# バルクハウゼン信号の高次周波数ゆらぎ解析

河副, 隼 / KAWAZOE, Jun

(発行年 / Year)
2014-03-24
(学位授与年月日 / Date of Granted)
2014-03-24
(学位名 / Degree Name)
修士(工学)
(学位授与機関 / Degree Grantor)
法政大学 (Hosei University)

2013 年度　修士論文

# バルクハウゼン信号の高次周波数ゆらぎ解析

The Higher Order Frequency Fluctuation Analysis
of the Barkhausen Signals

指導教授　齊藤兆古

法政大学大学院

工学研究科電気工学専攻

学籍番号　12R3105

氏名　河副（かわぞえ）　隼（じゅん）

# Abstract

Ferromagnetic materials are widely used for a lot of artificial products such as cars, trains, ships and so on. Because of its mechanical property, iron steel is most popular in use for the frame materials. Nondestructive testing of iron steel is an extremely important way to maintain their mechanical reliability. As is well known fact that Barkhausen signal is possible to emit from only the ferromagnetic materials having magnetic domain structures. And also, this signal changes its property depending upon their past mechanical as well as radioactive stress histories.

In the present paper, we have applied the frequency fluctuation analysis method to the Barkhausen signals emitted from the steels and its composite materials to detect the mechanical stress difference among them. Surprisingly, it has been succeeded in clarifying that apply the frequency fluctuation analysis to the Barkhausen signal makes it possible to detect the mechanical stress difference. This fact has been confirmed by applying our method to the 30 test ferromagnetic materials. Further, environmental noise problem essentially accompanying the Barkhausen signal measurements has been taken into account by the frequency fluctuation analysis.

- 目次 -

# 第 1 章　緒論

鉄に代表される強磁性体は，多くの人工的プロダクト，すなわち，建造物や製造物中に必須とされる機械的強度を支えるメインフレームの材料として広汎に使われており，常に機械的応力が加わり，残留応力も存在する．機械的強度維持のため，機械的応力や残留応力に対する非破壊検査技術は安全性確保のために極めて重要であり，予め残留応力などが非破壊的に探査可能となれば，大部分の人工的プロダクトに於ける機械的安全性や耐久性が計数化可能となり，プロダクトの安全性が確保できる．

従来から，磁区構造を持つ強磁性体，たとえば，鉄，ニッケル，コバルト，ガーネットなどの磁化過程で観察されたバルクハウゼン信号は機械的応力に対して敏感に反応することが知られている．しかしながら，バルクハウゼン信号はバルクハウゼンノイズと呼ばれるようにランダム性が強く，バルクハウゼン信号から機械的応力や中性子による損傷などが感知可能な信号処理技術は存在しなかった[1,2].

本論文の主要な目的は，バルクハウゼン信号から巨視的な規則性抽出を行う場合の周波数範囲設定に関する課題を克服し，さらに従来の周波数ゆらぎ解析法を周波数の 1 次関数から n 次関数へ一般化し，その有効性を吟味することである．本論文では，従来の周波数に対するフーリエ・パワースペクトラムの変化率を 1 次関数で近似する手法を周波数に対する 4 次関数近似へ拡張した高次周波数ゆらぎ解析法を提案する．さらに，バルクハウゼン信号のパワースペクトラムの有効周波数領域を抽出するため，ユークリッド距離を最小化する最適化手法である k-means 法を適用する．k-means 法で抽出されたパワースペクトラムの有効周波数領域を周波数の 4 次関数近似曲線で表し，4 個の係数を 3 次元空間上に可視化する．磁性体に外部応力を加えた場合，4 個の係数が 3 次元空間上で明確に変化し，大雑把であるが外部印加応力の大きさも掌握可能であることを報告する．

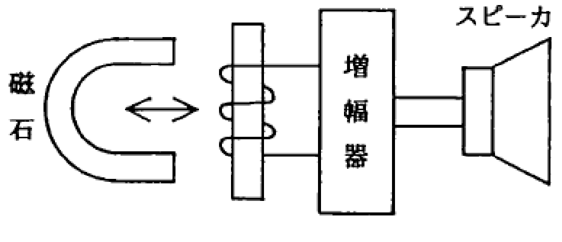
# 第２章　磁性体の磁化現象

## 2.1　磁区の仮説と発見

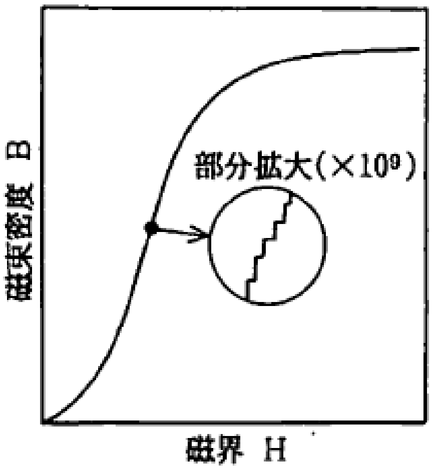
鉄，コバルト，ニッケルのような金属だけが磁石に吸引され，銅やアルミニウム等は磁石に吸引されない．このことを調べてみると結果的に鉄，コバルト，ニッケルのような強磁性体は自発磁化を持つことが他の非磁生体金属との本質的な違いであることが見出された．自発磁化を強磁性体が有しているにもかかわらず必ずしも磁化していないことは，強磁性体が磁区に分かれていて各磁区内の磁化方向がそれぞれ異なっているために全体として磁化されていない状態になるとする仮説が 1907 年 P. Weiss によって立てられた．

1919 年，Barkhausen は強磁性体の磁化が不連続的に行われることを発見した．図 1(a)に示すように，強磁性体にコイルを巻き，コイルに誘起する電圧を増幅器で増幅しスピーカーで出力する実験装置に於いて，左側から永久磁石を近づけると強磁性体の自発磁化の方向が外部からの磁界に応じて変化し，音を発生する．このバルクハウゼン雑音と呼ばれる音が磁区存在の検証のひとつとなった．図 1(b)の磁化曲線の拡大部分に，多くの不連続的な磁化が観察される．これはおもに，自発磁化を持つ磁区間の境界である磁壁が磁性体中の不純物や欠陥に引っかかりながら移動することに起因する[1,2,3].

1932 年 Bitter は，磁区を直接顕微鏡で観察することを試みた．強磁性体の微粒子，例えば四三酸化鉄のコロイド液を，よく研磨し表面の歪みを取り除いた強磁性体に塗布し，金属顕微鏡で表面を調べた．結果的には，磁区の像を得たのであるが，その当時は単に磁性体中の inhomogeneity とされていた．その後，1949 年 Williams, Bozorth および Shockley の実験により，観察されたものが磁区として認知された．




(a)　観測法

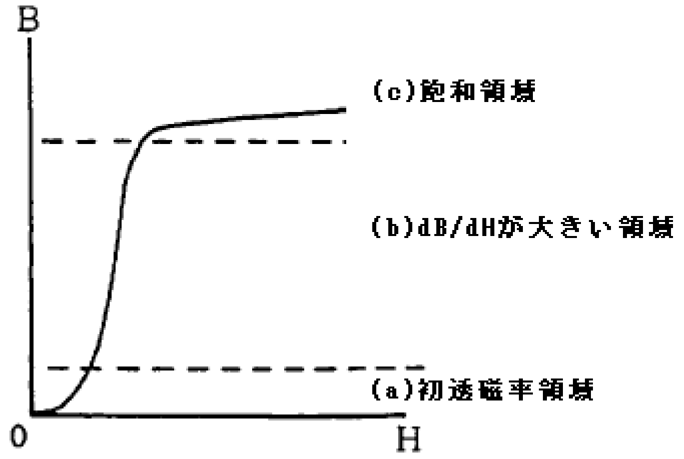



(b)　磁化曲線

図 1　バルクハウゼン雑音

## 2.2　初期磁化曲線と磁気飽和現象

強磁性体が全く磁化されていない状態から磁界 H を徐々に加えていくと磁束密度 B は，図 2 に示すように，最初は緩やかに増加し，次に急激に増加し，また緩やかな増加となり最終的には一定値に近づく．この曲線が初期磁化曲線と呼ばれるものである．




(a)  初透磁率領域
(b) dB/dH が大きい領域
(c)  飽和領域

図 2　初期磁化曲線

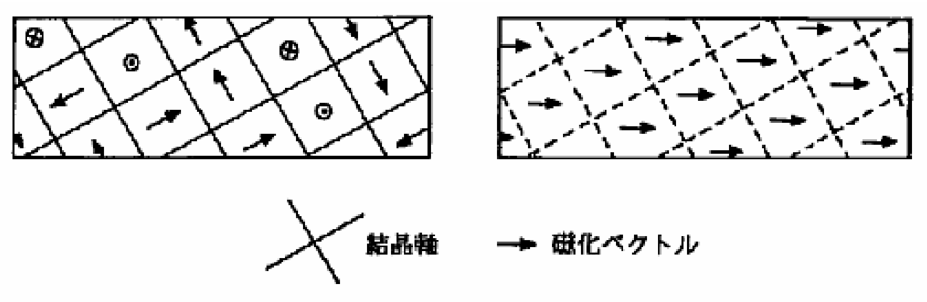
この曲線において最初の領域を(a)初透磁率領域，次の領域を(b)dB/dH が大きい領域，最終的な領域を(c)飽和領域と 3 つに分類することができる．

これらの各領域に対応する磁区状態を観察すると, (a)の初透磁率領域では可逆的磁壁移動（復元可能な磁区の変化）により磁化が行われる．この領域は可逆的磁壁移動領域と呼ばれているが，実際は磁壁の摩擦を伴って磁壁移動が行われるために，外部磁界を零にしても磁束密度は零にならない．すなわち，残留磁気が残る．従って，厳密な意味で可逆的ではなく，通常 Rayleigh の法則が成り立つ範囲を初透磁率領域という．また，Rayleigh loop のような規則的な履歴現象を生ずることは，外部磁界を取り去った場合，磁区状態が元の状態に復帰することを意味する．従って，可逆的磁壁移動範囲を Rayleigh 範囲ともいう．

これに対し，(b)の dB/dH が大きい領域では，外部磁界を取り去っても元の磁区状態に復帰できない．このため(b)の領域は非可逆的磁壁移動によって磁化される状態である．従って，(b)の領域は非可逆的磁壁移動領域という．

(c)の領域では，物理的磁壁移動がなく，各磁区内の自発磁化の方向が回転することから可逆的な磁化過程となる．従って，(c)の領域は可逆的回転磁化領域とも呼ばれる．また，軟磁性体は外部から磁界が加えられたとき，容易に磁化されやすいのを特徴とするが，一方磁束は，最初は急激に増加するが，ある一定以上では飽和しほとんど増加しない．この現象は(c)の領域で発生し，飽和現象と言う．この磁気飽和現象と磁区の関係を調べるため

図 3 に示すような正方形の磁区を仮定する．




(a) 消磁状態　　　　　　(b) 飽和状態

図 3　磁区と磁化状態

図 3(a)では，各磁区の自発磁化の方向はランダムな方向を向いていて，互いに打ち消し合い全体として磁化されていない状態である．図 3(b)では，外部から磁界が加わり，その結果各磁区中の自発磁化は外部からの印加磁界とすべて同じ方向に向いた状態である．従って，この状態では，これ以上の磁束密度の増加が望めない．この状態を磁気飽和状態という．

外部から磁界が加わり，自発磁化の方向が外部磁界と一致しようとするとき，各磁区内部の自発磁化の方向が変化する前に，磁壁が移動することが観察されている．これが磁気履歴現象と呼ばれ，磁壁の移動が往路と帰路で異なる経路をとることが原因と言われている．

