

ブートストラップに基づくソフトウェア信頼性評価モデルに関する研究

羽部, 雅也 / HABU, Masaya

(出版者 / Publisher)

法政大学大学院理工学・工学研究科

(雑誌名 / Journal or Publication Title)

法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編 / 法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編

(巻 / Volume)

55

(開始ページ / Start Page)

1

(終了ページ / End Page)

6

(発行年 / Year)

2014-03-24

(URL)

<https://doi.org/10.15002/00010360>

ブートストラップに基づくソフトウェア 信頼性評価モデルに関する研究

A STUDY ON SOFTWARE RELIABILITY ASSESSMENT MODELS
BASED ON A BOOTSTRAP METHOD

羽部 雅也

Masaya HABU

指導教員 木村光宏

法政大学大学院工学研究科システム工学専攻修士課程

This study focuses on the generalization of several software reliability models and the derivation of confidence intervals of reliability assessment measures. First we briefly explain generalized linear regression models, and discuss how to obtain the confidence intervals from a dataset by using a bootstrap method. A two-parameter numerical differentiation method is applied to the dataset to estimate the model parameters. We also show several numerical illustrations of software reliability assessment by using the actually obtained data.

Key Words: Software reliability, Bootstrap method, Generalized linear regression model

1. はじめに

従来、ソフトウェアの信頼性を定量的に評価するためのモデル、特に、ソフトウェアの開発作業における最終工程であるテスト工程において、実行したテストによってどの程度の信頼度が確保されたかを定量的に評価するためのモデルが、多くの研究者によって提案されている [1,2,3,4,5]。しかし、提案されたモデルは、あるデータセットに対してうまく評価性能を発揮できるものの、それ以外のデータに対しては、うまく当てはまらないことがしばしば生じることが知られている。

文献 [1] ではいくつかのモデルを含むモデルを開発する一つのアプローチとして、従来提案されてきたソフトウェア信頼性データを解析するための成長曲線により記述されるモデルのいくつかを、統一的に表現する一般化成長曲線モデルの手法を提案している。そして、モデルの持つ未知パラメータの推定法には、2パラメータ数値微分法を用い、一般化した成長曲線モデルの未知パラメータを最小二乗法によって推定している。

本研究では、文献 [1] のモデルの拡張を行い、変数を2変数から3変数に増やした場合のモデルについて考察を行う。このとき、数値微分法や最小二乗法によって未知パラメータの推定は可能だが、ソフトウェアのテスト工程から得られるデータの特性として、一つのテスト工

程からは1つのデータセットしか得られないため、そのばらつきの大きさなどをうまく評価することができない。そこで本研究ではブートストラップ (bootstrap) 法を用いて、平均値関数 (テスト時刻 t において期待される発見・修正フォールト数を表す) に含まれる未知パラメータを複製することにより、パラメータのばらつきの評価をする [6]。ばらつきの評価は一定の時間までのデータを用い、最終観測地点のフォールトを予測し信頼区間を導出し評価を行う。また、2変数の場合、ブートストラップで得られた標本が2変数正規分布に従うと仮定した場合、平均値関数の95%信頼区間を解析的に導出することができる。また2変数正規分布に従わないと仮定した場合、解析的に求めることが出来ないため、ブートストラップによる数値的評価法を用いて95%を導出する [7]。更に3変数の場合、数値積分の形でしか平均値関数を求めることが出来ない。そこで、境界条件を定めることによって信頼区間がどのように変化していくかを評価し、考察を行う。

2. 一般化線形回帰モデル

本研究では、ソフトウェアのテスト工程から得られるソフトウェアフォールト発見数データが (t_i, y_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) の形式で得られるものと仮定する。 t_i は i 番目のテスト時刻、 y_i は t_i までに発見修正された累積フォー

