ($\frac{N(t)}{W(t)}$)

λ : 委託保証金

α : パラメータ

σ : ボラティリティ

r : 金利 (6%) とする。なお、第 1 章で計算した初期投資額が 100 円、利子率が 6% で 1 年間、安全資産のみに投資をした場合、満期 T における安全資産の価値は、

$$R(1) = 100 \times \exp(0.06) = 106.18$$

であり、この値を $W(T)$ の値と比較を行うことで、投資の効率を判断していく。

(1) リスク中立的戦略 (Optimal Strategy)

リスク中立的戦略に従うならば、ポートフォリオの価値は、

$$W(T) = W(t) \exp^{rt} \cdot \exp \left(\int_t^T - \left(\left(r + \frac{\alpha}{T-u} \right) F(u) A(u) + \frac{\sigma^2}{2} F^2(u) \right) du + \sigma \int_t^T F(u) dZ(u) \right)$$

であり、 $0 \leq \alpha \leq 1$ であるとき、確率 1 で、

$$W_T \geq W_0 \exp^{rT}$$

となる。また、ポートフォリオは、

$$F(t) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} & \text{if } A(t) < -\frac{1}{\lambda} \frac{\sigma^2}{r + \frac{\alpha}{T-t}} \\ -\frac{r + \frac{\alpha}{T-t}}{\sigma^2} |A(t)| & \text{if } |A(t)| \leq \frac{1}{\lambda} \frac{\sigma^2}{r + \frac{\alpha}{T-t}} \\ -\frac{1}{\lambda} & \text{if } A(t) > \frac{1}{\lambda} \frac{\sigma^2}{r + \frac{\alpha}{T-t}} \end{cases}$$

である。図 3, 図 4 は、リスク中立的戦略に従う $W(t)$ のサンプルパスの一例である。($\lambda=1, \alpha=1, \sigma=1$)

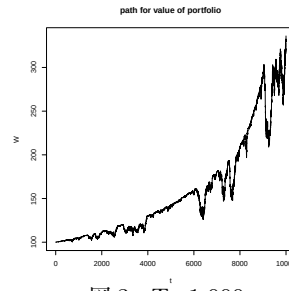


図 3 $T=1.000$

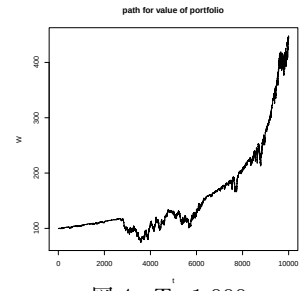


図 4 $T=1.000$

図 5 は、リスク中立的戦略のポートフォリオを表したものである。リスク中立的戦略の特徴は、裁定取引の利ぎやある限り ($A=0$ 以外)、必ず裁定機会への投資を行う点である。 A の値が大きければ大きいほど、裁定機会への投資比率が高くなる。なお、裁定機会への投資比率が 100% となるのは、裁定取引による利ぎやがマージンの制約、つまり、金融機関に預け入れる担保の額を超える場合 ($t=40$ から $t=50$, $t=70$ から $t=95$ ($t=80$ を除く)) に限る。

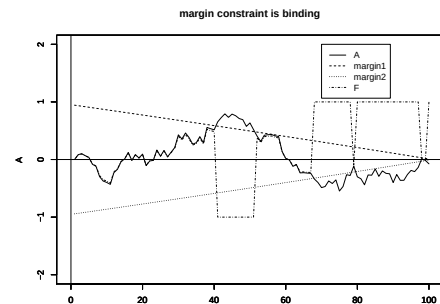


図 5 リスク中立的戦略

図 3, 図 4 のようなサンプルパスを満期の値を変えながら ($t=.250, t=.500, t=.750, t=1.000$) 1000 回発生させ、 $W(T)$ の基本等計量 (最小値, 平均値, 中央値, 最大値, 標準偏差) を求めたのが表 1 とであり、(7) 式に従うシャープレシオの基本等計量を求めたのが表 2 である。以下の戦略でも同様に基本統計量を計算する。