## 2.3　正規磁化曲線

正規磁化曲線は，周期的磁化状態における B-H ループの頂点をトレースして得られる曲線である．従って，まず周期的磁化状態に至る過程を考える．図 4 で B=0 の点から第一変曲点①までの磁気エネルギーは蓄積エネルギーと損失エネルギーの和となる．帰路の第一変曲点①から B=0 の点までは蓄積エネルギーは放出エネルギーと損失エネルギーの和となる．B=0 の点から第二変曲点②までの入力エネルギーは，蓄積エネルギーと損失エネルギーの和になるがこの場合, 磁界 H は零からではなく保磁力$-H_c$から出発することとなるから，同一絶対値の磁界 $H_m$ に対して異なる磁束密度となる．換言すれば，外部からの入力エネルギーや蓄積エネルギーが同じであっても，原点からの出発とループの途中からの出発では，内部損失が異なるため，同一絶対値の磁界に対して異なった大きさの磁束密度となる．従って，何周期も反復してループを描かせると正の保磁力と負の保磁力が等しくなり結果として上昇曲線と下降曲線での内部損失が等しくなり，同一絶対値の磁界 $H_m$ に対して同一絶対値の磁束密度となる．この状態が周期的磁化状態である．また，磁束密度と保磁力が飽和に至るほど充分な大きな磁界で磁化すると，最初のループから原点に対して対称な B-H

ループが得られる．これは，最大磁束密度と保磁力がそれぞれの飽和値によって支配されるためである．

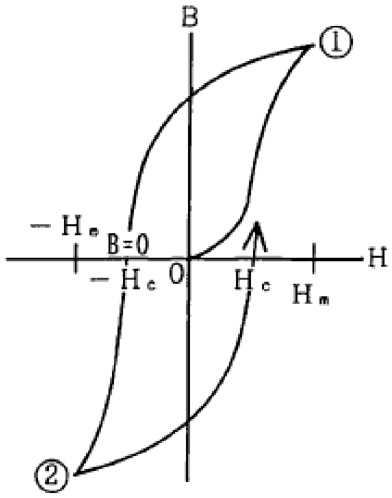



図 4　磁区と磁化状態

## 2.4　理想磁化曲線

磁性体を磁化するとき，直流磁界と交流磁界を重ねて磁化し，交流磁界の振幅を飽和磁化に達する大きな値から徐々に小さくしていき最終的に零にする．このとき得られる直流磁界と，それによる磁束密度との関係を表す曲線を理想磁化曲線という．この曲線を磁区の観点から述べると次のようになる．磁束密度 B の値は，磁性体内部の磁区状態と自発磁化の方向などによって決定される．各磁区状態に対する磁束密度 B と磁界 H の関係を表す曲線が理想磁化曲線である．各磁区状態に至るまでに磁壁移動に伴う損失が存在する．この損失の影響を打ち消すために理想磁化曲線は，印加磁界 H が直流分 $H_{DC}$ と交流分 $H_{AC}$ からなるとし，$H_{DC}$ を一定値に保ち，$H_{AC}$ を磁束密度の飽和値になるほど充分大きい値から徐々に小さくし，磁化に伴う損失を上昇曲線と下降曲線で等しくして，$H_{DC}$ と B の関係を測定する．すなわち，理想磁化曲線は，交流磁界で過去の磁気履歴を打ち消して得られる各磁区状態における磁界と磁束密度の関係を表す特性である．

## 2.5　透磁率

磁区の挙動と透磁率 μ の関係を調べるために, 図 5 に示すような短冊状磁区モデルを考える．各磁区は飽和磁束密度 $B_s$ をもち，外部から磁界 H が加わった場合，短冊状磁区全個数 N のうち，N'個が方向を一致させたとき N'/N=n と正規化すればこのときの磁束密度は

$$B = \mu_0 H + nB_s \\ = \mu_0 H + M \tag{1}$$

で与えられる．ここで，M は磁化ベクトルである．式(1)を変形し，

$$B = \mu_0 (1 + \frac{M}{\mu_0 H}) H \\ = \mu_0 (1 + \chi_m) H = \mu H \tag{2}$$

の関係が得られる．従って，透磁率 μ は外部磁界 H に応じて変化する磁壁数に対応するパラメータとなる．しかし，この磁壁数は，磁区の方向が変化するとき物理的運動が伴うため，過去の磁化状態すなわち磁気履歴によって異なる値をとる．このため，各磁区状態に至るまでの磁気履歴を正方向と負方向の交流磁界で打ち消して得られる場合，ユニークな磁壁数 n (=N'/N)となる．すなわち，理想磁化曲線上で定義される透磁率 μ が各磁区状態の磁壁数 n に対応する．

次に可逆透磁率 $\mu_r$ について考えるため，式(1)の両辺を時間について微分すると，

$$\frac{dB}{dt} = (\mu_0 + B_s \frac{\partial n}{\partial H}) \frac{dH}{dt} + B_s \frac{\partial n}{\partial x} \frac{dx}{dt} \\ = (\mu_0 + B_s \frac{\partial n}{\partial H}) \frac{dH}{dt} + 2 \frac{n}{b} B_s \frac{dx}{dt} \tag{3}$$

を得る．ここで，b は，図 5 に示す短冊状磁区モデルの横幅である．右辺第 3 項は，短冊状磁区が反転するとき磁束密度の変化が $2B_s$ となり，かつ磁区の反転が見かけ上 x 方向に磁石が運動したことに対応して生ずる誘起電圧である．式(3)を変形し，ある磁区状態からまだ他の磁区状態へ完全に移行していない状態，すなわち $\partial n / \partial x \approx 0$ または $dx / dt \approx 0$ とすれば，

$$\frac{dB}{dt} = \mu_0 (1 + \frac{\partial n}{\partial H} \frac{B_s}{\mu_0}) \frac{dH}{dt} + \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt} \\ \approx \mu_0 (1 + \frac{\partial n}{\partial H} \frac{B_s}{\mu_0}) \frac{dH}{dt} = \mu_r \frac{dH}{dt} \tag{4}$$

を得る．従って，可逆透磁率 $\mu_r$ は，外部磁界 H に対する磁壁の変化率 $\partial n / \partial H$ に対応する可逆的な磁化過程を表すパラメータとなる．外部から徐々に磁界 H が加えられたときの磁区を微細に観察すると，磁区の変化が起こる前に磁壁の膨張が起こることが知られている．この磁壁の膨張は完全に可逆過程であるため，可逆透磁率 $\mu_r$ は磁壁の膨張を表すパラメー

タと考えられる．この可逆透磁率 $\mu_r$ は，通常あるバイアス磁束密度において測定されるため，このバイアス磁束密度 B が過去の磁気履歴を含んでいる場合，ユニークな値をとならない．このため，バイアス磁束密度 B がユニークな値となる理想磁化曲線測定時に得られる可逆透磁率 $\mu_r$ が，ユニークな値となる．

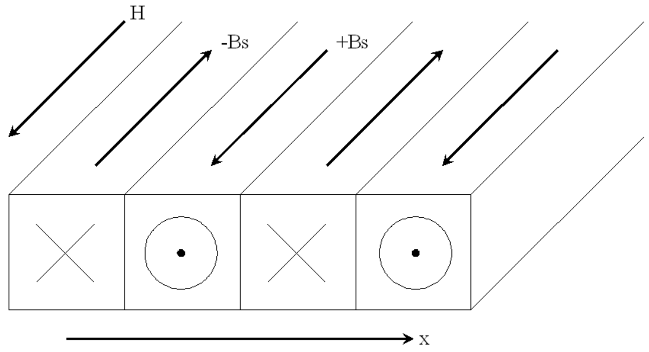



図 5　短冊状磁区モデル

# 第３章　バルクハウゼン信号の測定と解析

## 3.1　バルクハウゼン信号の測定

この節では 2.1 節において説明したバルクハウゼン信号の測定方法を説明する．

供試材料は厚さ 0.35mm，幅 30mm，長さ 100mm の方向性珪素鋼板である．

実験に用いた試料を図 6 に示す．これらの試料を応力が加わっていない状態である珪素鋼板 A，供試材料の中央点 b に応力を加えた珪素鋼板 B に 2 分類した．

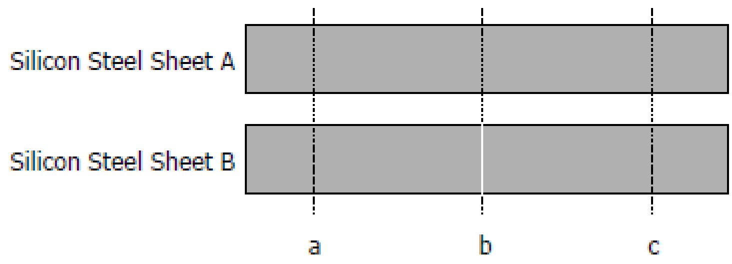
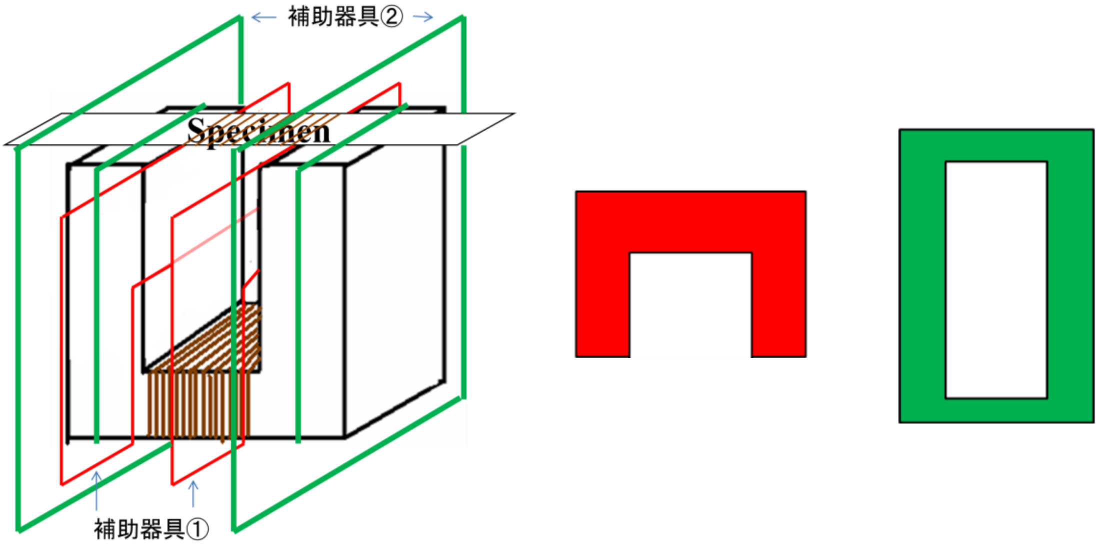



図 6　実験材料

図 7 は本論文で採用したバルクハウゼン信号測定装置である．図 7 で，継鉄として U 字型マンガンジンク系フェライトコアを採用した．U 字型フェライトコアの底部に巻かれた励磁コイルは 300 回巻きであり，ファンクションジェネレータと電力増幅器を用いて，この励磁コイルへ振幅 1A，周波数 1Hz の正弦波交流電流を通電した．また，鋼板の圧延方向は長手方向で，サーチコイルは長手方向に対して直角に 300 回巻いてある．供試材料を励磁することで，磁区に欠陥や不純物が含まれる場合に磁化が不連続に行われ，バルクハウゼン信号を得られるため，その変化をサーチコイルにより誘起電圧としてオシロスコープで測定し解析した．

図 7(a)は補助器具装着時の測定装置である．補助器具はアクリル板を図 7(b)，7(c)に示す形に加工し製作したものである．図 7(b)に示した補助器具を U 字型フェライトコアの内側に装着し，図 7(c)に示した補助器具を U 字型フェライトコアと供試材料を挟み，図 7(a)のように装着した．図 7(a)で示した補助器具①は，供試材料に応力を加えた際に U 字型フェライトコアの特性が変化しないよう，配慮したものである．また，図 7(a)で示した補助器具②は，供試材料に応力を加えた際に U 字型フェライトコアと供試材料が離れないように固定するものである．両補助器具を使うことにより，バルクハウゼン信号の正確な測定が可能となる．