ルト数である．このようなデータの時間経過に対する振る舞いを表現する関数として，よく知られた以下の成長曲線を取り上げる．

$$M(t) = m_1(1 - e^{-m_2 t}) \quad (m_1 > 0, m_2 > 0), \quad (1)$$

$$D(t) = d_1(1 - (1 + d_2 t)e^{-d_2 t}) \quad (d_1 > 0, d_2 > 0), \quad (2)$$

$$G(t) = g_1 g_2^{\exp[-g_3 t]} \quad (g_1 > 0, 0 < g_2 < 1, g_3 > 0), \quad (3)$$

$$L(t) = l/(1 + l_2 e^{-l_3 t}) \quad (l_1 > 0, l_2 > 0, l_3 > 0), \quad (4)$$

$$P(t) = \frac{1}{p_1} \log(1 + p_1 p_2 t) \quad (p_1 > 0, p_2 > 0). \quad (5)$$

成長曲線には $t \rightarrow \infty$ としたときいずれもある値に収束する特徴がある飽和型モデル（式 (1)，式 (2)，式 (3) および式 (4)）と $t \rightarrow \infty$ とした時に発散する特徴を持つ発散型モデル（式 (5)）に分けられ，式 (1) は指数形 SRGM，式 (2) は遅延 S 字形 SRGM，式 (3) はゴンペルツ曲線，式 (4) はロジスティック曲線と呼ばれ，飽和型モデルの成長曲線として広い分野で用いられてきたモデルである．式 (5) は発散型モデルの一例で対数ポアソン実行時間モデルと呼ばれる．これらの関数をそれぞれ適当に変換し，一つの関係式で表現するために，数値微分と微分可能な増加関数 $H(t) (t \geq 0)$ を考え，データから変換された値を表す $z(\alpha, \beta, t_i)$ を用いることにより以下のように定式化する．

$$\log\left\{\frac{dH(t)}{dt}/t^\alpha/H(t)^\beta\right\}|_{t=t_i} \equiv z(\alpha, \beta, t_i) = \begin{cases} \log\left[\frac{1}{2}\left\{\frac{y_{i+1}-y_i}{t_{i+1}-t_i} + \frac{y_i-y_{i-1}}{t_i-t_{i-1}}\right\}/t_i^\alpha/y_i^\beta\right] & (1 \leq i \leq n-1) \\ \log\left[\frac{y_n-y_{n-1}}{t_n-t_{n-1}}/t_n^\alpha/y_n^\beta\right] & (i=n) \end{cases} \quad (6)$$

式 (6) において， α および β はモデルの融通性を高めるために本研究にて導入された未知パラメータである．このことから，飽和型モデルの場合は，

$$z(\alpha, \beta, t_i) = A - Bt_i + \epsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (7)$$

となる関係式を得ることが出来る．発散型モデルも同様に，

$$z(\alpha, \beta, t_i) = A - Cy_i + \epsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (8)$$

となる関係式を得る事が出来る．この飽和型と発散型の関係式を一つの式で取り扱うことを狙い，

$$z(\alpha, \beta, t_i) = A - Bt_i - Cy_i + \epsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (9)$$

となる重回帰モデルを考えることも出来る [1]．さらに本研究では，説明変数を 1 つ増やしモデルの拡張を以下のように行う．

$$z(\alpha, \beta, t_i) = A + Bt_i + Dw_i + \epsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (10)$$

ここで， w_i に関数 $w(t_i)$ を以下のように当てはめる．また，式 (2.16) の各パラメータ値は z が t について減少するようにとる．

$$w(t_i) = a_w(1 - (1 + b_w t_i)e^{-b_w t_i}). \quad (11)$$

そして， t を連続変数とみて前節と同様に対数を取ると以下ようになる．

$$\log\left[\frac{dH(t)}{dt}/t^\alpha/H(t)^\beta\right] = A + Bt + Dw(t). \quad (12)$$