表 1: リスク中立的戦略に従う $W(t)$ の基本等計量

	Min	Mean	Median	Max	S.Dev
	A	λ	α	σ	
T	0	1	1	1	
.250	52.05	102.40	107.24	116.81	12.94
.500	39.17	112.12	118.40	145.02	24.99
.750	72.7	133.54	135.48	206.79	38.96
1.000	114.40	260.45	249.98	699.52	82.73
T	0	1	2	1	
.250	58.07	100.16	107.23	133.59	16.18
.500	45.67	194.04	122.70	123.28	32.25
.750	51.13	164.54	158.99	324.87	54.58
1.000	118.14	400.40	366.05	1096.42	170.66
T	0	10	1	1	
.250	87.88	100.69	100.81	112.26	4.24
.500	84.40	102.13	102.03	125.957	5.88
.750	87.30	104.41	104.04	126.64	6.37
1.000	101.15	113.15	112.27	142.01	6.77

表2：リスク中立的戦略に従う
シャープレシオの基本等計量

	Min	Mean	Median	Max	S.Dev
	A	λ	α	σ	
T	0	1	1	1	
.250	-6.47	-0.41	0.21	2.59	2.09
.500	-4.98	0.56	1.14	3.58	2.10
.750	-4.40	1.26	1.68	3.97	1.91
1.000	0.40	4.04	4.12	7.52	1.05
T	0	1	2	1	
.250	-5.80	-0.13	0.17	3.20	2.12
.500	-4.98	0.81	1.25	4.01	1.99
.750	-3.59	1.82	2.15	4.58	1.61
1.000	0.65	4.73	4.76	8.36	0.93
T	0	10	1	1	
.250	-5.80	-0.13	0.17	3.20	2.12
.500	-4.98	0.81	1.25	4.01	1.99
.750	-3.59	1.82	2.15	4.58	1.61
1.000	0.65	4.73	4.76	8.36	0.93

表1の($\lambda=1, \alpha=1, \sigma=1$)に着目すると、満期を1年($T=1.000$)とした場合には、 $W(T)$ の最小値(114.40)が安全資産のみに投資を行った場合(106.18)を上回っている。これにより、リスク中立的戦略では $T=1.000$ とした場合、確率1で、安全資産のみへの投資を行った場合に比べて優位であることがわかる。また、表2のシャープレシオも、 $T=.250$ を除けば平均が0を上回っていることから、効率的に利益を得られていることがわかる。リスク中立的戦略は、 $0 \leq \alpha \leq 1$ のときに、確率1で $W(T) \geq W(0) \cdot \exp(rT)$ となる戦略であったが、 $\alpha=2$ の場合も $\alpha=1$ の場合と同様の結果が得られた。

λ の値は、委託保証金を表しており、 $\lambda=1$ の場合は、裁定取引の購入量1単位に対して1である。一方、 $\lambda=10$ の場合は、 $\lambda=1$ の場合に比べて、購入量が大幅に減ることになる。そのため、 $W(T)$ の基本等計量に着目すると、 $\lambda=1$ の場合に比べて大きく差がみられ、最小値も101.15と、安全資産のみへの投資を行った場合よりも劣位となる。よって、裁定機会の存在が少ない市場においては、リスク中立的戦略ではあまり効率的な戦略ではないことがわかる。

(2) リスク選好的戦略 (Maximum Strategy)

リスク選好的戦略に従うならば、ポートフォリオの価値は、

$$W(T) = W(t) \exp^{rt} \cdot \exp\left(\int_0^t -\left(r + \frac{\alpha}{T-u}\right) F(u) A(u) + \sigma \int_0^t F(u) dZ(u)\right)$$

となる。また、ポートフォリオは、

$$F(t) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} & \text{if } A(t) < 0 \\ 0 & \text{if } A(t) = 0 \\ -\frac{1}{\lambda} & \text{if } A(t) > 0 \end{cases}$$