(a) 補助器具装着時の測定装置　　(b) 補助器具①　　(c) 補助器具②

図 7　バルクハウゼン信号測定装置

図 8 はバルクハウゼン信号測定装置上での応力印加方法である．応力印加時に応力として木材の錘を使用し，サンプルの中心部へ配置し測定を行った．図 8 において半透明で表わされた器具が，図 7(a)における補助器具である．

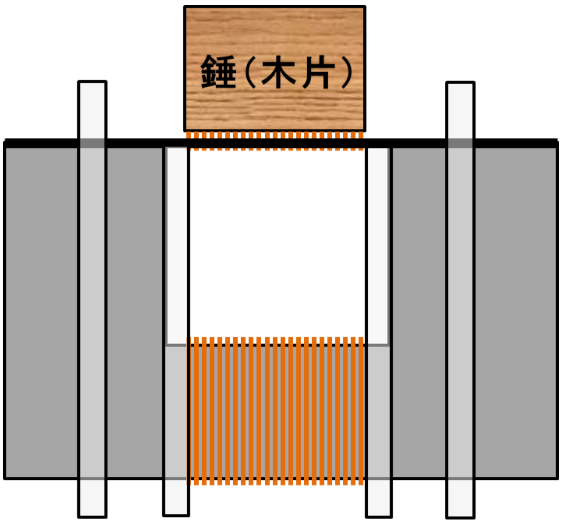


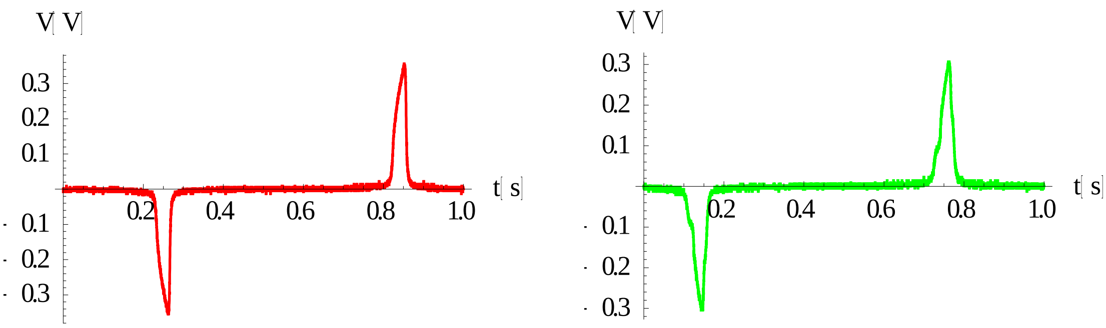

図 8　応力印加方法

ファンクションジェネレータ　菊水　4502　　電力増幅器　NF Corp.　4025　　オシロスコープ　YOKOGAWA　DL7100

図 9　使用機器

図 9 は今回使用したファンクションジェネレータと電力増幅器とオシロスコープの外観である．また，今回使用したオシロスコープの時間領域のサンプリングレートは 1GS/s，縦軸（量子化精度）は 8 bit である．

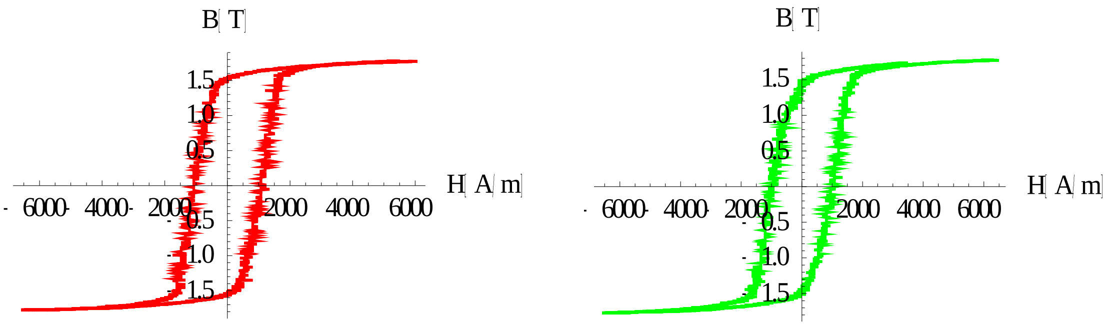
図 10 は図 7 の装置に正弦波 1Hz，1A の励磁電流を入力し，サーチコイルで誘起電圧を測定したものである．図 10(a)は応力を加えていない場合，図 10(b)は応力を加えた場合の誘起電圧波形である．




(a) 印加応力なし　　(b) 印加応力あり

図 10　応力ありなしの場合の誘起電圧波形

図 11 は図 10 と同条件で測定を行い，図 11(a)は応力を加えていない場合，図 11(b)は応力を加えた場合の B-H ループである．




(a) 印加応力なし　　(b) 印加応力あり

図 11　応力ありなしの場合の B-H ループ

図 10(a)に示す印加応力なしと図 10(b)に示す印加応力ありを比較すると，波形の立ち上がり部分で応力の有無の若干の違いを判断することが可能である．同様に図 11(a)に示す印加応力ありと図 11(b)に示す印加応力なしを比較すると，残留磁束密度の値が変化しており，応力の有無の若干の違いを判断することが可能である．しかし，図 10，11 共に応力の有無の規則性を判断することはできない．

## 3.2　フーリエ変換

データを直交するデータ（線形独立，すなわち，互いに重複する情報を持たないデータ）の線形和へ並べ直す演算の代表にフーリエ級数がある．計算機で扱い得るのは連続関数を離散化(Discretize)して得られた一連の数値である．このため，解析的な関数のように無限の概念が使えない．また，フーリエ変換やフーリエ級数は関数が連続関数であるため，基準座標の選び方で原点に対して線対称か点対称かで偶関数か奇関数がそれぞれ決まる．このため，離散化された数値の並びで与えられる計算機中の一連の離散値データも原点に対して線対称か点対称かで偶関数か奇関数かそれぞれ仮定できる[4].

### 3.2.1　関数系の変換

古典的な関数変換の目的は，解析的に扱いにくい関数系を解析的に扱いやすい関数系へ変換することである．例えば，ラプラス（Laplace）変換は微積分演算を単純な掛け算や割り算へ化す変換である．また関数系の変換とは，ある関数，例えば時間変化する関数を解析が容易な周期関数の和で表現することにも使われる．具体的な例としてフーリエ（Fourier）変換を取り上げる．フーリエ変換は解析的に扱えない関数を解析的に扱える角周波数の異なる正弦波と余弦波の和で表現する変換である．換言すれば，フーリエ変換は解析的に扱いにくい関数系を解析的に扱いやすい関数系へ分解する変換と考えてもよい．

今，ある任意の時間 t をパラメータとする関数 $f$(t)を一定値 $a_0$，正弦波および余弦波の和

で表現できるとする．すなわち，ω を角周波数として，

$$f(t)=a_0+\sum_{i=1}^{\infty}a_i\sin(i\omega t)+\sum_{i=1}^{\infty}b_i\cos(i\omega t) \tag{5}$$

と仮定する．

問題は式(5)の係数 $a_0$，$a_i$，$b_i$ を決める方法である．今，関数 *f*(t)が t=0 から t=T の区間で式(5)の係数を決めることを考えれば，式(5)は，$\omega=2\pi/T$ であるから，

$$f(t)=a_0+\sum_{i=1}^{\infty}a_i\sin(i\frac{2\pi}{T}t)+\sum_{i=1}^{\infty}b_i\cos(i\frac{2\pi}{T}t) \tag{6}$$

とも書ける．式(6)の両辺を時間 t=0 から t=T の区間について積分すると，

$$\begin{aligned}\int_0^T f(t)dt&=\int_0^T\left(a_0+\sum_{i=1}^{\infty}a_i\sin(i\frac{2\pi}{T}t)+\sum_{i=1}^{\infty}b_i\cos(i\frac{2\pi}{T}t)\right)dt\\&=a_0T\end{aligned} \tag{7}$$

が成り立つ．したがって，定数項 $a_0$ は

$$a_0=\frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt \tag{8}$$

となる．

次に，式(6)の両辺に正弦波 $\sin\left[j(2\pi/T)t\right]$，$j=1,2,3,...$ を掛け算し，時間 t=0 から t=T の区間について積分する．

$$\begin{aligned}\int_0^T f(t)\sin(j\frac{2\pi}{T}t)dt&=\int_0^T\left(a_0+\sum_{i=1}^{\infty}a_i\sin(i\frac{2\pi}{T}t)+\sum_{i=1}^{\infty}b_i\cos(i\frac{2\pi}{T}t)\right)\times\sin(j\frac{2\pi}{T}t)dt\\&=a_i\frac{T}{2},\quad i=j\qquad or\quad 0,\quad i\neq j\end{aligned} \tag{9}$$

式(9)から係数 $a_i$ は

$$a_i = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(i\frac{2\pi}{T}t)dt \tag{10}$$

として得られる．

同様に，式(6)の両辺に余弦波 $\cos[j(2\pi/T)t]$， $j = 1,2,3,...$ を掛け算し，時間 t=0 から t=T の区間について積分することで，

$$b_i = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(i\frac{2\pi}{T}t)dt \tag{11}$$

として係数 $b_i$ が得られる．したがって，関数 $f$(t)は，区間 t=0 から t=T で，

$$\begin{aligned} f(t) = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt + \sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(i\frac{2\pi}{T}t)dt\right)\sin(i\frac{2\pi}{T}t) \\ + \sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(i\frac{2\pi}{T}t)dt\right)\cos(i\frac{2\pi}{T}t) \end{aligned} \tag{12}$$

と書ける．これがいわゆるフーリエ変換の原型となるフーリエ級数であり，左辺の関数 $f$(t)を右辺の計算が簡単な定数項と三角関数の和に変換している．

### 3.2.2　関数の直交性と線形性

フーリエ級数の考え方の中に重要な関数間で成り立つ性質，すなわち，関数の直交性(orthogonality)が使われている．

まず式(8)の係数が計算される過程を考える．式(7)は式(6)の両辺に定数値 1 を掛け算し積分する演算である．このとき，

$$\int_0^T 1\cdot\sin(i\frac{2\pi}{T}t)dt = 0, \quad \int_0^T 1\cdot\cos(i\frac{2\pi}{T}t)dt = 0, \quad i = 1,2,3\ldots \tag{13}$$

の関係が成り立つために，式(8)の係数 $a_0$ が計算できた．この関係を，定数値 1 と正弦波 $\sin[j(2\pi/T)t]$，および余弦波 $\cos[j(2\pi/T)t]$ 間の直交性と呼ぶ．同様に，式(10)，(11)で計算される $a_i$， $b_i$ は

$$\int_0^T \sin(i\frac{2\pi}{T}t)\sin(j\frac{2\pi}{T}t)dt = 0, \quad \int_0^T \cos(i\frac{2\pi}{T}t)\cos(j\frac{2\pi}{T}t)dt = 0, \quad i \neq j \tag{14}$$

なる直交性が成り立つことに基づいている．

また，式(13)，(14)から，直交性とは与えられた関数を他の関数の和で表現しようとする場合，和となる関数の大きさ（係数）を一意的に決める条件であることがわかる．言い換えれば，与えられた関数を他の関数の和で表現できる条件である．

さて，ある任意の時間 t をパラメータとする関数 $f$(t)は，区間 t=0 から t=T で，一定値，正弦波および余弦波の和で表現できることがわかった．この変換は，一定値，正弦波および余弦波間で直交性が成り立つことが条件であった．この結果に至る過程を考えてみると，まず，展開される関数の和でもとの関数が表現されるとする大前提がある．ある関数が他の関数の和で表現できる性質を線形性と呼ぶ．では，式(10)で計算される正弦波の係数 $a_i$ が定数 $c_i$ の n 個の和で表現されるとする．すなわち，

$$a_i = c_i + c_i + ... = nc_i \tag{15}$$

である．式(15)から，和を前提とする系では比例関係が成り立つことを意味することがわかる．すなわち，線形性とは比例関係が成立する系である．

### 3.2.3　離散値系フーリエ変換

離散値なる用語が生まれたのは計数型計算機を用いて数値計算を行う場合，連続関数をサンプリングして得られる数値で代表したことに起因する．例えば，関数 $f$(t)を時間 t=0 から t=T の区間で，Δt ごとに n 個サンプリングして離散値系で表すと，

$$F = \left[ f(\Delta t), f(2\Delta t), f(3\Delta t), ..., f(n\Delta t) \right]^T \tag{16}$$