3. パラメータ推定法

未知パラメータの推定法を示す．最小二乗法を適用することで，未知パラメータ A および B の推定量 \hat{A} および \hat{B} はそれぞれ，

$$\hat{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z(\alpha, \beta, t_i) + \hat{B} \times \sum_{i=1}^n t_i, \quad (13)$$

$$\hat{B} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i) z(\alpha, \beta, t_i)}{\sum_{i=1}^n (t_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i)^2}, \quad (14)$$

のように表される．両方はそれぞれ α および β の関係式になっていることから，これらを変数と見て残差平方和を最小にする α および β を数値的に求めることで推定値 $\hat{\alpha}$ および $\hat{\beta}$ が得られ，式 (10) および式 (11) に代入することで \hat{A} および \hat{B} も推定され，未知パラメータを推定することができる．また，他のモデルについても同様にして，モデルに含まれる未知パラメータを推定することができる．

4. ブートストラップによるパラメータのバラつき評価

本研究では，ブートストラップ法を適用し，データを複製することでパラメータのバラつきを評価する．ここでは，式 (7) の場合について説明する．まず，未知パラメータである \hat{A} および \hat{B} を推定し，各データ点の残差 $w(t_i)$ を下記のように求める．

$$w(t_i) = z(\alpha, \beta, t_i) - (\hat{A} - \hat{B}t_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (15)$$

t_i における n 個の残差 $w(t_n)$ から等確率かつ重複を許して， $w(t_*)$ を取り出し，以下の式によって $z_k(\alpha, \beta, t_i)$ を求める．ここで， k はブートストラップの回数を表す ($k = 1, 2, \dots, K$)．

$$z_k(\alpha, \beta, t_i) = w(t_*) + (\hat{A} - \hat{B}t_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (16)$$

これを用いて，元のデータ点に対する新しいデータ点 $z_k(\alpha, \beta, t_i)$ が得られ， n 点からなるブートストラップ標本を用いて回帰式に基づいて回帰分析を行い，新たな回帰パラメータである A_k および B_k の推定値を算

出することができる．以上の処理を $k = 1, 2, \dots, K$ とし
て繰り返すことにより， K 組の推定されたパラメータ
(\hat{A}_k, \hat{B}_k) ($k = 1, 2, \dots, K$) が得られる．また 3 変数のブ
ートストラップの適用もパラメータを増やし，同様の手順
で行うことが出来る．

5. 95 %信頼区間の導出

2 変数と 3 変数の場合それぞれ導出方法を示していく．
2 変数の場合解析的あるいはブートストラップに基づく
数値的の，2 つの信頼区間の導出方法があり，まず解析
的に信頼区間を導出する方法を以下の示していく．未知
パラメータの推定により， $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{A}$ 及び \hat{B} を推定するこ
とができるため，元の $H(t)$ を解析的に求めることができ
、時刻 t での累積発見バグ数は下記のように求めること
ができる．

$$H(t) = \left[\frac{e^{\hat{A}}}{\hat{B}^{\hat{\alpha}+1}} \{ \Gamma[\hat{\alpha} + 1, 0] - \Gamma[\hat{\alpha} + 1, \hat{B}t] \} \right]^{\frac{1}{1-\hat{\beta}}} \quad (17)$$

また，元々潜在していた総フォールト数は下記のように
求めることができる．

$$H(\infty) = \left[\frac{e^{\hat{A}}}{\hat{B}^{\hat{\alpha}+1}} \{ \Gamma[\hat{\alpha} + 1, 0] \} \right]^{\frac{1}{1-\hat{\beta}}} . \quad (18)$$

この量は解析的に求めることができるため，これらの信
頼区間も解析的に求めることができる．(\hat{A}, \hat{B}) が下記
のように 2 変数正規分布に従うと仮定する．

$$\begin{pmatrix} \hat{A} \\ \hat{B} \end{pmatrix} \sim BN(\mu, \Sigma), \quad (19)$$

$$\mu = \left\{ \begin{matrix} \bar{\mu}_A \\ \bar{\mu}_B \end{matrix} \right\}, \quad (20)$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \text{Var}[\hat{A}] & \text{Cov}[\hat{A}, \hat{B}] \\ \text{Cov}[\hat{A}, \hat{B}] & \text{Var}[\hat{B}] \end{pmatrix}. \quad (21)$$