である。図6、図7は、リスク選好的戦略に従う $W(t)$ のサンプルパスの一例である。($\lambda=1, \alpha=1, \sigma=1$)

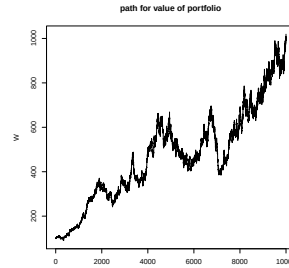


図6 T=1.000

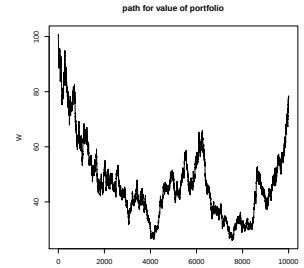


図7 T=1.000

図8はリスク選好的戦略のポートフォリオを表したものである。リスク選好的戦略の特徴は、裁定取引の利ざやがある限り($t=60, t=70$ 以外)、安全資産への投資を行わないことである。つまり、 $t=5$ から $t=60$ では、 $A > 0$ 、つまり、売り-買い >0 であるため、全て信用売り(空売り)を行う。一方、 $t=60$ から $100(t=70$ を除く)の間は、 $A < 0$ 、つまり、買い-売り >0 であるため、全て信用買い(空買い)を行う。

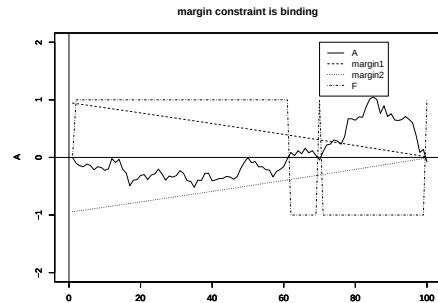


図8 リスク選好的戦略

表3：リスク選好的戦略に従う $W(t)$ の基本等計量

	Min	Mean	Median	Max	S.Dev
	A	λ	α	σ	r
T	0	1	1	1	0.06
.250	24.95	105.71	95.58	442.34	51.03
.500	17.69	119.86	96.02	778.02	84.99
.750	21.54	141.97	107.84	1235.45	117.21
1.000	66.27	263.62	196.90	2085.66	218.73
T	0	10	1	1	
.250	87.88	100.69	100.81	112.26	4.64
.500	86.92	100.44	100.26	115.10	6.20
.750	87.68	104.64	103.94	130.32	7.05
1.000	100.04	112.81	111.78	139.04	7.24

表 4：リスク選好的戦略に従う
シャープレシオの基本等計量

	Min	Mean	Median	Max	S.Dev
	A	λ	α	σ	
T	0	1	1	1	
.250	-6.18	-0.51	-0.28	3.85	1.53
.500	-5.32	-0.47	-0.25	4.12	1.76
.750	7.12	-0.23	0.03	3.81	1.89
1.000	-3.55	2.52	2.97	6.73	1.90
T	0	10	1	1	
.250	-7.03	-1.77	-1.63	1.84	1.48
.500	-8.33	-1.48	-1.28	2.66	1.77
.750	-7.06	-0.94	-0.65	2.50	1.79
1.000	-3.89	1.32	1.60	4.12	1.31

表 3 の $\lambda = 1$ の $W(T)$ の最大値をみると 2085.66 である。これは、リスク中立型の同様の値 (699.52) を大幅に上回る。一方、最小値 (66.27) に着目すると、安全資産へのみ投資を行った場合の価値 (106.18) と比べても大きく下回る。以上の結果から、裁定機会への投資が必ずしもポートフォリオの価値を増加させることに結びつかないことがいえる。

(3) リスク回避的戦略 (Barriar Strategy)