なるベクトルとなる．同様にして，式(5)を離散値系で書けば，

$$
\begin{pmatrix} f(\Delta t) \\ f(2\Delta t) \\ f(3\Delta t) \\ \vdots \\ f(n\Delta t) \end{pmatrix} = a_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin(\frac{2\pi}{T}\Delta t) & \sin(2\frac{2\pi}{T}\Delta t) & \sin(3\frac{2\pi}{T}\Delta t) & \cdots & \sin(n\frac{2\pi}{T}\Delta t) \\ \sin(\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \sin(2\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \sin(3\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \cdots & \sin(n\frac{2\pi}{T}2\Delta t) \\ \sin(\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \sin(2\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \sin(3\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \cdots & \sin(n\frac{2\pi}{T}3\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin(\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \sin(2\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \sin(3\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \cdots & \sin(n\frac{2\pi}{T}n\Delta t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}
$$

$$
+ \begin{pmatrix} \cos(\frac{2\pi}{T}\Delta t) & \cos(2\frac{2\pi}{T}\Delta t) & \cos(3\frac{2\pi}{T}\Delta t) & \cdots & \cos(n\frac{2\pi}{T}\Delta t) \\ \cos(\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \cos(2\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \cos(3\frac{2\pi}{T}2\Delta t) & \cdots & \cos(n\frac{2\pi}{T}2\Delta t) \\ \cos(\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \cos(2\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \cos(3\frac{2\pi}{T}3\Delta t) & \cdots & \cos(n\frac{2\pi}{T}3\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \cos(2\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \cos(n\frac{2\pi}{T}n\Delta t) & \cdots & \cos(n\frac{2\pi}{T}n\Delta t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \qquad (17)
$$

Or

$$
\mathbf{F}= a_0\,\mathbf{I}+A\mathbf{S}+B\mathbf{C}
$$

となる．ただし，**I** は n 次の単位列ベクトルである．
また，式(17)右辺の係数 $a_0$，ベクトル **S** と **C** は,

$$
a_0 = \frac{1}{n}\mathbf{I}^T.\mathbf{F}, \qquad \mathbf{S}=\frac{2}{n}A^T.\mathbf{F}, \qquad \mathbf{C}=\frac{2}{n}B^T.\mathbf{F} \qquad (18)
$$

で与えられる．ここで，離散値系でフーリエ係数を計算する過程で，式(17)を

$$
\begin{aligned} \mathbf{F} &= a_0\frac{1}{\sqrt{n}}\mathbf{I} + \sqrt{\frac{2}{n}}A\mathbf{S} + \sqrt{\frac{2}{n}}B\mathbf{C} \\ &= a_0\,\mathbf{I}` + A'\,\mathbf{S} + B'\,\mathbf{C} \end{aligned} \qquad (19)
$$

と書き直すと,

$$
\begin{gathered} a_0 = \frac{1}{\sqrt{n}}\ \mathbf{I}`^T.\mathbf{F}, \quad \mathbf{S} = \sqrt{\frac{2}{n}}A'^T.\mathbf{F}, \quad \mathbf{C} = \sqrt{\frac{2}{n}}B'^T.\mathbf{F}, \\ A'^T.A' = I, \qquad B'^T.B' = I \end{gathered} \qquad (20)
$$

の関係が成り立つ．$I$ は n 次の単位行列である．この結果は，離散値系で正弦波や余弦波のフーリエ係数を求める場合，式(20)の係数行列 $A'$， $B'$ の逆行列がそれぞれの転置行列で与えられることを意味する．言い換えれば，変換行列の逆行列が変換行列の転置行列で与えられることでフーリエ係数の直交性が満足される．

### 3.2.4　1 次元フーリエ変換

1 次元配列で格納された数値の並びを系統的に変更することを考える．すなわち，1 次元配列を構成する数値データを系統的に並べかえる演算を 1 次元配列データの変換と呼ぶ. 本項では 1 次元配列データを複素数へ変換するフーリエ変換を導入する. フーリエ変換はフーリエ級数を複素数で行う演算と考える．

簡単のため，式(5)で n 次の 1 次元ベクトル **F** をフーリエ変換することを試みる．

$$\mathbf{F} = [f(0), f(\Delta x), f(2\Delta x), \ldots, f(\overline{n-1}\Delta x)] \tag{21}$$

変換行列は次式で与えられる．

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{pmatrix} e^0 & e^0 & e^0 & \cdots & e^0 \\ e^0 & e^{i\Delta x} & e^{i2\Delta x} & \cdots & e^{i\overline{n-1}\Delta x} \\ e^0 & e^{i2\Delta x} & e^{i4\Delta x} & \cdots & e^{i2\overline{n-1}\Delta x} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^0 & e^{i\overline{n-1}\Delta x} & e^{i\overline{n-1}2\Delta x} & \cdots & e^{i\overline{n-1}\,\overline{n-1}\Delta x} \end{pmatrix} \tag{22}$$

式(21)のフーリエ変換は，式(22)の変換行列を使って式(23)のように行われる．

$$\begin{aligned} \mathbf{F}` &= \mathbf{CF} \\ &= \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{pmatrix} e^0 & e^0 & e^0 & \cdots & e^0 \\ e^0 & e^{i\Delta x} & e^{i2\Delta x} & \cdots & e^{i\overline{n-1}\Delta x} \\ e^0 & e^{i2\Delta x} & e^{i4\Delta x} & \cdots & e^{i2\overline{n-1}\Delta x} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^0 & e^{i\overline{n-1}\Delta x} & e^{i\overline{n-1}2\Delta x} & \cdots & e^{i\overline{n-1}\,\overline{n-1}\Delta x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f(0) \\ f(\Delta x) \\ f(2\Delta x) \\ \vdots \\ f(\overline{n-1}\Delta x) \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{23}$$

フーリエ逆変換は，上添え字「*」が複素共役演算を示すこととして，

$$\mathbf{F} = \left(C^{T}\right)^{*}\mathbf{F}` \tag{24}$$

で行われる．式(24)が成り立つためには，

$$C^{-1} = \left(C^{T}\right)^{*} \tag{25}$$

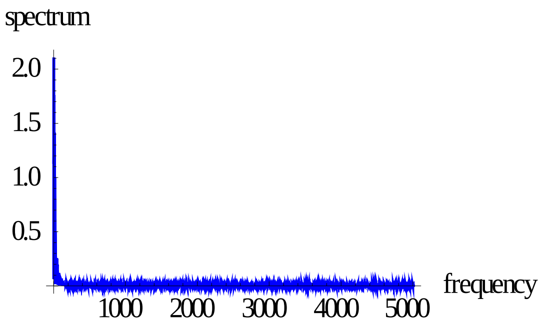
の条件が必要である．

このように，もとの行列の転置行列の複素共役が逆行列となる行列をエルミート（Hermite）行列と呼ぶ.

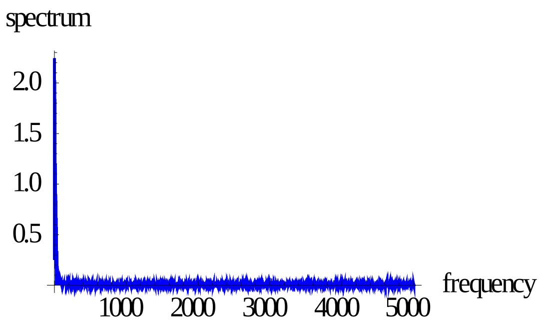
### 3.2.5　バルクハウゼン信号のスペクトラム

図 10，11 における印加応力の有無の比較と同様に，フーリエ変換後のスペクトラムから印加応力の有無を判断可能か調べる.

図 12 は図 10 の誘起電圧をフーリエ変換し，バルクハウゼン信号のスペクトラムを表したものである．図 12(a)は応力を加えていない場合，図 12(b)は応力を加えた場合である.



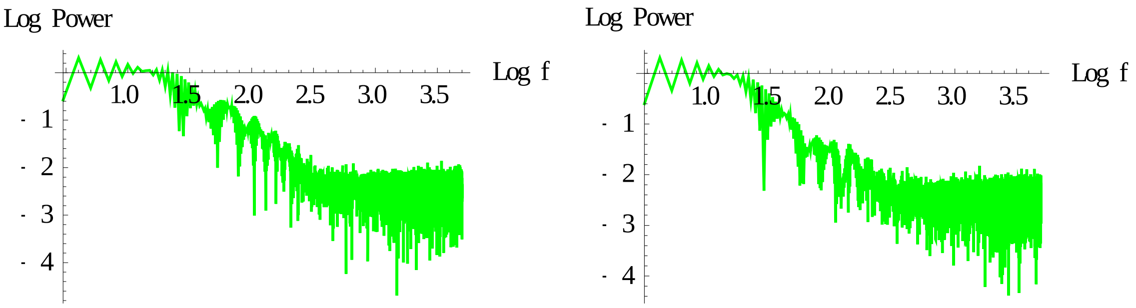

(a) 印加応力なし




(b) 印加応力あり

図 12　バルクハウゼン信号のスペクトラム

図 13 は図 12 のバルクハウゼン信号のスペクトラムを両対数で表わしたものである．図 13(a)は応力を加えていない場合，図 13(b)は応力を加えた場合である.




(a) 印加応力なし　　(b) 印加応力あり

図 13　バルクハウゼン信号のスペクトラム(両対数表示)

図 12(a)に示す印加応力ありと図 12(b)に示す印加応力なしを比較した場合，応力の有無で違いを判断することはできないが，図 13(a)に示す印加応力ありと図 13(b)に示す印加応力なしを比較した場合，$10^{1.5}$ 付近で値が変化しており，応力の有無の若干の違いを判断することが可能である．しかし，図 13 から応力の有無の規則性は見られない．

## 3.3　周波数ゆらぎ

バルクハウゼン信号を解析する際に，信号に対して直線近似する周波数ゆらぎという概念を用いる．この概念を用いて，応力有無の規則性を見出すことを試みる．周波数ゆらぎの中において一般に知られているのが「1/f ゆらぎ」である．「1/f ゆらぎ」は自然界に多く存在し，例えば小川のせせらぎ，小鳥の囀り，爽やかなそよ風などの心安らぐリズムが相当する．さらに，心地良い音楽を聴いたり，快い感じを抱いたり，安静にしているときの脳波にも「1/f ゆらぎ」が存在する[4].