これら以上のことを用いて， $H(t)$ の 95% 信頼区間は下
記で求まる．

$$\hat{H}(t) \pm 1.96 \sqrt{\text{Var}[\hat{H}(t)]}, \quad (22)$$

このとき， $\text{Var}[\hat{H}(t)]$ は，

$$\text{Var}[\hat{H}(t)] = \left(\frac{\partial H(t)}{\partial A} \quad \frac{\partial H(t)}{\partial B} \right) \times \hat{\Sigma} \times \begin{pmatrix} \frac{\partial H(t)}{\partial A} \\ \frac{\partial H(t)}{\partial B} \end{pmatrix} \\ (A \quad \hat{A}, B \quad \hat{B}), \quad (23)$$

となり，以上を用いて解析的に信頼区間を導出すること
ができる．

次に，数値解を用いて信頼区間を導き出す方法を示す．
これは，ブートストラップ標本が 2 変数正規分布に従う
ことを仮定しない場合も考慮するため，数値解を用いて
信頼区間を導出する方法も考える．ブートストラップ標
本で得られた K 個の A, B のパラメータ組を用いること
で， $H_k(\infty)$ および $H_k(t_{35})$ を K 個求めることが可能で
ある．求めた K 個の $H_k(\infty)$ および $H_k(t_{35})$ をヒストグ
ラムに表し，直接ヒストグラムから 95% 信頼区間を導出
し，数値解を用いて信頼区間の導出をする．解析的に導
出する方法，数値解を用いて導出する方法と共に， $H(\infty)$
の初期潜在フォールト数の 95% 信頼区間， $H_k(t_{35})$ の予
測フォールト数の 95% 信頼区間を導出し，それぞれ評価
する．

次に 3 変数の場合について述べる．式 (7) を拡張して

$$z(\alpha, \beta, t) = A + Bt + Dw(t) + \epsilon, \quad (24)$$

とし， $w(t)$ は別途推定してあるものとする．

このとき，未知パラメータ A, B, D は 2 変数同様に
求めることが可能だが， $H(t)$ の中に $w(t)$ という関数が
含まれている為，解析解を用いて信頼区間を導出するこ
とが出来ない．そこで，以下の積分形式を与えることで
 $H(t)$ を数値的に導出する．ただし，ある t_j における値
 $H(t_j) = y_j$ を条件として与えることとし，求める．また
 $\beta = 0$ と仮定したモデルを用いることとする．

$$H(t) = \int_1^t \exp[A + Bx + Dw(x)] x^\alpha dx \\ - \int_1^{t_j} \exp[A + Bx + Dw(x)] x^\alpha dx + y_j. \quad (25)$$

上記の式によって $H(\infty)$ は求めることが出来ないが，
 $H(t_{35})$ は数値解を得ることが出来る．さらに，ブ
ートストラップ法を適用しているため ($\hat{A}, \hat{B}, \hat{D}$) はそれぞ
れ $k = 1000$ 個あるため，それぞれの $H(t)$ を導出するし
ヒストグラムに表す．そして，ヒストグラムから 95% 信
頼区間を導出する．また，上記の式は境界条件によって値
が変動するため，条件を $H(t_j) = y_j$ ($j = 1, 2, \dots, 30$) と
変化させたときの，信頼区間についても導出する．

6. 数値結果と考察

本研究でのデータセットは (t_i, y_i, w_i) ($i = 1, 2, \dots, 35$)
の形式で与えられており， t_i はカレンダー時間 (月) で
測られ， y_i は t_i までに発見・修正されたソフトウェア
フォールト数の累積値， w_i は t_i までに投入したテスト投
入労力量の累積値を使用する．本研究では $\beta = 0$ として
研究を進めた．