Barriar Strategy に従うならば、ポートフォリオの価値は、

$$W(t) = W(0) \exp^{rt} \cdot$$

$$\exp\left(\int_0^t -\left(\left(r + \frac{\alpha}{T-u}\right) \frac{\chi_t}{\lambda} A(u) + \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\lambda^2} \chi_t\right) du + \sigma \int_0^t \frac{\chi_t}{\lambda} dZ(u)\right)$$

であり、ポートフォリオは、

$$\frac{\chi_t}{\lambda} = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} & \text{if } A_t < -\frac{\sigma^2}{2r\lambda} \\ 0 & \text{if } |A_t| \leq \frac{\sigma^2}{2r\lambda} \\ -\frac{1}{\lambda} & \text{if } A > \frac{\sigma^2}{2r\lambda} \end{cases}$$

$$\chi_t = -1 \left\{ A > \frac{\sigma^2}{2r\lambda} \right\} + 1 \left\{ A \leq -\frac{\sigma^2}{2r\lambda} \right\}$$

でありである。図 9、図 10 は、リスク回避的戦略に従う $W(t)$ のサンプルパスの一例である。($\lambda = 10, \alpha = 1, \sigma = 1$)

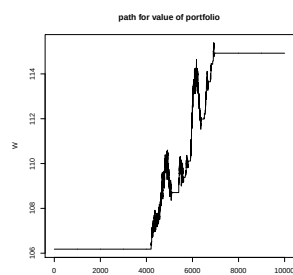


図 9 T=1.000

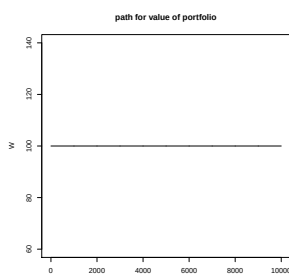


図 10 T=1.000

図 11 は、リスク回避的戦略のポートフォリオを表したものである。この戦略の得料は、裁定取引の利ざやが保証金の額を上回らない限り ($t=0$ から、 $t=80$)、安全資産のみへの投資を行う点である。そのため、裁定取引の利ざやが大きくならない限り、サンプルパスも一直線となる。

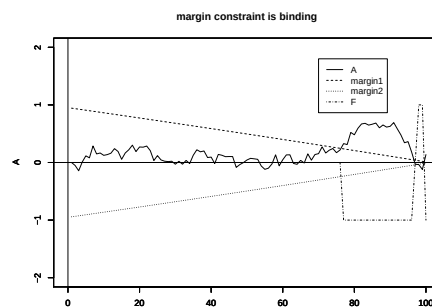


図 11 リスク回避的戦略

表 5：リスク回避的戦略に従う $W(T)$ の基本等計量とシャープレシオの基本等計量

	Min	Mean	Median	Max	S.Dev
	A	λ	α	σ	
T	0	10	1	1	
1.000	97.22	106.08	106.18	119.52	2.51
1.000	-3.63	-0.01	0.27	3.93	2.19

表 5 の $W(T)$ の平均値とシャープレシオの平均値をみると、安全資産のみへの投資と同様の効果であることがわかる。また、最大値の値も低く、最小値は安全資産のみへの投資を下回る。以上の結果から、裁定機会が存在が少ない市場では、安全資産へのみ投資を行うべきである。

9. まとめ

本研究では信用取引における担保の制約に着目し、信用取引における裁定取引のあり方を考察した。中でも、「リスク中立的戦略」が効率的にポートフォリオの価値を増大化させるのに適しているという結果を得た。また、リスク選好的戦略の結果から、裁定機会への投資が必ずしもポートフォリオの価値を増大化させることに直結することではない、ということを実証することができた。

参考文献

- [1] Liu, Jun, and Francis A. Longstaff. "Losing Money on Arbitrages: Optimal Dynamic Portfolio Choice in Markets with Arbitrage Opportunities." (2000).
- [2] 森平爽一郎. "モンテカルロ法によるオプション価格決定 (特集 オプション理論とその周辺)." オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学 41.11 (1996): 614-619.