「1/f ゆらぎ」解析法として，信号へ離散フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform，DFT) を適用し，各周波数に対するパワースペクトラムを計算する．周波数の低下とともにパワースペクトラムが増加するような信号の中で，パワースペクトラムの振幅が周波数に対して反比例する信号が「1/f ゆらぎ」である．

視覚的に判りやすくするためによく行われる方法は，フーリエ・パワースペクトラム対周波数の両対数グラフを描き，描かれる線図の傾きによってゆらぎの種類を大別する方法である．図 14 にフーリエ・パワースペクトラムの例を示す．図 14 において，直線の傾きが 0 の場合は主にホワイトノイズである．また，直線の傾きが急になる程単調な信号である．

本論文では，信号の「1/f ゆらぎ」のみならず周波数ゆらぎ特性を信号の“固有の情報”として捉え，これを信号の固有特性と考える．

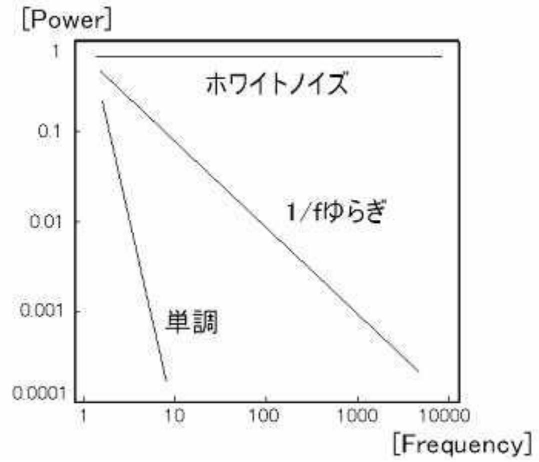


図 14　フーリエ・パワースペクトラム対周波数の両対数グラフ

## 3.4　最小二乗法

周波数ゆらぎでは，信号に対して近似線を求める．そのため，最小二乗法を用いる．最小二乗法とは，測定で得られた数値の組を 1 次関数，曲線など特定の関数を用いて近似するときに，想定する関数が測定値に対してよい近似となるように，残差の二乗和を最小とするように係数を決定する方法である．

本論文では，バルクハウゼン信号を含む信号のフーリエ・パワースペクトラムに対して最小二乗法を適用し，1 次関数近似と n 次関数近似を行った．

n 次関数近似の場合は，(m+1) 個のデータから，最小自乗法による n 次の近似多項式での各項の係数 (n+1) 個の $a_0 \sim a_n$ を求める．ここで，m≧n である．また，$(x_k, y_k)$ を k 番目の (x , y)，$a_j$ を近似多項式 j 次の係数とすれば，単一データ(x , y)の近似誤差 δ の自乗和は以下の式で表される．

$$\delta = y - \sum_{j=0}^{n} a_j x^j \tag{26}$$

単一データ(x,y)の近似誤差の自乗は

$$\delta^2 = \left( y - \sum_{j=0}^{n} a_j x^j \right)^2 \tag{27}$$

となり，全データ$(x_0 \sim m , y_0 \sim m)$の近似誤差の自乗和は

$$\sum_{k=0}^{m}\delta^2 = \sum_{k=0}^{m}\left(y_k - \sum_{j=0}^{n} a_j x_k{}^j\right)^2 \tag{28}$$

である．式(28)は $a_i$ に関する 2 次関数であり，$a_i$ の 2 乗の係数は正であるから，$a_i$ に関して微分することで最小値が求まる．すなわち，i 次の係数 $a_i$ で偏微分した式が 0 となるような $a_j$ (j = 0 ~ n)を求める．

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sum_{k=0}^{m}\delta^2}{\partial a_i} = \sum_{k=0}^{m}\left\{-2x_k{}^i\left(y_k - \sum_{j=0}^{n} a_j x_k{}^j\right)\right\} = 0 \\
\sum_{k=0}^{m}\left(-2x_k{}^i y_k + 2x_k{}^i \sum_{j=0}^{n} a_j x_k{}^j\right) = 0 \\
\sum_{k=0}^{m}\left(x_k{}^i \sum_{j=0}^{n} a_j x_k{}^j\right) = \sum_{k=0}^{m} x_k{}^i y_k \\
\sum_{k=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} a_j x_k{}^{j+i} = \sum_{k=0}^{m} x_k{}^i y_k
\end{aligned} \tag{29}$$

この式(29)における i に 0 ~ n を代入すれば，$a_0$ ~ $a_n$ それぞれについての偏微分式が n+1 個の連立方程式として得られ, これらを解いて $a_j$ を求めることにより近似多項式が得られる.

例えば，直線近似の場合，(m+1) 個のデータ$(x_0,y_0)$，$(x_1,y_1)$，…，$(x_m,y_m)$が得られたとする．これらのデータに 1 次関数の直線で最小自乗近似する場合，

$$y = ax + b \tag{30}$$

と定義し，

$$\sum_{k=0}^{m}\delta^2 = \sum_{k=0}^{m}\left(y_k - ax_k - b\right)^2 \tag{31}$$

を最小とする a，b を求める．展開すると

$$
\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{m}\delta^2 &= \sum_{k=0}^{m}\left(y_k - ax_k - b\right)^2 \\
&= \sum_{k=0}^{m}\left(y_k^2 + a^2x_k^2 + b^2 - 2by_k - 2ax_ky_k + 2abx_k\right) \\
&= \sum_{k=0}^{m}y_k^2 + a^2\sum_{k=0}^{m}x_k^2 + mb^2 - 2b\sum_{k=0}^{m}y_k - 2a\sum_{k=0}^{m}x_ky_k + 2ab\sum_{k=0}^{m}x_k
\end{aligned} \tag{32}
$$

となる．最小値を求めるために式(32)を a，b で微分して 0 と置くと

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\sum_{k=0}^{m}\delta^2}{\partial a} &= 2a\sum_{k=1}^{m}x_k^2 - 2\sum_{k=1}^{m}x_ky_k + 2b\sum_{k=1}^{m}x_k = 0 \\
\frac{\partial\sum_{k=0}^{m}\delta^2}{\partial b} &= 2mb - 2\sum_{k=1}^{m}y_k + 2a\sum_{k=1}^{m}x_k = 0
\end{aligned} \tag{33}
$$

となり，これを連立させ計算することで，

$$
a = \frac{m\sum_{k=1}^{m}x_ky_k - \sum_{k=1}^{m}x_k\sum_{k=1}^{m}y_k}{m\sum_{k=1}^{m}x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{m}x_k\right)^2} \tag{34}
$$

$$
b = \frac{\sum_{k=1}^{m}x_k^2\sum_{k=1}^{m}y_k - \sum_{k=1}^{m}x_ky_k\sum_{k=1}^{m}x_k}{m\sum_{k=1}^{m}x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{m}x_k\right)^2} \tag{35}
$$

a，b が求まる．式(30)に a，b を代入して近似直線

$$
y = \frac{m\sum_{k=1}^{m}x_ky_k - \sum_{k=1}^{m}x_k\sum_{k=1}^{m}y_k}{m\sum_{k=1}^{m}x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{m}x_k\right)^2}x + \frac{\sum_{k=1}^{m}x_k^2\sum_{k=1}^{m}y_k - \sum_{k=1}^{m}x_ky_k\sum_{k=1}^{m}x_k}{m\sum_{k=1}^{m}x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{m}x_k\right)^2} \tag{36}
$$

が決まる．

# 第 4 章　N 次近似周波数ゆらぎ解析の応力評価

この章では，測定装置により測定されたバルクハウゼン信号を，フーリエ変換と最小二乗法を用いて解析し，供試材料に印加された応力を評価する．従来から知られている 1 次近似周波数ゆらぎ解析を行い，外部応力によるストレスの存在の有無を探査する．そして，1 次近似周波数ゆらぎ解析における問題点を解消するため，N 次近似周波数ゆらぎ解析法を用いて応力評価を行う．

## 4.1　1 次近似周波数ゆらぎ解析の評価

### 4.1.1　1 次近似周波数ゆらぎ解析法

1 次近似周波数ゆらぎ解析法では，バルクハウゼン信号の高周波領域と低周波領域の 2 領域に分割する．図 15 からも，バルクハウゼン信号の周波数特性は明らかに異なる 2 周波数領域からなることがわかる．一方は低周波数領域であり，式(36)の 1 次関数近似を採用した場合，周波数に対するフーリエ・パワースペクトラムの変化率が $f^{-2.26}$ となる．他方は，周波数に対するフーリエ・パワースペクトラムの変化率がほぼ $f^{0}$ となるホワイトノイズの高周波数領域である．

図 16 は，3kg の錘をサンプルの中心部へ吊り下げた場合のバルクハウゼン信号の周波数特性である．

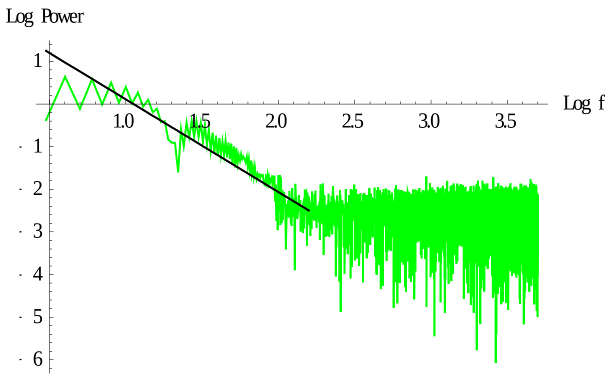



図 15　無応力時におけるバルクハウゼン信号の周波数特性

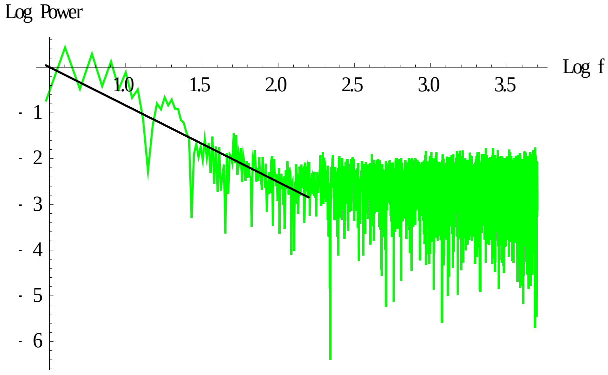



図 16　応力 3kg 時におけるバルクハウゼン信号の周波数特性

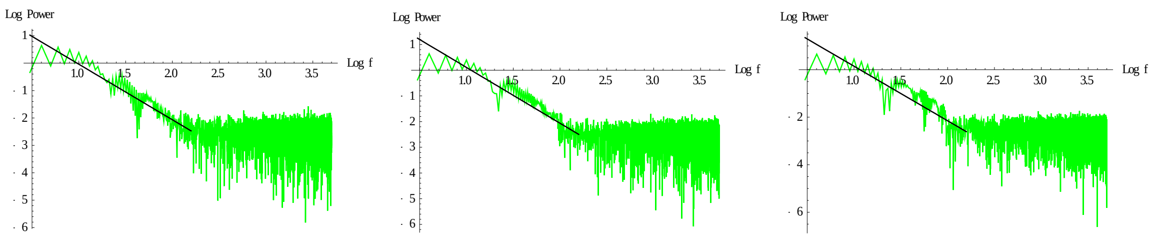
図 16 に於いても, 図 15 と同様に周波数特性を 2 周波数領域に分けることが可能である．一方は，式(36)で 1 次関数近似した場合，周波数に対するフーリエ・パワースペクトラムの変化率が $f^{-1.69}$ となる低周波数領域である．他方は，周波数に対するフーリエ・パワースペクトラムの変化率がほぼ $f^{0}$ になる高周波数領域である．

図 15，16 に於ける周波数に対するフーリエ・パワースペクトラムの変化率 $f^{-2.26}$ と $f^{-1.69}$ の違いは珪素鋼板に加えられた 3kg の応力を印加した場合に拠る．

この結果は，30 個の同一仕様の供試材料に対して同様な傾向が確認されている[5].

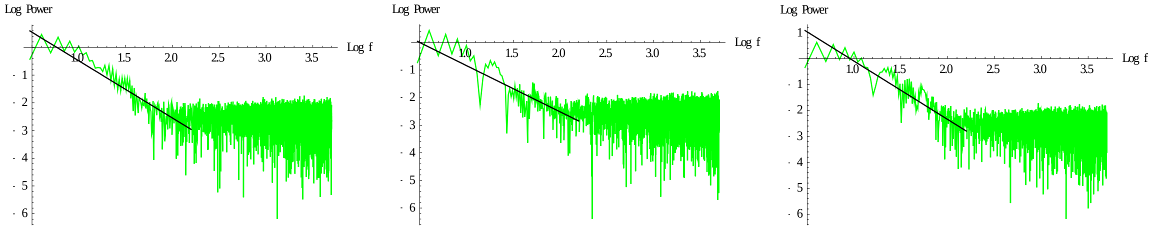
### 4.1.2　解析結果

周波数ゆらぎ解析は人為的に解析周波数範囲を決定できる反面，解析範囲の決定法が存在しない．このため，ここでは，解析範囲を低周波領域に設定し，大まかに巨視的周波数ゆらぎ特性の傾向を掴むことを試みた．これらの結果を図 17，18 に示す．図 17，18 における(a)，(b)，(c)は，図 6 での a，b，c に対応している．図 18(b)と他の図 17，18 中に示されている傾きの相違から，応力負荷の有無によって，低周波数領域の周波数ゆらぎ特性に差異が存在することがわかる[6].