まず、2変数の場合の数値結果と考察について示していく。2変数の場合、使用するデータセットは $(t_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, 35)$ を用いて、 $(i = 1, 2, \dots, 30)$ までのデータが得られたとき、近未来の $i = 35$ のデータを予測する。まず、図1に $(t_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, 30)$ の振る舞いを示す。

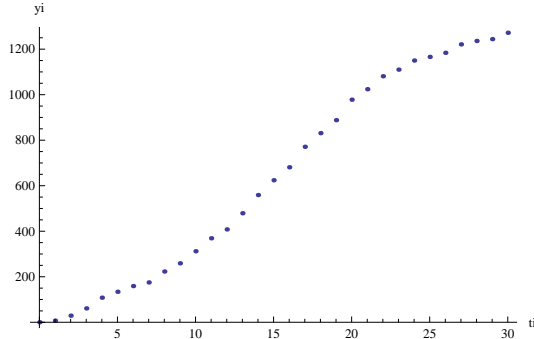


図1 (t_i, y_i) の振る舞い。

次に、実測されたデータセット $(t_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, 30)$ を一般成長曲線モデルに当てはめ、線形回帰直線として表したグラフを図2に示す。

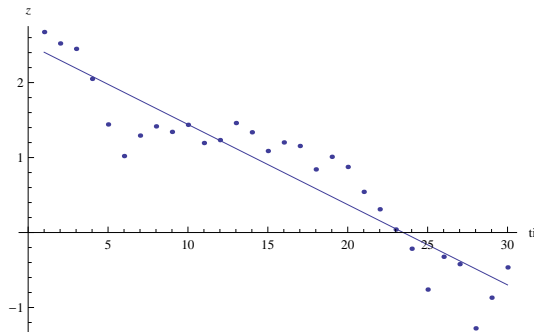


図2 一般化成長曲線モデルの回帰直線。

これにより、統一的に表現する成長曲線モデルの提案が実証されたと言える。他のデータセットに対しても同様に当てはめを行うと回帰直線を得ることが出来る。そして、 (t_i, y_i) に対して、未知パラメータの推定法を適用した推定結果を表1に示す。

表1 2変数の未知パラメータの推定結果。

$\hat{\alpha}$	\hat{A}	\hat{B}
1.11649	2.51202	0.107017

また、ブートストラップ法によってデータを複製した A_k および B_k を $K = 1000$ 求めた結果を図3に示す。

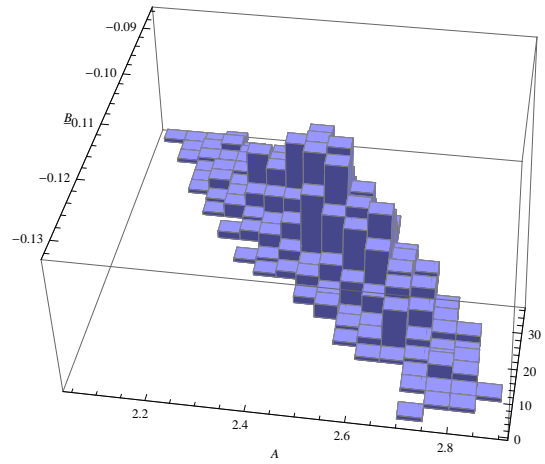


図3 ブートストラップによるパラメータのヒストグラム。

図を見てみると中心部分に山が大きくなっていることから、2変量正規分布として記述される可能性があることが見て取れる。それを踏まえ、 (\hat{A}_k, \hat{B}_k) が2変数正規分布に従うと仮定し、信頼区間の導出を解析的に行った結果、またブートストラップ標本で得られた K 個の A, B のパラメータ組を用いることで、 $H_k(\infty)$ および $H_k(t_{35})$ を K 個求めたヒストグラムを図4および図5に表し、直接ヒストグラムから95%信頼区間を導出した結果を表2にまとめた。

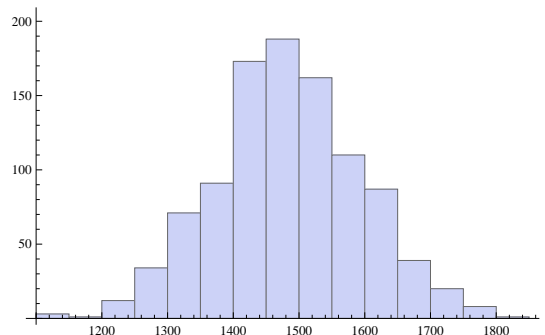


図4 $t = \infty$ での潜在フォールト数 (横軸:潜在フォールト数, 縦軸:度数)。

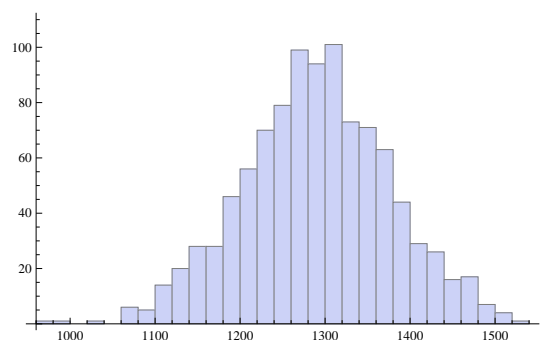


図5 $t = 35$ での発見フォールト数 (横軸:フォールト数, 縦軸:度数)。

表 2 解析的及び数値的に求めた信頼区間 .

		下限	フォールト数	上限
解析的	$H(\infty)$	654.059	1473.52	2292.99
	$H(t_{35})$	645.374	1285.32	1925.26
数値的	$H(\infty)$	1266.3	1481.07	1703.54
	$H(t_{35})$	1119.13	1290.2	1461.42

$H(\infty)$ にしたとき、解析的に導出した場合の総フォールト数は 1473.52 となっている。それに対して、ブートストラップを適用しヒストグラムから平均値での意味での総フォールト数予測は 1481.07 となっているため、ブートストラップを適用してもそれに近い値を得る事が出来た。実際、生データでは $t = 35$ の時 1301 となっている。そして、 $t = 35$ での解析的及び数値的でのフォールト数の予測値は 1285.32, 1290.2 と実質データとほぼ差がないことが見て取れる。つまり、解析的及びブートストラップを適用した場合でもフォールト数の予測が可能と言える。次に、信頼区間の値を比べる。解析的に導出した 95% 信頼区間は既往の研究結果からの導出方法である。これに対して、ブートストラップにより、数値的に導出した 95% 信頼区間は値の幅が狭いことが見て取れる。これらより、ブートストラップを利用した信頼区間は、発見フォールト数の管理をする上では、厳しい判断基準になることが分かる。

次は、3 変数の場合の数値結果と考察について示していく。3 変数の場合、使用するデータセットは $(t_i, y_i, w_i)(i = 1, 2, \dots, 35)$ を用いて、2 変数同様 ($i = 1, 2, \dots, 30$) までのデータが得られたとき、未来の $i = 35$ のデータを予測する。 (t_i, y_i) は 2 変数の場合と同じなため、省略し (t_i, w_i) の振る舞いを図 6 に示す。2 変数同様

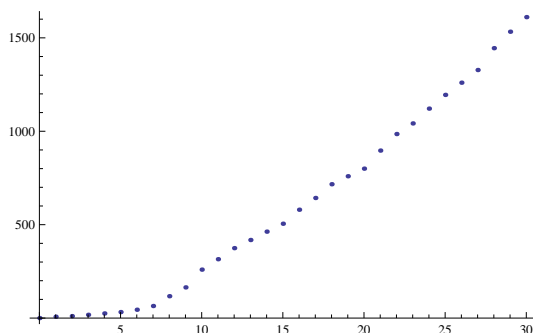


図 6 (t_i, w_i) の振る舞い (横軸: t_i , 縦軸: w_i) .