(a) Point a Gradient:-2.368　(b) Point b Gradient:-2.127　(c) Point c Gradient:-2.334

図 17　バルクハウゼン信号の巨視的周波数ゆらぎ解析結果 ―珪素鋼板 A―



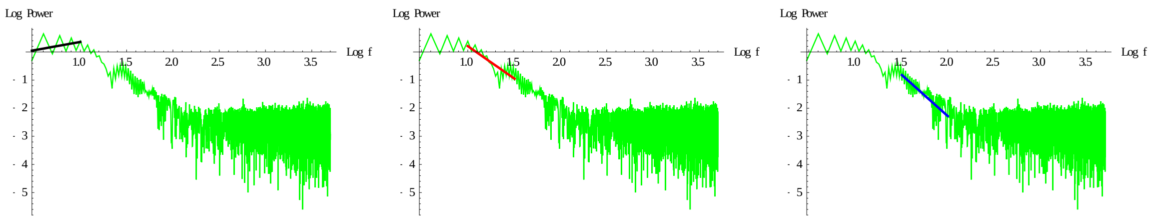

(a) Point a Gradient:-2.063　(b) Point b Gradient:-1.675　(c) Point c Gradient:-2.249

図 18　バルクハウゼン信号の巨視的周波数ゆらぎ解析結果 ―珪素鋼板 B―

バルクハウゼン信号のパワースペクトラムからそれぞれの測定時に応じて，4 ケースに大別した環境ノイズのパワースペクトラム中から，該当環境ノイズ成分を削減する．その結果得られたデータを両対数図にプロットし，低周波領域における周波数ゆらぎ解析を行う．さらに直線近似する領域を 3 周波数領域へ細分化する．それぞれの周波数領域は以下の通りである．

① 領域$10^{0.48}$ 〜 $10^{1}$ (図 19(a)参照)
② 領域$10^{1}$ 〜 $10^{1.5}$ (図 19(b)参照)
③ 領域$10^{1.5}$ 〜 $10^{2}$ (図 19(c)参照)

3 周波数領域，それぞれに対する傾きを解析した結果の例を図 19 に示す．




(a) Frequency range from $10^{0.48}$ to $10^{1}$ Hz.　(b) Frequency range from $10^{1}$ to $10^{1.5}$ Hz.　(c) Frequency range from $10^{1.5}$ to $10^{2}$ Hz.

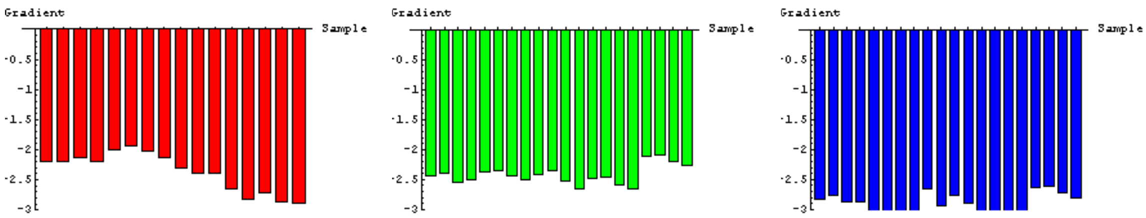
図 19　バルクハウゼン信号の周波数ゆらぎ解析例

## 4.1.3　応力評価

最も顕著に差異が観察された周波数領域③について纏めた結果を図 20, 21 に示す. 図 20, 21 で縦軸は周波数ゆらぎの傾き，横軸は材料のサンプル数である．

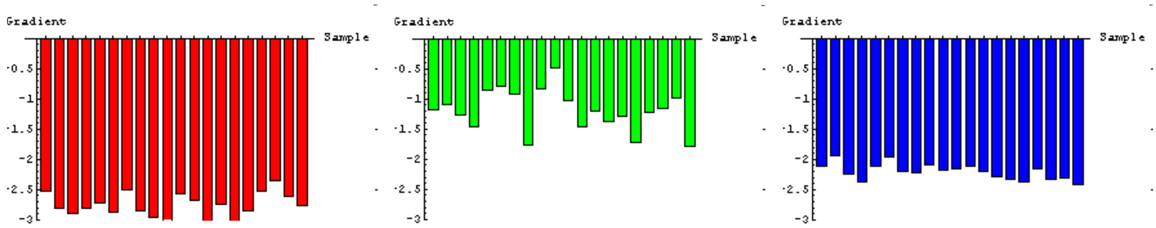
図 20，21 から，応力を加えた点においては他の点とは明らかに異なる周波数ゆらぎ特性が観測されることがわかる[7,8]．すなわち，図 20 に示す応力が加えられてない珪素鋼板 A では，サンプルやサンプル上の位置によらず周波数ゆらぎの傾きは−2 以上の傾きを呈する

が，図 21 に示す応力が加えられている珪素鋼板 B では，サンプルによらず周波数ゆらぎの傾きは−2 以下で−1 に近い傾きを呈することが明らかである．すなわち，周波数ゆらぎの傾きの相違から，珪素鋼板に外部応力によるストレスの存在が探査された．




(a) Point a Average: -2.36487　(b) Point b Average: -2.4198　(c) Point c Average: -2.90235

図 20　バルクハウゼン信号の周波数ゆらぎ解析結果 ―珪素鋼板 A―




(a) Point a Average: -2.75935　(b) Point b Average: -1.19475　(c) Point c Average: -2.20705

図 21　バルクハウゼン信号の周波数ゆらぎ解析結果 ―珪素鋼板 B―

## 4.2　N次近似周波数ゆらぎ解析の評価

この節では，N 次近似周波数ゆらぎ解析を用い，バルクハウゼン信号を解析することで，外部応力によるストレスの存在の有無を探査する．

4.1 節における式(36)の 1 次関数近似を採用した場合，直線近似であるため，重要な問題点がある．すなわち，周波数範囲の選択が周波数ゆらぎ特性へ直接関係する 1 次関数近似を適用する周波数範囲の決定に相当し，これが経験に依存する点である．この問題を解決するため，N 次近似周波数ゆらぎ解析を試みた．

### 4.2.1　N 次近似周波数ゆらぎ解析法

横軸を周波数 $f$ の対数，縦軸をバルクハウゼン信号のフーリエ・パワースペクトラムの対数とし，式(29)を用いて高次近似関数の係数を計算した．その結果得られた関数の絶対値が大きい有意義な係数はせいぜい 4 次関数程度であることが判明した．このため，本論文では 4 次関数近似を採用した．

図 22 は，応力を印加しない場合の信号に対して，式(29)の 4 次関数近似を適用すること

で得られる 4 次関数曲線と信号の周波数特性を重ねた図である．

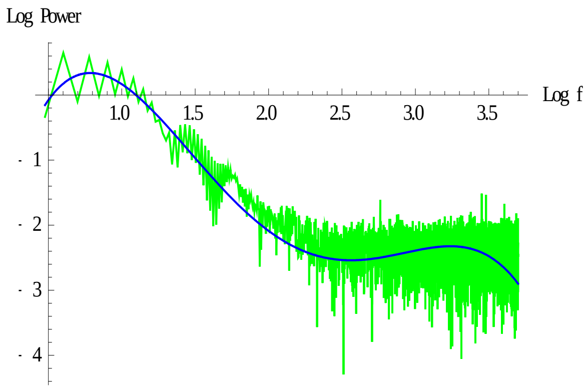
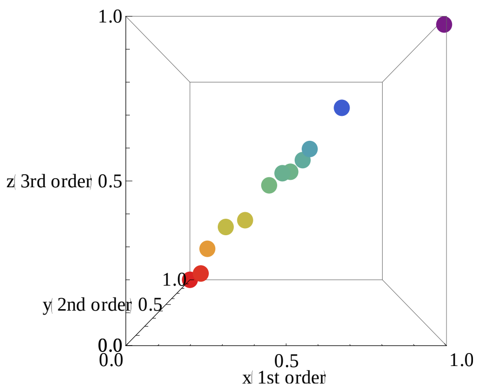



図 22　無応力時における信号の周波数特性と 4 次関数による近似曲線

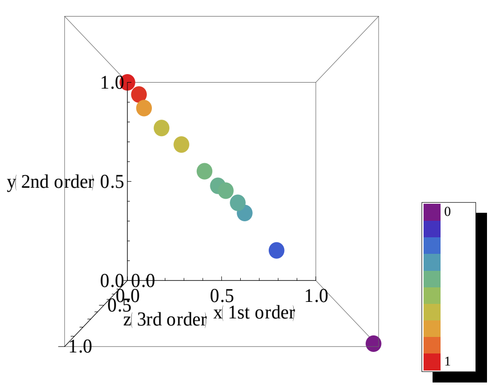
### 4.2.2　可視化方法

係数$a_1, a_2, a_3, a_4$の再現性を調べるため，同一仕様の供試材料 12 個に対する係数$a_1, a_2, a_3, a_4$を求めた．得られた係数$a_1, a_2, a_3, a_4$をすべて 0 から 1 の値に正規化し，正規化された係数$a_1', a_2', a_3', a_4'$の値をそれぞれ x 軸，y 軸，z 軸と座標点の濃淡度へ対応させ x，y，z の 3 次元空間上にプロットすると図 23 の結果が得られる．正規化方法は，供試材料の個数分存在する係数$a_1, a_2, a_3, a_4$において，それぞれの係数での最大値を 1，最小値を 0 とし，最大値と最小値を除く値に関しては，値同士の比率を正規化前と同じになるよう計算し，$a_1', a_2', a_3', a_4'$を求めた．

図 23 は同一仕様の供試材料それぞれに対する係数$a_1', a_2', a_3', a_4'$の分布を示している．図 23 (a)と図 23 (b)から，座標点が分布しているのは，図 24 の斜線で示されている平面近傍領域となることがわかる．




(a) x-y 面




(b) x-z 面

図 23　周波数ゆらぎ係数$a_1', a_2', a_3', a_4'$の分布

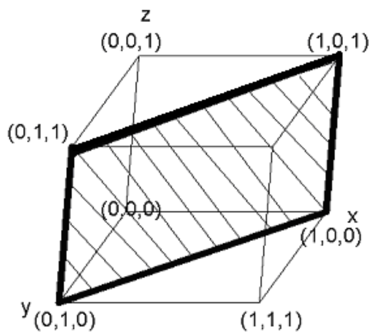


図 24　正規化された周波数ゆらぎ係数 $a_1', a_2', a_3', a_4'$ が分散する面

図 23 の結果と図 24 の斜線部分について考えると，応力を印加しない場合の同一仕様とする珪素鋼板にバルクハウゼン信号のバラツキが存在し，このバラツキは図 24 の斜線部分近傍に座標点が分布する周波数ゆらぎ特性となることを意味する．

### 4.2.3　印加応力の判別方法

応力を印加した際における，3 次元空間上での印加応力判別方法について説明する．

3kg 以下の錘をいくつか用意し，応力を印加した状態で周波数ゆらぎ特性を測定した．また，高周波部分は周波数に対するフーリエ・パワースペクトラムの変化率がほぼ $f^0$ となるホワイトノイズであるため，$10^3$ 以上の高周波領域を除外した．

図 25 は応力を印加した場合のバルクハウゼン信号の周波数特性を $10^3$ 以下の低周波部分に限定した波形と，バルクハウゼン信号を含む低周波部分に対して式(29)の 4 次関数近似を適用して得られる 4 次周波数ゆらぎ曲線を重ねた図である．