に、実測されたデータセット $(t_i, y_i, w_i)(i = 1, 2, \dots, 30)$ を一般成長曲線モデルに当てはめ、線形回帰直線として表したグラフを図 7 に示す。これにより、2 変数から 3

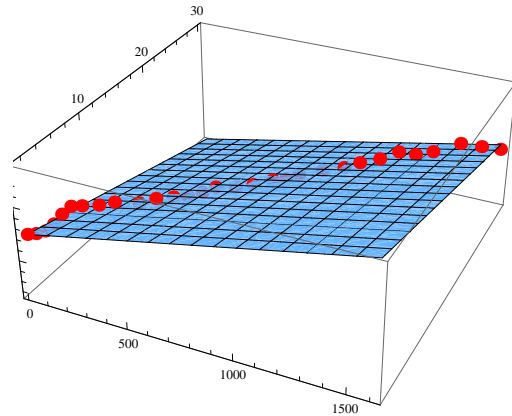


図 7 3 変数の一般化成長曲線モデルの回帰直線 (手前: t_i , 奥行横軸: w_i , 縦軸: z_i) .

変数にモデルを拡張しても統一的に表現する成長曲線モデルの提案が実証されたと言え、回帰直線を得ることが出来る。そして、2 変数同様未知パラメータの推定法を適用し推定結果を表 3 に示す。

表 3 3 変数の未知パラメータの推定結果と分散分析 .

$\hat{\alpha}$	\hat{A}	\hat{B}	\hat{D}
0.183111	2.50354	0.198823	-0.00385858

次に、ブートストラップによって $K = 1000$ 個複製した \hat{A}, \hat{B} 及び \hat{D} を 2 変量ずつまとめた 2 つのヒストグラムとして図 8 から図 10 に示す。

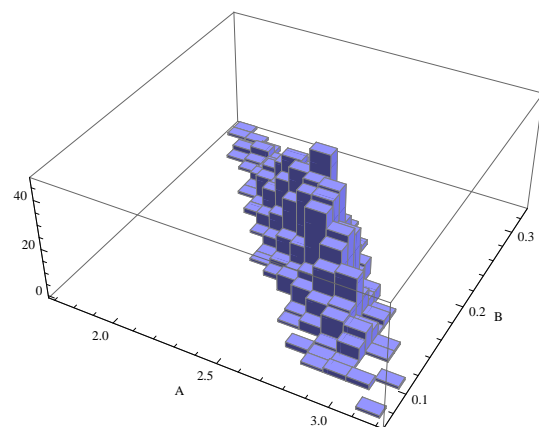


図 8 3 変数、ブートラップによるパラメータ (A,B) のヒストグラム .

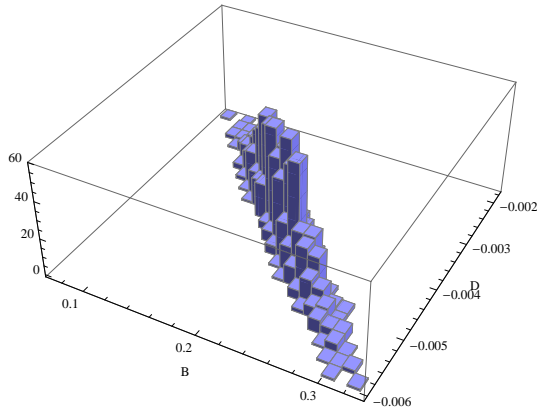


図9 3変数, ブートラップによるパラメータ (B,D) のヒストグラム .