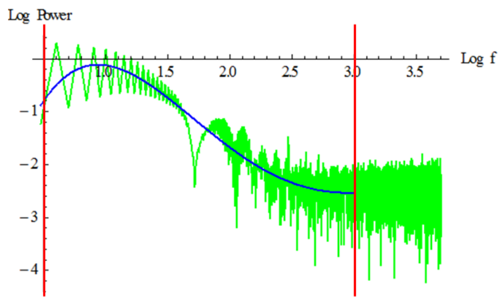
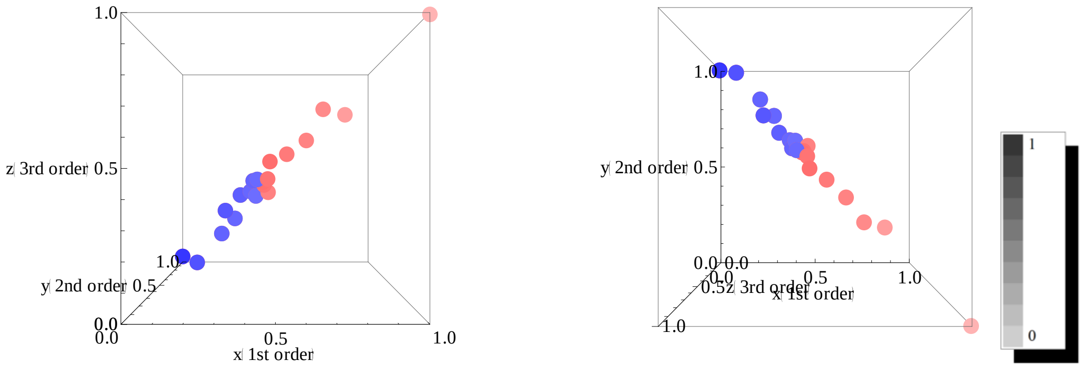


図 25　応力印加時における信号の周波数特性と 4 次関数による近似曲線

図 26 に 3kg 以内の錘をいくつか用意し，正規化した係数 $a_1', a_2', a_3', a_4'$ の分布を示す．3kg 以内の重さを用いて応力を印加した場合と印加していない場合でそれぞれ 10 個のデータ，計 20 個のデータを抽出した．それらのデータを用いて，最大値を 1 としてゼロから 1 へ正規化して描いた結果が図 26 である．

印加応力の判別を行うために，予め印加応力の有無によって座標点の色分けを行った．赤で示した点が印加応力あり，青で示した点が印加応力なしである．図 26 のいずれにおいても応力を印加した場合である赤点は，直線状に分布する係数 $a_1', a_2', a_3', a_4'$ が，(1,0,1) 座標側へ集中し，印加応力の判別が可能であることがわかる．




(a) x-y 面　　(b) x-z 面

図 26　応力有無による係数 $a_1', a_2', a_3', a_4'$ の分布の違い

### 4.2.4　ホワイトノイズクラスタリング

本研究では，情報を含んでいる低周波部分とホワイトノイズを多く含んだ高周波部分を分ける手段として，k-means 法を用いた．ホワイトノイズクラスタリングにより，ホワイトノイズを取り除くことで，より信号を正確に解析することが可能となる．

k-means 法とは非階層型クラスタリング手法の 1 つである．クラスタ内のデータとクラスタの重心のユークリッドノルムを繰り返し計算し，クラスタが変化しなくなるまで求めることで，データ集合を与えられたクラスタ数に分類する方法である．

例えば，データ集合 $X$ をデータ $x$ の集合とする．クラスタを $X_i$ とし，データ集合 $X$ の網羅的でお互いに素の部分集合である．$\bar{x}_i$ は $X_i$ 中の重心で，$\| \ \|$ はユークリッドノルムである．

入力はデータ集合 $X$，クラスタ数 $k$，最大反復回数とし，目的関数 $Err(\{X_i\})$ を求める式を表すと，

$$Err(\{X_i\}) = \sum_{i}^{k} \sum_{x \in X_i} \| x - \bar{x}_i \|^2 \tag{37}$$

となる．$x_i$ のクラスタの割り当てが変化しない場合，もしくは最大反復回数を超えるまで，式(37)の計算を繰り返し，最適解を求めていく．

また，アルゴリズムは以下の通りである.

1.各データ $x_i\left(i=1\cdots n\right)$ に対してランダムにクラスタを割り振る.
2.割り振ったデータをもとに各クラスタの中心 $x_i$ を計算する.
3.全てのデータ $x \in X$ を各クラスタの中心 $x_i$ との距離 $\|x-x_i\|$ を最小にするクラスタ $X_i$ へ割り当てる.
4.上記の処理で全ての $x_i$ のクラスタの割り当てが変化しなかった場合, あるいは変化量が事前に設定した一定の閾値を下回り収束した場合に，$\{X_i\}$ を出力する．また，最大反復回数を超えた場合においても，計算を終了し，$\{X_i\}$ を出力する．そうでない場合は新しく割り振られたクラスタから $x_i$ を再計算して上記の処理を繰り返す.

クラスタの中心 $x_i$ を，クラスタ $X_i$ とデータ $x$ で表すと

$$x_i = \frac{1}{|X_i|}\sum_{x \in X_i} x \tag{38}$$

となる.

k-means 法は性質上，初期値がランダムに振り当てられる．そのため，初期値の振り当てによりグルーピングの結果が多少異なるが，サンプル数が充分多ければ初期値によらず同一なクラスタリングが可能である.

### 4.2.5　解析結果

1kg 以下の錘をいくつか用意して，その中から無作為に選択した応力を印加した場合と印加していない場合で，周波数ゆらぎ特性を測定した．周波数ゆらぎ特性はホワイトノイズである高周波部分とバルクハウゼン信号を含む低周波部分にクラスタリングした．ホワイトノイズクラスタリングとして 4.2.4 項「ホワイトノイズクラスタリング」で説明した k-means 法を採用した.

図 27 は応力を印加した場合のバルクハウゼン信号の周波数特性を高周波部分と低周波部分に分割した波形と，バルクハウゼン信号を含む低周波部分に対して式(29)の 4 次関数近似を適用して得られる 4 次周波数ゆらぎ曲線を重ねた図である.

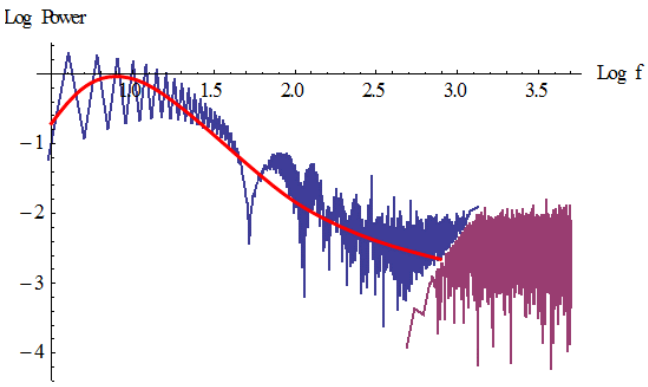


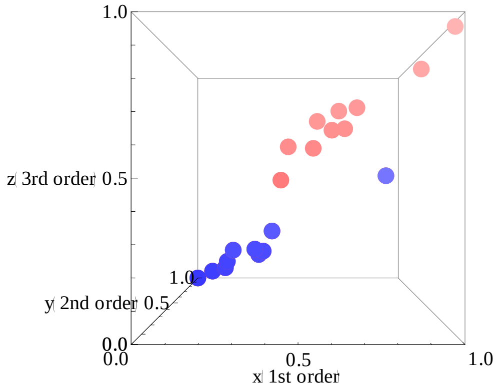

図 27　k-means 法適用後の低周波部分に対して 4 次関数近似を適用した例

1kg 以下である 400g，700g，900g の 3 種類の錘を用意し，同じ重さの錘あたり 5 回の周波数ゆらぎ特性の測定を行った．応力を印加していない場合を含めて 4 種類の応力を珪素鋼板へ印加して実験した．周波数のクラスタリングは k-means 法を採用し，4 次の近似関数を採用した．

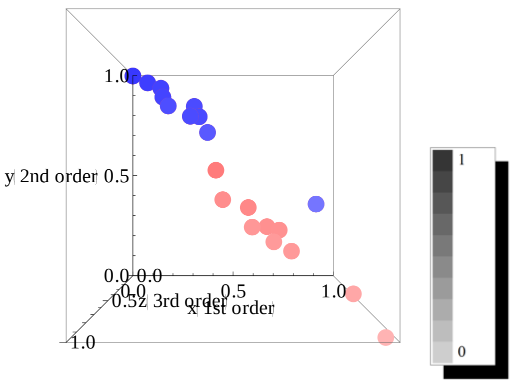
### 4.2.6　応力評価

図 28 に，3kg 以下の錘を 10 個用意し，応力を印加した場合と印加していない場合のデータ，計 2 種類で 20 個のデータに対する正規化した係数 $a_1', a_2', a_3', a_4'$ の分布を示す．

図 28 のいずれにおいても，応力を印加した場合の座標点を赤で示し，応力を印加していない場合の座標点を青で示している，赤点と青点の分布からも，応力の有無の違いを見分けることが可能である[9].




(a) x-y 面

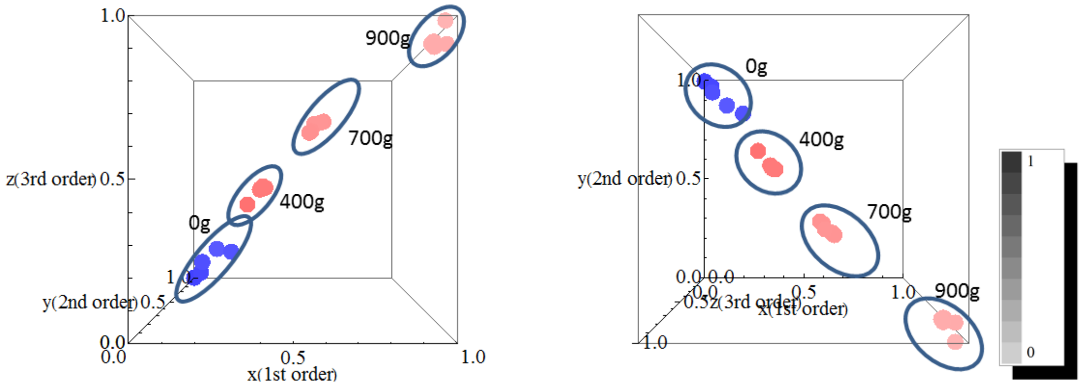



(b) x-z 面

図 28　応力有無による係数 $a_1', a_2', a_3', a_4'$ の分布の違い

図 29 に，400g，700g，900g の錘を 5 個ずつ用意し，応力を印加した場合と印加していない場合のデータ，計 4 種類で 20 個のデータに対する正規化した係数 $a_1',a_2',a_3',a_4'$ の分布を示す．

応力を印加した場合では，(0,1,0)座標から(1,0,1)座標側にかけて，錘の重さである 400g，700g，900g，すなわち，圧力に準じて分布していることがわかる．また，応力を印加していない場合では，(0,1,0)座標付近に分布していることがわかる．



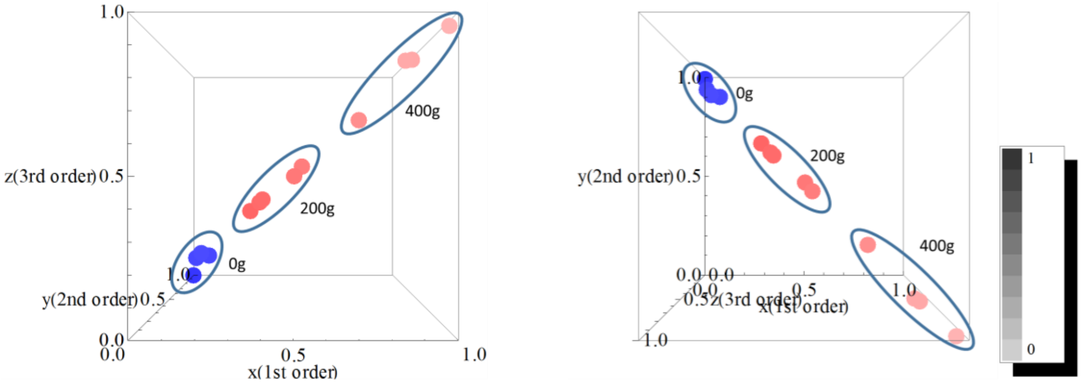

(a) x-y 面　　　　(b) x-z 面

図 29　応力 4 種類での係数 $a_1',a_2',a_3',a_4'$ の分布の違い

図 30 に，200g と 400g の錘を 5 個ずつ用意し，応力を印加した場合と印加していない場合のデータ，計 3 種類で 15 個のデータに対する正規化した係数 $a_1',a_2',a_3',a_4'$ の分布を示す．

また，図 28 と同様に，応力を印加した場合の座標点を赤で示し，応力を印加していない場合の座標点を青で示している．

図 28 と同様に，応力を印加した場合では，(0,1,0)座標から(1,0,1)座標側にかけて，錘の重さである 200g，400g，すなわち，圧力に準じて分布していることがわかる．また，応力を印加していない場合では，(0,1,0)座標付近に分布していることがわかる．



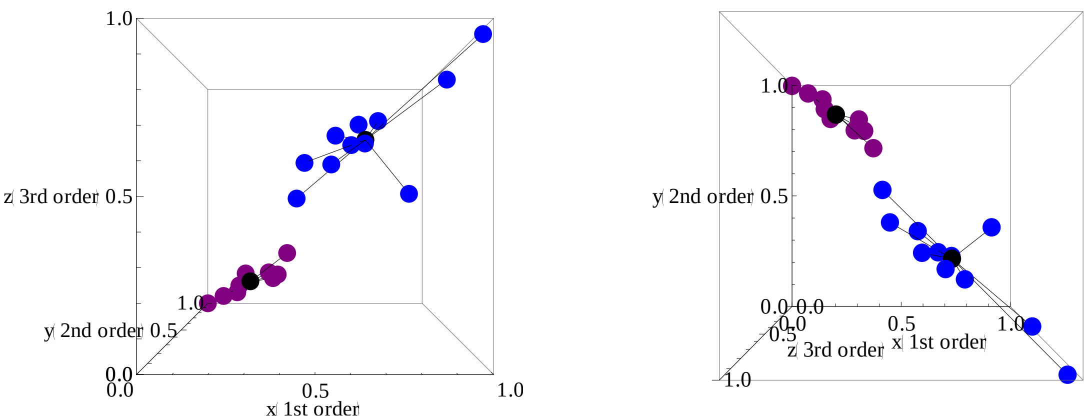

(a) x-y 面　　　　(b) x-z 面

図 30　応力 3 種類での係数 $a_1',a_2',a_3',a_4'$ の分布の違い

## 4.2.7　応力分布のクラスタリング

図 31 は, 図 28 に示した応力を印加した場合と印加していない場合の図に k-means 法を適用し，図 28 の結果をクラスタリングした結果である．本項で使用する k-means 法は 4.2.4 項「ホワイトノイズクラスタリング」で説明したものを 3 次元へ拡張したものである．応力を印加した場合と印加していない場合の計 2 種類に対するデータを k-means 法でクラスタリングすれば，錘の重さに対してもクラスタリングが可能であることがわかる．

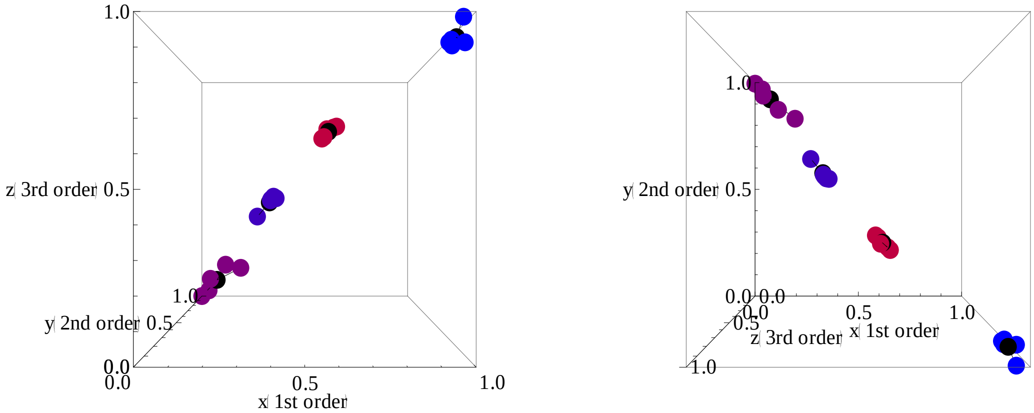
図 31 で，それぞれのグループ中心にある黒点は，k-means 法の場合におけるグループの重心に相当する．k-means 法は性質上，初期値がランダムに振り当てられる．そのため，初期値の振り当てによりグルーピングの結果が多少異なるが，サンプル数が充分多ければ初期値によらず同一なクラスタリング可能である．このことから，本項における k-means 法では，多少のクラスタリングのばらつきは考慮していない．




(a) x-y 面　　　　　　　　　　(b) x-z 面

図 31　応力有無による係数 $a_1', a_2', a_3', a_4'$ の分布のクラスタリング

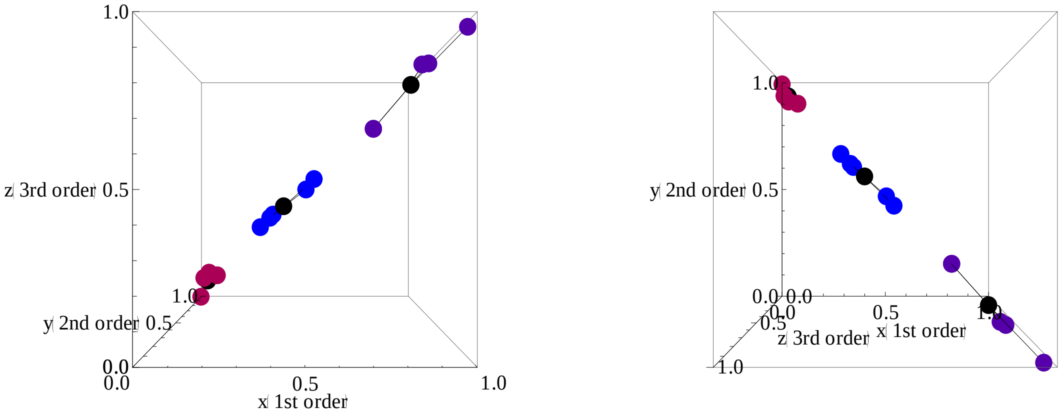
図 32 は，図 29 に示した 400g，700g，900g の錘を 5 個ずつ用いて応力を印加した場合と印加していない場合の図に k-means 法を適用し，図 29 の結果をクラスタリングした結果である．3 種類の応力を印加した場合と印加していない場合の計 4 種類に対するデータを k-means 法でクラスタリングすれば，錘の重さに対してもクラスタリングが可能であることがわかる．




(a) x-y 面　　　　　　　　　　　　(b) x-z 面

図 32　応力 4 種類での係数 $a_1', a_2', a_3', a_4'$ の分布のクラスタリング

図 33 は，図 30 に示した 200g と 400g の錘を 5 個ずつ用いて応力を印加した場合と印加していない場合の図に k-means 法を適用し, 図 30 の結果をクラスタリングした結果である. 2 種類の応力を印加した場合と印加していない場合の計 3 種類に対するデータを k-means 法でクラスタリングすれば，図 32 と同様に，錘の重さに対してもクラスタリングが可能であることがわかる.




(a) x-y 面　　　　　　　　　　　　(b) x-z 面

図 33　応力 3 種類での係数 $a_1', a_2', a_3', a_4'$ の分布のクラスタリング

# 第 5 章　結論

本論文は，バルクハウゼン信号から巨視的な規則性抽出を行う場合に技術的課題として残っていた周波数範囲設定に関する問題を克服するため，周波数ゆらぎ解析法を周波数の 1 次関数近似から n 次関数近似へ一般化した．

1 次関数近似では，周波数ゆらぎの傾きの相違から，珪素鋼板に外部応力によるストレスの存在が探査された．

n 次関数近似へ一般化された周波数ゆらぎ解析法を珪素鋼板の応力探査問題へ適用し，応力の有無がバルクハウゼン信号へ反映する可視化法も併せて提案した．

また，バルクハウゼン信号を含む低周波領域のみへ 4 次関数近似を適用し，4 次関数までを用いた周波数ゆらぎ解析法を適用することで，印加応力の有無が明確となることを述べた．

バルクハウゼン信号を含む低周波領域とホワイトノイズを客観的に 2 分割するクラスタリング法として k-means 法を採用した．その結果，バルクハウゼン信号を含む低周波領域において珪素鋼板の錘の有無や錘の重さの相違を，より明確で客観的のある応力分布情報が 3 次元空間上に可視化された．

さらに，3 次元空間上に可視化された応力印加情報へ，3 次元へ拡張した k-means 法を適用することで，錘の有無や錘の重さの大まかな相違が判定可能なグルーピングが可能であることが判明した．

# 参考文献


[1] R M. Bozorth: Ferromagnetism (IEEE PRESS)

[2] 勝又理毅，早野誠治，齊藤兆古：バルクハウゼン現象の可視化法に関する一考察，可視化情報シンポジウム，2003 年 7 月，B203

[3] 野嶋悟士，堀井清之，齊藤兆古：時間領域一次元信号の特徴抽出と可視化，第 37 回可視化情報シンポジウム，2009 年 7 月，pp01-002

[4] 寺西正晃，丸山和夫，早野誠治，齊藤兆古：自然界の画像が持つ 1/f 周波数成分の可視化，可視化情報シンポジウム， 2005 年 7 月，B108

[5] 野嶋悟士，齊藤 兆古：バルクハウンゼン信号の周波数ゆらぎ解析とその応用，日本磁気学会，2011 年 7 月，pp380-385

[6] 野嶋悟士，堀井清之，齊藤兆古：時間領域一次元信号の揺らぎ周波数特性抽出とその一応用，日本可視化情報学会，可視化情報学会全国講演会（主催），2009 年 10 月，P01-009

[7] 野嶋悟士，齊藤兆古：時間領域信号のゆらぎ周波数解析とその応用，日本可視化情報学会，可視化情報学会全国講演会 2010 霧島（主催），2010 年 10 月，pp00-04

[8] 野嶋悟士，齊藤兆古：時間領域信号の周波数ゆらぎ解析とその応用，電気学会マグネティックス研究会，2010 年 11 月，MAG-10-152.

[9] Jun KAWAZOE，Iliana MARINOVA，Yoshifuru SAITO : Fluctuation Frequency Analysis of the Barkhausen Signals under Static and Dynamic Stresses , IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 49, NO. 5, MAY 2013, pp1997-2000.

# 研究業績

1. Jun KAWAZOE，Iliana MARINOVA，Yoshifuru SAITO，"Fluctuation Frequency Analysis of the Barkhausen Signals"，The 2012 Asia-Pacific Symposium on Applied Electromagnetics & Mechanics，2012 年 7 月
2. 河副隼，齊藤兆古，"動的応力印加時におけるバルクハウンゼン信号の周波数ゆらぎ解析"，平成 24 年度　電気学会　基礎・材料・共通部門大会，2012 年 9 月
3. Jun KAWAZOE，Iliana MARINOVA，Yoshifuru SAITO，"Fluctuation Frequency Analysis of the Barkhausen Signals under Static and Dynamic Stresses"，IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 49, NO. 5, MAY 2013.
4. 河副隼，齊藤兆古，"バルクハウゼン信号のゆらぎ周波数解析"，日本磁気学会　Journal of the Magnetics Society of Japan，2013 年 7 月
5. 河副隼, 齊藤兆古, "バルクハウンゼン信号の周波数ゆらぎ解析による外部応力の評価", 平成 25 年度　電気学会　基礎・材料・共通部門大会，2013 年 9 月
6. 河副隼，齊藤兆古，"バルクハウンゼン信号の高次周波数ゆらぎ解析法とその応用"，日本 AEM 学会　第 22 回 MAGDA コンフェランス in 宮崎，2013 年 12 月

# 謝辞

本研究を進めるに当たり，齊藤兆古教授には数多くのご指導，ご支援を賜りました．深く感謝致します．

また，ご協力を頂いた齊藤兆古研究室の皆様に心より感謝致します．