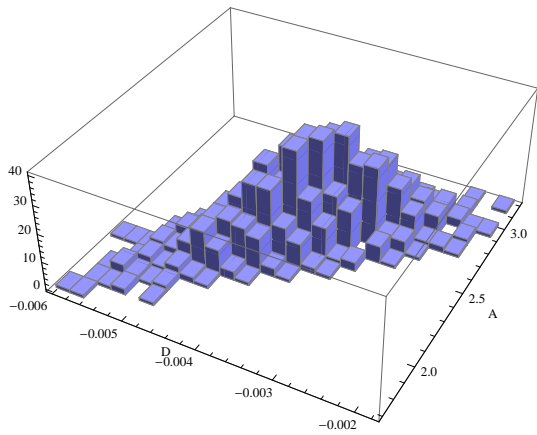


図10 3変数, ブートラップによるパラメータ (D,A) のヒストグラム .

それぞれのヒストグラムを見てみると, どの組み合わせも相関が強いことが読み取れる. さらに (B, D) ヒストグラムだけは, ばらつきが少なく中央に集まっていることから相関が強いということが読み取れる. 次に信頼区間の導出に移る. 3変数の場合, $H(t)$ の中に関数 $w(t)$ が含まれているため解析的に信頼区間を求めることができないため, 数値的に導出していく. 式 (21) を用いることで導き出すことができるが, この方法では境界条件を設定しなくてはならない. 境界条件を $H(t_j) = y_j (j = 1, 2, \dots, 30)$ とし, それぞれブートストラップを用いて 1000 個解を求めたヒストグラムから, (0.025, 0.5, 0.975) での値を読み取ることで, 平均的な意味での総フォールト数と $t = 35$ のときの 95% 信頼区間を導出し, 境界条件の与え方によってどのように推移していったかを図 11 に示す.

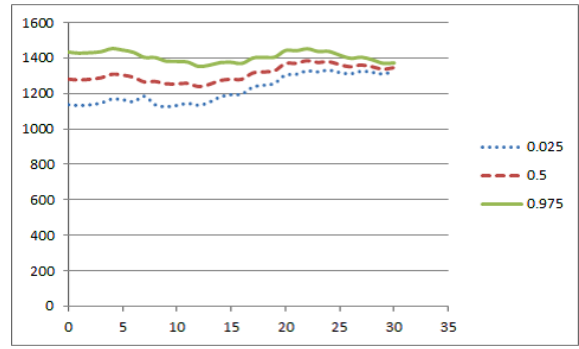


図 11 3変数, 数値的に求めた信頼区間の推移 (横軸: 微分方程式の条件を与える 30 時点, 縦軸: 発見フォールト数) .

この図から, $H(t_j) = y_j (j = 1, 2, \dots, 30)$ の j を増やしていくことで, 信頼区間の幅が狭くなっていくことが見て取れる. つまり, 発見フォールト数の管理をする上で, 厳しい判断基準になることが分かり, 短期フォールト予測をより正確に行うことが出来ると言える.

7. 今後の課題

本研究で述べた 2 パラメータ数値微分法によるパラメータ推定の理論的な妥当性を示すこと. また, さらに信頼性を向上するためにモデルの改良 (例えば, 多変数の場合や時系列でない特性データの影響を考慮したモデルなど) などが挙げられる.

参考文献

- [1] 前田剛利: 「ソフトウェア信頼性評価モデルにおける成長曲線一般化に関する研究」, 法政大学大学院修士論文 (2006).
- [2] M. Lyu, Handbook of Software Reliability Engineering, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos (1995).
- [3] J.D.Musa, Software Reliability Engineering, McGraw-Hill (1999).
- [4] H. Pham, Software Reliability, Springer-Verlag, Singapore, (2000).
- [5] 山田茂, 柚山秀樹, 「ソフトウェア信頼度成長モデルによるテスト進捗度評価法」, 日本応用数理学会論文誌, Vol. 6, NO. 4, pp.317-327, 1996 年 12 月.
- [6] 木村光宏: 「不完全ガンマ関数モデルに基づくソフトウェア信頼性評価尺度のブートストラップ信頼区間に関する考察」, 電子情報通信学会, R2006-7 (2006 年 5 月).
- [7] J. D. Musa, A. Iannino, and K. Okumoto, Software Reliability: Measurement, Prediction, Application, McGraw-Hill (1987).